

## 基于 TDOA 与 GROA 的多运动站误差配准算法

孙 顺 董 凯\* 齐 林 刘 俊  
(海军航空工程学院信息融合研究所 烟台 264001)

**摘 要:** 针对多运动站无源定位过程中存在系统误差的问题, 该文提出一种基于到达时差(TDOA)与到达增益比(GROA)最小二乘配准算法。该算法利用泰勒展开把非线性的量测方程线性化, 利用最小二乘算法得到对目标状态和系统误差的联合估计, 并考虑了量测噪声和站址误差的影响。同时推导了存在量测噪声、站址误差和系统误差时的克拉美罗下界(CRLB), 并分析了系统误差对 CRLB 的影响。多种条件下的仿真表明, 该算法对系统误差和目标状态的估计精度较高, 说明了算法的有效性。

**关键词:** 无源定位; 误差配准; 多运动站; 到达时差; 到达增益比

中图分类号: TN958.97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)06-1439-07

DOI: 10.11999/JEIT160562

## Multiple Moving Observers Registration Algorithm Based on TDOA and GROA

SUN Shun DONG Kai QI Lin LIU Jun

(Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China)

**Abstract:** This paper proposes a least-squares registration algorithm using Time Differences Of Arrival (TDOA) and Gain Ratios Of Arrival (GROA) measurements to solve the problem of multiple moving observers passive localization under the influence of system error. The proposed algorithm linearizes the nonlinear measurement equation by Taylor expansion, executes least squares algorithm for the joint estimation of target state and system biases, and considers the influence of measurement noise and location errors of observers. Meanwhile Cramér-Rao Lower Bound (CRLB) under the influence of measurement noise, location errors of observers and system biases is derived, and the influence of system error on CRLB is analyzed. Simulations under several different conditions indicate the proposed algorithm is valid, which can effectively estimate the system biases and target state.

**Key words:** Passive localization; Registration; Multiple moving observers; Time Differences Of Arrival (TDOA); Gain Ratios Of Arrival (GROA)

### 1 引言

多传感器系统能够有效扩展系统的空域时域覆盖范围, 提高空间分辨率, 增加测量维数并减少信息的模糊性<sup>[1]</sup>。无源传感器具有隐蔽性好、探测距离较远、适用性强等优点, 但单个传感器由于量测信息维度较少(仅测角或仅测距), 难以对目标状态进行有效估计。多站无源定位系统充分利用了多传感器系统和无源传感器的优势, 受到国内外学者的广泛关注<sup>[2,3]</sup>。

基于时差体制的无源定位技术可以视为以距离差为量测的定位技术, 因此该技术具有以下优势:

(1)坐标系转换可视作坐标轴的平移和旋转, 距离量测在平移和旋转时是不变的, 因此 TDOA 量测模型不受地球中心(Earth-Centered Earth-Fixed, ECEF)坐标系与北东地(North East Down, NED)坐标系相互转换的影响; (2)TDOA 体制不需要测量目标辐射源的角度量测, 因此该体制不受传感器载体姿态误差的影响。

另一方面, 由于辐射源信号会随着传播而产生能量衰减, 可得 GROA 量测信息。GROA 是距离比的量测值, 同样具有上述优点, 将 GROA 量测信息加入到 TDOA 体制中, 可以改善对辐射源目标的定位精度<sup>[4]</sup>。

虽然 TDOA 和 GROA 信息具有以上优点, 但对量测精度和各个传感器的时钟同步提出了更高的要求<sup>[5]</sup>, 其中各传感器间时钟同步的偏差, 量测中的固有偏差等都可以建模为量测模型的系统误差, 在

收稿日期: 2016-05-28; 改回日期: 2017-05-02; 网络出版: 2017-05-05

\*通信作者: 董凯 188dongkai@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61471379, 61102166, 91538201)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61471379, 61102166, 91538201)



式中,  $\widehat{\mathbf{X}}(1:n)$  表示向量  $\widehat{\mathbf{X}}$  的前  $n$  个元素组成的向量;  $n$  为待估计目标状态向量  $\mathbf{s}_0$  的维度;  $j$  表示迭代次数。然后将新的状态估计值代入式(9)和式(13)进行迭代, 以得到更精确的目标状态估计。算法初始化时, 目标的状态估计值可利用已有的无源定位方法进行估计得到。算法具体流程如下:

步骤 1 利用现有无源定位算法估计目标  $k$  时刻的状态  $\hat{\mathbf{s}}_0(k)$ ;

步骤 2 将  $\hat{\mathbf{s}}_0(k)$  代入式(4)得到  $\mathbf{A}(i)$  和  $\mathbf{b}(i)(i=1, 2, \dots, k)$ ;

步骤 3 利用式(9)进行误差配准, 得到  $\widehat{\mathbf{X}}$ , 其中可利用式(11)和式(12)提高计算效率;

步骤 4 利用式(13)得到目标状态估计的更新值  $\hat{\mathbf{s}}_{0,j}$ , 根据  $\|\hat{\mathbf{s}}_{0,j} - \hat{\mathbf{s}}_0(k)\| \leq \varepsilon$  判断更新值是否收敛。若收敛, 就得到误差配准后的目标状态, 否则令  $\hat{\mathbf{s}}_0(k) = \hat{\mathbf{s}}_{0,j}$ , 然后从步骤 2 向下执行, 直至收敛。实际应用时, 为尽可能保证结果收敛, 可在获取一段时间的量测后再开始使用本文算法。

## 2.2 CRLB 推导分析

为说明算法性能, 通常要求出 CRLB, 并与算法定位精度进行比较, 文献[13]推导了仅测角体制下的 CRLB, 文献[14]考虑了系统误差对仅测角体制 CRLB 的影响, 文献[15]推导了 TDOA/FDOA 体制下存在站址误差时的 CRLB。在以上研究的基础上, 下面推导同时存在量测噪声、站址误差和系统误差时的 CRLB, 并分析系统误差对定位精度的影响。

单个量测方程如式(1)所示, 考虑  $k$  时刻所有观测量的量测方程可以写为

$$\mathbf{Z}(k) = h_k(\mathbf{s}(k)) + \Delta \mathbf{z} + \delta \mathbf{z}(k) \quad (14)$$

$$\mathbf{s}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_0^T & \mathbf{s}_1^T(k) & \dots & \mathbf{s}_M^T(k) \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{Z}(k)$  和  $\delta \mathbf{z}(k)$  的定义与  $\Delta \mathbf{z}$  类似;  $\mathbf{s}(k)$  为观测站真实站址向量。推广到前  $k$  时刻所有观测量, 可写作

$$\mathbf{Z} = h(\mathbf{s}) + \Delta \mathbf{z} + \delta \mathbf{z} \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{Z}$ ,  $h(\mathbf{s})$  和  $\delta \mathbf{z}$  的定义与  $\mathbf{A}$  在式(10)中的定义类似;  $\delta \mathbf{z} \sim N(0, \mathbf{Q}_z)$ ,  $\mathbf{Q}_z$  的定义与  $\mathbf{R}$  类似。

设待估计参数向量为  $\boldsymbol{\beta} = [\mathbf{s}^T \ \Delta \mathbf{z}^T]^T$ , 于是可得对数似然函数为

$$\ln(p(\mathbf{Z}|\boldsymbol{\beta})) = K - \frac{1}{2} [\mathbf{Z} - h(\mathbf{s}) - \Delta \mathbf{z}]^T \cdot \mathbf{Q}_z^{-1} [\mathbf{Z} - h(\mathbf{s}) - \Delta \mathbf{z}] \quad (17)$$

其中,  $K$  是与  $\boldsymbol{\beta}$  无关的常数项。对于待估参数  $\boldsymbol{\beta}$  的 CRLB 为

$$\text{CRLB}(\boldsymbol{\beta}) = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln(\mathbf{Z}|\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} \right]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix}^{-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{X} = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln(\mathbf{Z}|\boldsymbol{\beta})}{\partial \mathbf{s} \partial \mathbf{s}^T} \right] = [\mathbf{H} \ \mathbf{G}]^T \mathbf{Q}_z^{-1} [\mathbf{H} \ \mathbf{G}] + \mathbf{J} \quad (19)$$

$$\mathbf{Y} = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln(\mathbf{Z}|\boldsymbol{\beta})}{\partial \mathbf{s} \partial \Delta \mathbf{z}^T} \right] = [\mathbf{H} \ \mathbf{G}]^T \mathbf{Q}_z^{-1} \quad (20)$$

$$\mathbf{Z} = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln(\mathbf{Z}|\boldsymbol{\beta})}{\partial \Delta \mathbf{z} \partial \Delta \mathbf{z}^T} \right] = \mathbf{Q}_z^{-1} + \mathbf{Q}_{\Delta z}^{-1} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{J} = \text{blkdiag}(\mathbf{O}_3, \mathbf{Q}_s^{-1}(1), \dots, \mathbf{O}_3, \mathbf{Q}_s^{-1}(k)), \text{blkdiag}(\cdot)$  为分块对角矩阵;  $\mathbf{O}_3$  表示三阶全零矩阵;  $\mathbf{Q}_s(k)$  表示站址误差协方差矩阵;  $\mathbf{Q}_{\Delta z}$  表示关于系统误差的先验信息, 若各观测站的系统误差相同, 则  $\mathbf{Q}_{\Delta z}(k) = \sigma_{\Delta z}^2 \mathbf{I}_{M-1}$ 。

只关注 CRLB( $\boldsymbol{\beta}$ ) 左上角  $(3+3M) \times (3+3M)$  的部分, 由分块矩阵求逆公式可得对待估参数  $\mathbf{s}$  的 CRLB 为

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\mathbf{s}) &= (\mathbf{X} - \mathbf{Y} \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{Y}^T)^{-1} \\ &= (\mathbf{X} - \mathbf{Y} (\mathbf{Q}_z^{-1} + \mathbf{Q}_{\Delta z}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

注意到, 当存在系统误差, 并且系统误差的先验信息未知时,  $\sigma_{\Delta z} \rightarrow \infty$ , 则  $\mathbf{Q}_{\Delta z}^{-1} \rightarrow \mathbf{O}$ , 可得

$$\text{CRLB}(\mathbf{s}) = (\mathbf{X} - \mathbf{Y} \mathbf{Q}_z \mathbf{Y}^T)^{-1} \quad (23)$$

当不存在系统误差时,  $\sigma_{\Delta z} \rightarrow 0$ , 则  $\mathbf{Q}_{\Delta z} \rightarrow \mathbf{O}$ , 根据 Woodbury 公式<sup>[16]</sup>可知

$$(\mathbf{Q}_z^{-1} + \mathbf{Q}_{\Delta z}^{-1})^{-1} = \mathbf{Q}_{\Delta z} - \mathbf{Q}_{\Delta z} (\mathbf{Q}_z + \mathbf{Q}_{\Delta z})^{-1} \mathbf{Q}_{\Delta z} = \mathbf{O} \quad (24)$$

此时, CRLB( $\mathbf{s}$ ) 为

$$\text{CRLB}(\mathbf{s}) = \mathbf{X}^{-1} \quad (25)$$

观察比较式(23)和式(25)可知, 系统误差的引入增加了 CRLB, 降低了对目标状态的估计精度。

## 3 误差配准算例

### 3.1 TDOA 误差配准算例

对于固定目标, 设  $\mathbf{s}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ , 可构建  $k$  时刻观测站  $i$  相对观测站 1 的实际距离差量测方程为  $r_{i1}(k) = ct_{i1}(k) = h_r(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1(k), \mathbf{s}_i(k)) + \Delta r_{i1} + \delta r_{i1}(k)$  (26) 式中,  $h_r(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1(k), \mathbf{s}_i(k)) = r_i(k) - r_1(k)$ ;  $t_{i1}(k)$  为对应的 TDOA 量测;  $c$  为光速;  $r_i(k) = \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0\|$  为观测站  $i$  到目标的距离。可得量测方程对应的雅克比矩阵和量测协方差矩阵<sup>[4]</sup>为

$$\mathbf{H}_{r,i1} = \nabla_{\mathbf{s}_0} h_r(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) = \frac{\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}_i(k)}{r_i(k)} - \frac{\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}_1(k)}{r_1(k)} \quad (27)$$

$$\mathbf{G}_{r,1} = \nabla_{\mathbf{s}_1} h_r(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) = -\frac{\mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_0}{r_1(k)} \quad (28)$$

$$\mathbf{G}_{r,i} = \nabla_{\mathbf{s}_i} h_r(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) = \frac{\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0}{r_i(k)}, \quad i = 2, 3, \dots, M \quad (29)$$

$$\mathbf{Q}_r(k) = E[\delta \mathbf{r}(k) \delta \mathbf{r}^T(k)] = c^2 \cdot \nabla_i^{-1} \quad (30)$$

$$\nabla_i = \frac{T}{3\pi} \omega^3 \frac{\rho^2}{1 + M\rho} (M\mathbf{I}_{M-1} - \mathbf{1}_{M-1}) \quad (31)$$

其中,  $\delta\mathbf{r}(k)$  定义与  $\mathbf{b}(k)$  类似;  $T$  为观测时间;  $\omega$  为信号带宽;  $\rho$  为信号信噪比;  $\mathbf{1}_{M-1}$  为  $M-1$  阶全 1 矩阵。

将式(27)-式(31)代入式(3)和式(4)中求得  $\mathbf{H}_r(k)$ ,  $\mathbf{A}_r(k)$ ,  $\mathbf{Q}_s(k)$  和  $\mathbf{R}_r(k)$ , 再利用式(9)和式(13)迭代进行误差配准并得到目标状态估计。实际上, 该算法可推广到已知运动状态的目标, 如直线匀速运动目标, 直线匀加速目标等, 此时固定目标可视其中加速度和速度为零时的特例。对于直线匀速目标, 设  $\mathbf{s}_0 = [\mathbf{p}_0^T \mathbf{v}_0^T]^T$ , 其中,  $\mathbf{p}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ ,  $\mathbf{v}_0 = [v_{x0} \ v_{y0} \ v_{z0}]^T$ 。此时, 式(26)中的  $r_i(k)$  可改写为  $r_i(k) = \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{p}_0 - (k-1)T\mathbf{v}_0\|$ , 按照式(27)-式(29)重新计算雅克比矩阵, 并利用本文方法可实现误差配准和目标状态估计。

### 3.2 TDOA/GROA 误差配准算例

构建  $k$  时刻观测站  $i$  相对观测站 1 的实际 GROA 量测方程为

$$g_{i1}(k) = \frac{r_i(k)}{r_1(k)} + \Delta g_{i1} + \delta g_{i1}(k) \quad (32)$$

此时的量测方程, 对应的雅克比矩阵和量测协方差矩阵<sup>[4]</sup>为

$$h_g(\mathbf{s}_0(k), \mathbf{s}_1(k), \mathbf{s}_i(k)) = \frac{r_i(k)}{r_1(k)} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{g,i1} &= \nabla_{\mathbf{s}_0} h_g(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) \\ &= \frac{\mathbf{s}_0(k) - \mathbf{s}_i(k)}{\|\mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_0(k)\| \cdot \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0(k)\|} \\ &\quad - \frac{[\mathbf{s}_0(k) - \mathbf{s}_1(k)] \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0(k)\|}{\|\mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_0(k)\|^3} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{g,1} &= \nabla_{\mathbf{s}_1} h_g(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) \\ &= \frac{[\mathbf{s}_0(k) - \mathbf{s}_1(k)] \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0(k)\|}{\|\mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_0(k)\|^3} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{g,i} &= \nabla_{\mathbf{s}_i} h_g(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_i) \\ &= \frac{\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0(k)}{\|\mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_0(k)\| \cdot \|\mathbf{s}_i(k) - \mathbf{s}_0(k)\|} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\mathbf{Q}_g(k) = E[\delta\mathbf{g}(k)\delta\mathbf{g}^T(k)] = \nabla_g^{-1} \quad (37)$$

$$\nabla_{gg} = \frac{T}{\pi} \omega \frac{\rho^2}{1 + M\rho} \left( M\mathbf{I}_{M-1} + \frac{1 - M\rho}{1 + M\rho} \mathbf{1}_{M-1} \right) \quad (38)$$

采用与上一节相同的方法, 求得  $\mathbf{H}_g(k)$  和  $\mathbf{R}_g(k)$ , 并构造联合矩阵。

$$\mathbf{A}_{rg}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_r(k) & \mathbf{I}_{M-1} & \mathbf{O}_{M-1} \\ \mathbf{H}_g(k) & \mathbf{O}_{M-1} & \mathbf{I}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{R}_{rg}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{r,s}(k) + \mathbf{Q}_r(k) & \mathbf{Q}_{gr,s}(k) \\ \mathbf{Q}_{rg,s}(k) & \mathbf{Q}_{g,s}(k) + \mathbf{Q}_g(k) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{X} = [(\mathbf{s}_0 - \hat{\mathbf{s}}_0)^T \ \Delta\mathbf{r}^T \ \Delta\mathbf{g}^T]^T \quad (41)$$

其中,  $\mathbf{O}_{M-1}$  为  $M-1$  阶全 0 矩阵; 矩阵  $\mathbf{Q}_{rg,s}(k) = \mathbf{Q}_{gr,s}(k)$ , 矩阵元素  $\sigma_{s_i}^2$  改写为  $\sigma_{s_i}^2 = \mathbf{G}_{r,i} E[(\mathbf{s}_i - \hat{\mathbf{s}}_i) \cdot (\mathbf{s}_i - \hat{\mathbf{s}}_i)^T] \mathbf{G}_{g,i}^T$ 。

然后利用本文所提的 LSR 方法进行误差配准并得到目标状态估计。

## 4 算法仿真与性能分析

对 3 维空间而言, 至少需要 5 个观测站才能得到闭式解, 仿真中选用 5 个运动观测站采用 TDOA 体制对辐射源目标连续定位, 观测站做匀速直线运动, 其初始运动状态如表 1 所示, 辐射源为固定目标, 位于 (200 km, 300 km, 0 km) 处。设 TDOA 量测噪声的标准差为 20 ns, 系统误差分别为 100 ns, -133 ns, 167 ns, -100 ns, 采样周期为 1 s, 连续观测 700 个周期, 蒙特卡洛 200 次。从 40 s 开始使用本算法, 迭代次数设为 2。

### 4.1 不同站址误差下算法性能分析

设各个观测站的站址误差大小相同, 依不同的站址误差, 设置两种环境。环境 1, 设站址误差的标准差  $\sigma_s$  为 5 m; 环境 2, 设站址误差的标准差  $\sigma_s$  为 1 m。仿真结果如图 1 和表 2 所示。

图 1 给出了不同站址误差情况下, TDOA 体制对固定目标无源定位精度随时间变化曲线图, 并利用式(18)计算了 CRLB 进行比较。由图 1 可知, 随着时间的推进该算法对目标状态的估计精度不断提

表 1 观测站初始状态

| 观测站序号 | $x_i$ (km) | $y_i$ (km) | $z_i$ (km) | $v_{xi}$ (m/s) | $v_{yi}$ (m/s) | $v_{zi}$ (m/s) |
|-------|------------|------------|------------|----------------|----------------|----------------|
| 1     | 0          | 0          | 10         | 0              | 300            | 0              |
| 2     | -15        | 0          | 10         | 0              | 300            | 0              |
| 3     | 15         | 0          | 10         | 0              | 300            | 0              |
| 4     | -5         | 30         | 0          | 100            | 300            | 0              |
| 5     | 5          | 30         | 0          | -100           | 300            | 0              |

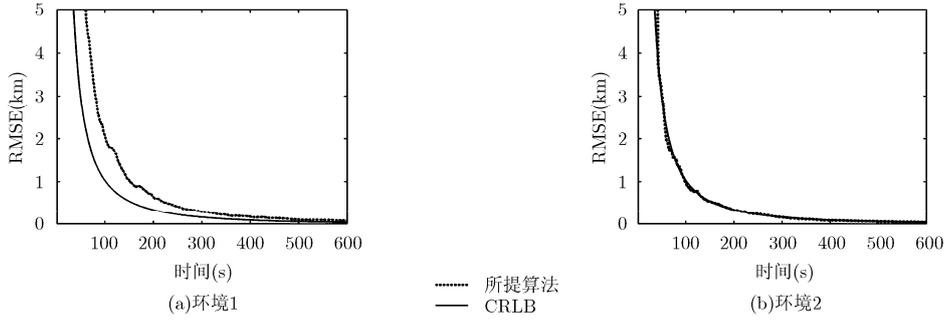


图1 TDOA 对固定目标定位精度随时间变化曲线图

表2 不同时刻 TDOA 对固定目标的系统误差估计精度(%)

| 时刻(s) | $\Delta r_{21}$ | $\Delta r_{31}$ | $\Delta r_{41}$ | $\Delta r_{51}$ |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 150   | 99.60           | 89.38           | 92.10           | 86.65           |
| 200   | 99.72           | 95.44           | 96.97           | 94.80           |
| 300   | 99.97           | 98.42           | 99.36           | 99.02           |
| 400   | 99.99           | 99.29           | 99.98           | 99.86           |

表3 不同初始估计精度下算法的定位精度

|            | $n$  |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|
|            | 1    | 5    | 10   | 15   | 20   |
| 定位 RMSE(m) | 39.3 | 37.1 | 36.7 | 37.8 | 38.0 |
| CRLB(m)    | 36.7 | 36.7 | 36.7 | 36.7 | 36.7 |
| 发散概率(%)    | 0.0  | 0.0  | 0.0  | 0.0  | 2.5  |

高, RMSE 不断减少。600 s 时, 环境 1 下定位精度可以达到 75 m, 环境 2 下定位精度可以达到 39 m, 表明站址误差越小, 算法收敛越快, 定位精度也越高。由图 1(b)可知, 当站址误差较小时, 该算法性能逼近 CRLB。

表 2 给出了环境 2 条件下不同时刻 TDOA 对固定目标的系统误差估计精度。由表 2 可知, 随时间推进, 误差配准精度不断提高, 表明本文算法能够有效估计系统误差, 实现误差配准。

#### 4.2 不同初始估计精度下算法性能分析

存在量测噪声和站址误差的条件下, 文献[15]提出的两步加权最小二乘(Two-Step Weighted Least Squares, TS-WLS)定位算法能够使定位精度接近 CRLB, 但尚没有相关文献讨论相关算法在存在系统误差时的定位性能。根据式(23)可得在环境 2 条件下的定位 CRLB 为  $\sigma_0 = [1855 \text{ m}, 2758 \text{ m}, 160 \text{ m}]$ , 为验证所提算法在不同初始估计精度条件下算法的性能, 令目标状态初值估计  $\hat{s}_0$  在真值  $s_0$  附近高斯分布, 其协方差矩阵为  $Q = \text{diag}[(n\sigma_0)^2]$ , 其中令  $n$  分别为 1, 5, 10, 15, 20。

由表 3 可知, 随着参数  $n$  不断增大, 目标初始位置估计的误差不断增大, 但所提算法对目标的定位精度变化并不显著, 基本接近 CRLB。但是, 当参数  $n$  增大到 20 时, 由于目标初始位置估计误差较大, 导致了算法有 2.5% 的概率出现发散的现象。实际应用时, 若算法发散, 可选择其他时刻的量测值重新估计目标初始位置, 重复一定次数, 直到得到能够使所提算法收敛的目标初始位置估计, 从而提高算法可靠性。

#### 4.3 不同量测误差下算法性能分析

为进一步说明 TDOA 量测误差对所提配准算法的影响, 设站址误差的标准差为 1 m, 分别就量测噪声标准差为 20 ns, 30 ns, 40 ns, 50 ns 时, 所提算法在 700 s 时对目标定位精度效果进行仿真, 结果如表 4 所示。

表4 不同量测误差下算法的定位精度

|            | TDOA 量测误差(ns) |      |       |       |
|------------|---------------|------|-------|-------|
|            | 20            | 30   | 40    | 50    |
| 定位 RMSE(m) | 39.3          | 74.6 | 120.6 | 153.6 |
| CRLB(m)    | 36.7          | 73.3 | 110.0 | 146.7 |
| 发散概率(%)    | 0.0           | 1.0  | 8.5   | 15.0  |

由表 4 可知, 随着 TDOA 量测噪声增大, 算法定位 RMSE 和 CRLB 不断增大, 但所提算法能够对固定目标进行有效定位, 且定位精度逼近 CRLB, 表明了算法具有良好的适用性。然而量测噪声的增大会导致发散概率大幅上升, 算法可靠性降低, 这是定位算法对目标初始位置的估计误差增大导致的。

#### 4.4 对匀速直线运动目标的算法性能分析

设辐射源为匀速直线运动的目标, 位于 (200 km, 300 km, 5 km) 处, 并以 100 m/s 的速度沿  $x$  轴负方向运动, 观测 800 s, 其他条件与环境 2 相同, 仿真结果如图 2 和表 5 所示。

图 2 为 TDOA 体制对匀速直线运动目标无源定位精度随时间变化曲线图及其局部放大结果, 并与

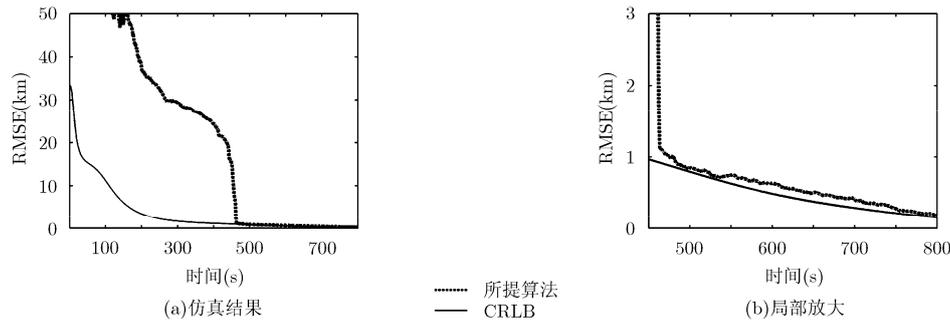


图 2 TDOA 对匀速直线运动目标定位精度随时间变化曲线图

表 5 不同时刻 TDOA 对匀速直线运动目标系统误差估计精度(%)

| 时刻(s) | $\Delta r_{21}$ | $\Delta r_{31}$ | $\Delta r_{41}$ | $\Delta r_{51}$ |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 300   | 92.78           | 87.11           | 0.00            | 0.00            |
| 400   | 94.32           | 95.73           | 0.00            | 0.00            |
| 550   | 99.14           | 99.34           | 87.71           | 79.19           |
| 700   | 99.92           | 99.68           | 95.69           | 93.08           |

CRLB 进行了比较。由图 2 可知, 随着时间的推进该算法对目标状态的估计精度不断提高。在 400 s 之前, 该算法对运动目标的定位精度较低, 偏离 CRLB 较远; 400 s 后, 该算法快速收敛, 463 s 后, 定位精度接近 CRLB。RMSE 不断减少。600 s 时, 定位精度为 633 m, 相比于图 1 对固定目标的仿真结果而言, 所提算法对运动目标定位时, 收敛较慢, 精度较差, 这是待估计的目标参数较多造成的。

表 5 为不同时刻 TDOA 对匀速直线运动目标的系统误差估计精度。由表 3 可知, 300 s 和 400 s 时, 对  $r_{41}$  和  $r_{51}$  的估计精度极差, 这也解释了 400 s 之前该算法对目标定位精度低的原因。随时间推进, 误

差配准精度不断提高, 表明本文算法能够有效估计系统误差, 实现误差配准, 但相对于表 2, 算法收敛较慢。

#### 4.5 TDOA/GROA 误差配准仿真分析

设 GROA 量测噪声的标准差为 0.03, 系统误差为 0.3, -0.4, 0.5, -0.3, 其他条件与 4.1 节相同。图 3 为不同站址误差情况下, TDOA/GROA 体制无源定位精度随时间变化曲线图。由图 3 可知, 随着时间的推进该算法对目标状态的估计精度不断提高, RMSE 不断减少。600 s 时, 环境 1 下定位精度可以达到 71 m, 环境 2 下定位精度可以达到 36 m, 表明站址误差越小, 算法收敛越快, 定位精度也越高。由图 3(b)可知, 当站址误差较小时, 该算法性能逼近 CRLB。

表 6 为环境 2 条件下不同时刻 TDOA/GROA 系统误差估计精度。由表 6 可知, 随时间推进, 误差配准精度不断提高, 表明本文算法能够有效估计系统误差, 实现误差配准。比较本节与 4.1 节的结果数据可知, 结合 GROA 信息后, 能够有效提高对

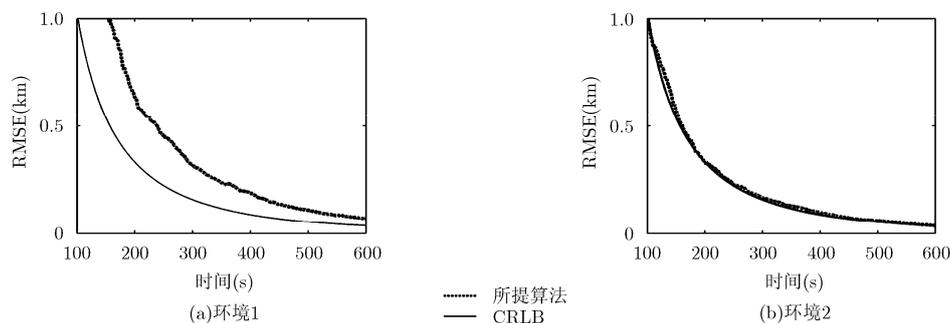


图 3 TDOA/GROA 对固定目标定位精度随时间变化曲线图

表 6 不同时刻 TDOA/GROA 系统误差估计精度(%)

| 时刻(s) | $\Delta r_{21}$ | $\Delta r_{31}$ | $\Delta r_{41}$ | $\Delta r_{51}$ | $\Delta g_{21}$ | $\Delta g_{31}$ | $\Delta g_{41}$ | $\Delta g_{51}$ |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 150   | 99.50           | 97.39           | 98.17           | 96.89           | 99.88           | 99.97           | 99.97           | 99.93           |
| 200   | 99.81           | 99.68           | 99.98           | 99.96           | 99.96           | 99.97           | 99.97           | 99.94           |
| 300   | 99.98           | 98.04           | 98.13           | 96.91           | 99.98           | 99.96           | 99.96           | 99.96           |
| 400   | 99.94           | 99.51           | 99.23           | 98.69           | 99.99           | 99.99           | 99.98           | 99.98           |

目标状态和系统误差的估计精度和收敛速度, 该结论与文献[4]的结论类似。

## 5 结束语

针对多运动站无源定位过程中存在系统误差的问题, 本文给出了 TDOA 和 TDOA/GROA 体制下系统 LSR 误差配准算法。构建统一的量测模型, 并通过对其线性化, 构建存在量测噪声和站址误差时的协方差矩阵, 得到了目标状态误差和系统误差的联合估计, 利用迭代法得到目标状态值。同时, 推导了存在量测噪声、站址误差和系统误差时的 CRLB, 并分析了系统误差对 CRLB 的影响。仿真结果表明, 该算法能够有效对运动状态已知的目标进行状态估计和系统误差配准, 但当量测误差较大或目标初始位置估计误差较大时, 算法会出现发散的情况。此外所提算法对固定目标的估计精度较高, 收敛较快, 加入 GROA 量测信息, 能够提高定位精度。当站址误差较小, 目标的初始位置估计精度较高时, 该算法对目标定位精度逼近 CRLB, 有一定工程应用价值。

## 参考文献

- [1] 何友, 修建娟, 张晶炜, 等. 雷达数据处理及应用 [M]. 第 2 版, 北京: 电子工业出版社, 2009: 209-210.  
HE You, XIU Jianjuan, ZHANG Jingwei, *et al.* Radar Data Processing With Applications [M]. Second Edition, Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 209-210.
- [2] CHEN J C, YIP L, ELSON J, *et al.* Coherent acoustic array processing and localization on wireless sensor networks[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2003, 91(8): 1154-1162. doi: 10.1109/JPROC.2003.814924.
- [3] 房嘉奇, 冯大政, 李进. 稳健收敛的时差频差定位技术[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(4): 798-803. doi: 10.11999/JEIT140560.  
FANG Jiaqi, FENG Dazheng, and LI Jin. A robustly convergent algorithm for source localization using time difference of arrival and frequency difference of arrival[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 798-803. doi: 10.11999/JEIT140560.
- [4] HATEM H and KUTLUYIL D. Passive localization of scanning emitters[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(2): 944-951. doi: 10.1109/TAES.2010.5461671.
- [5] HO K C and SUN M. Passive source localization using time differences of arrival and gain ratios of arrival[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(2): 464-477. doi: 10.1109/TSP.2007.906728.
- [6] ZHU Hongyan and WANG Chen. Joint track-to-track association and sensor registration at the track level[J]. *Digital Signal Processing*, 2015, 41: 48-59. doi: 10.1016/j.dsp.2015.03.012.
- [7] 董凯, 王海鹏, 刘瑜. 基于拓扑统计距离的航迹抗差关联算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(1): 50-55. doi: 10.11999/JEIT140244.  
DONG Kai, WANG Haipeng, and LIU Yu. Anti-bias track association algorithm based topology statistical distance[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 50-55. doi: 10.11999/JEIT140244.
- [8] 胡振涛, 胡玉梅, 张瑾, 等. 基于 CKF 的系统误差与目标状态联合估计算法[J]. 光电子·激光, 2015, 26(3): 535-540. doi: 10.16136/j.joel.2015.03.0500.  
HU Zhentao, HU Yumei, Zhang Jin, *et al.* Joint estimation of system error and state based on cubature Kalman filter[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2015, 26(3): 535-540. doi: 10.16136/j.joel.2015.03.0500.
- [9] NICKENS O and BRANKO R. Maximum likelihood registration for multiple dissimilar sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(3): 1074-1083. doi: 10.1109/TAES.2003.1238759.
- [10] 吴卫华, 江晶. WGS-84 坐标系下多空基无源传感器最大似然配准[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(2): 304-309. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.02.12.  
WU Weihua and JIANG Jing. Maximum likelihood registration for passive sensors of multiple airborne platforms in WGS-84[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(2): 304-309. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.02.12.
- [11] 董云龙, 何友, 王国宏, 等. 基于 ECEF 的广义最小二乘误差配准技术[J]. 航空学报, 2006, 27(3): 463-467.  
DONG Yunlong, HE You, WANG Guohong, *et al.* Generalized least squares registration algorithm with Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF) coordinate system[J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2006, 27(3): 463-467.
- [12] 曲长文, 王昌海, 徐征. 基于 NLS 的多机只测角误差配准算法[J]. 信号处理, 2012, 28(4): 533-538.  
QU Changwen, WANG Changhai, and XU Zheng. NLS-based registration algorithm for bearings-only location by multiple airborne observers[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(4): 533-538.
- [13] CHAN Y T and RUDNICKI S W. Bearings-only and doppler-bearing tracking using instrumental variables[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 1076-1082.
- [14] MOTTI G and ELI F. Effect of bias on bearing-only target location[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26(1): 22-25. doi: 10.1109/7.53410.
- [15] HO K C, LU Xiaoning, and KOVAVISARUCH L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors analysis and solution[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(2): 684-696. doi: 10.1109/TSP.2006.885744.
- [16] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 第 2 版, 北京: 清华大学出版社, 2013: 54-61.  
ZHANG Xianda. Matrix Analysis and Applications [M]. Second Edition, Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 54-61.

孙 顺: 男, 1992 年生, 博士生, 研究方向为无源定位、误差配准、信息融合。  
董 凯: 男, 1986 年生, 博士, 讲师, 研究方向为雷达数据处理、航迹关联、系统仿真。  
齐 林: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为多传感器新息融合。  
刘 俊: 男, 1990 年生, 博士生, 研究方向为目标跟踪、信息融合。