压缩感知伪随机动态功率信号的电能测量方法

王学伟*[①] 董晓璇[①] 袁瑞铭[②] 周丽霞[②] 王 婧[①] 王 琳[①]
[①](北京化工大学信息科学与技术学院 北京 100029)
[②](国网冀北电力有限公司电力科学研究院 北京 100045)

摘 要：针对压缩感知检测方法不能准确测量伪随机动态测试信号电能量值的问题，该文首先分析了动态测试信号的频域稀疏性，证明动态测试信号满足压缩感知检测的条件；然后采用系统稳态优化的方法，构造了一种确定型压缩感知测量矩阵，证明其符合限制等距特性(RIP)条件，最后提出了一种新型压缩感知动态测试信号电能量的测量方法。实验结果表明：该文压缩感知测量方法的理论相对误差优于传统的采样功率电能测量方法，能够实现 m 序列动态测试信号的电能量值准确测量。

关键词：压缩感知；电能测量；压缩感知测量矩阵；电能量压缩感知测量方法；伪随机动态测试信号

中图分类号： TP391 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2017)03-0640-07

DOI: 10.11999/JEIT160416

Compressive Sensing Measurement for Electrical Energy of Pseudo Random Dynamic Test Signal

WANG Xuewei[①] DONG Xiaoxuan[①] YUAN Ruiming[②] ZHOU Lixia[②] WANG Jing[①] WANG Lin[①]
[①](*College of Information Science and Technology*, *Beijing University of Chemical Technology*, *Beijing* 100029, *China*)
[②](*Power Research Institute*, *State Grid Jibei Electric Power Company Limited*, *Beijing* 100045, *China*)

Abstract: Focus on the problem that Compressive Sensing (CS) measurement can not measure the electrical energy of pseudo random dynamic test signal accurately, in this paper, the spectral sparseness of pseudo random dynamic test signal is firstly analyzed, and dynamic test signal satisfies the measurement condition of compressive sensing is proved. Secondly, the system stable state optimization method is used to establish the deterministic compressive sensing measurement matrix, which meets the RIP (Restricted Isometry Property) condition. Finally, a new compressive sensing measurement methed for the electrical energy of pseudo random dynamic electric energy is proposed. The experimental result shows that the theoretical error of the compressive sensing measurement is superior over traditional sample power electrical energy measurement, and it can measure the pseudo random dynamic electrical energy accurately.

Key words: Compressive Sensing (CS); Electrical energy measurement; Compressive sensing measurement matrix; Compressive sensing measurement for the electrical energy; Pseudo random dynamic test signal

1 引言

2006 年 Candes 等人[1,2]提出了压缩感知(CS)，建立了一种新型信号描述与处理的理论框架。CS 理论采用非自适应线性降维投影降低对稀疏信号的采样频率，突破了香农采样定理的极限，并通过不同的重构算法恢复原始信号[3,4]。目前 CS 信号处理的研究包括医疗成像[5]、光学成像[6]、无线通信[7]、雷达探测[8]、空天目标成像[9]和图像压缩融合[10]领域的图像重构、数据融合干扰抑制等方法，其核心为如何准确地重构原始信号。但是在信号处理中，很多情况不需要重构原始信号，而是要求对信号压缩采样值直接处理，检测信号特征值，即解决非重构信号检测问题。

在非重构信号检测方面，2010 年 Davenport 等人[11]首次提出了压缩检测(CM)理论，针对加性高斯白噪声下的二元假设检测问题，在信号 CS 域采用高斯测量矩阵建立了数字通信信号观测模型，直接

收稿日期：2016-04-28；改回日期：2016-09-30；网络出版：2016-11-16
*通信作者：王学伟 wangxw@mail.buct.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(51577006)，国网冀北电力有限公司电力科学研究院项目(8KE000M15015)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (51577006), The Power Research Institute Foundation of State Grid Jibei Electric Power Company Limited (8KE000M 15015)

对信号压缩采样值处理，实现了信号“有”或“无”的非重构检测[11]。2011 年刘冰等人[12]提出了雷达线性调频信号 CS 域数字特征的 CM 检测算法，采用高斯测量矩阵，实现雷达接收反射回波信号的“有”“无”检测。2012 年朱勇刚等人[13]提出了动态稀疏信号的 CM 检测方法,采用高斯测量矩阵直接在 CS 域提取信号的特征值，实现跳频信号的二元假设检测识别。2014 年涂思怡等人[14]针对认知无线网络通信信号，提出了非重构序贯压缩的随机信号 CM 检测算法，在加性高斯白噪声信道情况下，实现特定频段内通信信号的二元假设检测。目前 CM 方法均采用高斯测量矩阵实现非重构信号的检测，可解决二元信号的假设检测问题。

在 CS 测量矩阵研究方面，目前国内外已构造的 CS 测量矩阵主要分为两大类：(1)随机型测量矩阵，如：高斯测量矩阵、贝努利测量矩阵、亚高斯测量矩阵和混沌式滤波测量矩阵等[15]；(2)确定型测量矩阵，如：Toeplitz 矩阵、部分傅里叶矩阵、部分哈达玛矩阵等[15]。随机型测量矩阵的普适性好，但难以实现随机信号的量值准确检测；确定性测量矩阵普适性低，适合特定随机信号特征值的检测。

在采样功率电能测量方面，传统方法采用数字信号处理算法完成功率电能量值的测量，如：复化矩形测量算法和复化梯形测量算法等[16]。该方法可实现稳态信号的电能测量，不能解决随机动态测试信号电能量值的准确测量问题[17]。

概括上述国内外研究现况可知：(1)目前 CM 非重构信号检测方法仅解决了二元信号的假设检测的问题，不能解决伪随机动态测试信号量值的准确测量问题；(2)CM 非重构信号检测方法效果与 CS 测量矩阵的类型相关，目前 CM 检测方法均采用高斯测量矩阵，而高斯测量矩阵的缺点是信号测量准确度低；(3)国内外相关文献至今未见伪随机动态功率测试信号的电能量测量方法，因此无论在 CS 信号处理领域，还是在电能测量领域，伪随机动态测试信号的电能测量都是有待解决的具有挑战性的问题。

本文针对电能表动态误差测试的伪随机动态功率测试信号，首先分析动态测试信号的稀疏性，然后根据信号的稀疏性构造一种确定型 CS 测量矩阵，在此基础上，研究电能量压缩感知测量算法，解决伪随机动态功率测试信号的电能量值准确测量问题。

2 m 序列动态测试信号的稀疏性分析

2.1 m 序列动态功率测试信号的稀疏性分析

在本文的前期研究工作中，建立了 m 序列动态测试信号模型如式(1)：

$$u_s(t) = U\sin(\Omega_1 t + \varphi) \tag{1a}$$

$$i_d(t) = m(t)\cdot i_s(t) = I\sin\Omega_1 t \cdot\sum_{k=1}^{N}\left\{\sum_{i=1}^{n'} C_i m(k-i)(\bmod 2)\right\} g(t-kT) \tag{1b}$$

$$p_d(t) = i_d(t)\cdot u_s(t) = \frac{IU}{2}\left[\cos\varphi - \cos(2\Omega_1 t+\varphi)\right] \cdot\left[\sum_{k=1}^{N}\left\{\sum_{i=1}^{n'} C_i m(k-i)(\bmod 2)\right\} g(t-kT)\right] \tag{1c}$$

其中，$u_s(t)$ 为电压测试信号，$i_s(t)=I\sin(\Omega_1 t)$ 是稳态电流信号，$i_d(t)$ 为动态电流测试信号，$\Omega_1 = 2\pi f_1$ 为角频率，f_1 为工频频率；$\sum_{i=1}^{n'} C_i m(k-i)(\bmod 2)$ 与 $m(t)=\sum_{k=1}^{N} m(k)g(t-kT)$ 分别为 m 序列和 m 序列二元波形函数，n' 为 m 序列级数，$N=2^{n'}-1$ 为 m 序列长度；$g(t-kT)$ 为矩形窗函数，T 为函数 $m(t)$ 的码元宽度，也是稳态工频电压信号 $u_s(t)$ 的周期 $T=1/f_1$。

由 $p_d(t)=[m(t)\cdot i_s(t)]u_s(t)$ 的函数关系，推导 m 序列动态功率测试信号 $p_d(t)$ 的自相关函数 $R_d(\tau)$ 为

$$\begin{aligned} R_d(\tau) &= E[p_d(t)p_d(t+\tau)] \\ &= i_s(t)u_s(t)i_s(t+\tau)u_s(t+\tau)R_m(\tau) \end{aligned} \tag{2}$$

其中，$R_m(\tau)$ 为 m 序列自相关函数，式(3)表明根据 m 序列自相关函数 $R_m(\tau)$ 能够确定 m 序列动态功率测试信号 $p_d(t)$ 的自相关函数。

在 m 序列一个周期 T_m 内，函数 $m(t)$ 是平稳的随机过程，因此，可计算 $m(t)$ 的自相关函数：

$$\begin{aligned} R_m(\tau) &= \frac{1}{T_m}\int_0^{T_m} m(t)m(t+\tau)\mathrm{d}t \\ &= \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left[\left(1+\dfrac{1}{N}\right) - \dfrac{|\tau|(N+1)}{2NT}\right], & |\tau|\le T \\ \dfrac{1}{4}\left(1+\dfrac{1}{N}\right), & T\le|\tau|\le(N-1)T \end{cases} \end{aligned} \tag{3}$$

当 m 序列为 17 级时，$n'=17, N=2^{n'}-1$，则有

$$R_m(\tau) = \begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{|\tau|}{4T}\right)(1+\delta_1), & |\tau|\le T \\ \dfrac{1}{4}(1+\delta_1), & T\le|\tau|\le(N-1)T \end{cases} \tag{4}$$

式中，$|\delta_1|\le 7.6\times10^{-6}$，即误差项 δ_1 可忽略不计。

将式(4)、$u_s(t)$ 与 $i_s(t)$ 代入式(2)，整理得到 m 序列动态功率测试信号自相关函数 $R_d(\tau)$ 如式(5)：

$$R_d(\tau)=\begin{cases}\dfrac{I^2U^2}{4}\Big[\cos^2\varphi+\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\Omega_1\tau+2\varphi)\\ \quad -\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\Omega_1\tau)+\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\varphi)\\ \quad -\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t)-\dfrac{1}{2}\cos(4\Omega_1 t+2\Omega_1\tau+2\varphi)\\ \quad +\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1\tau)\Big]\Big[\Big(1-\dfrac{|\tau|}{2T}\Big)\Big],\quad |\tau|\le T\\ \dfrac{I^2U^2}{8}\Big[\cos^2\varphi+\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\Omega_1\tau+2\varphi)\\ \quad -\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\Omega_1\tau)+\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t+2\varphi)\\ \quad -\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1 t)-\dfrac{1}{2}\cos(4\Omega_1 t+2\Omega_1\tau+2\varphi)\\ \quad +\dfrac{1}{2}\cos(2\Omega_1\tau)\Big],\quad T\le|\tau|\le(N-1)T\end{cases}\tag{5}$$

由 Wiener-Khinchin 定理可知，m 序列动态功率测试信号的自相关函数与其功率谱是一对傅里叶变换，则对式(5)自相关函数作傅里叶变换，得到 m 序列动态功率测试信号功率谱密度为

$$\begin{aligned}S_d=&\mathcal{F}[R_d(\tau)]=\frac{I^2U^2\pi}{8}\Big[2\cos^2\varphi\cdot\delta(\Omega)+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(\Omega_1 t+\varphi)}\\ &\cdot\delta(\Omega+2\Omega_1)+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2\mathrm{j}(\Omega_1 t+\varphi)}\delta(\Omega-2\Omega_1)\\ &-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\Omega_1 t}\delta(\Omega+2\Omega_1)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\Omega_1 t}\delta(\Omega-2\Omega_1)\\ &+\cos(2\Omega_1 t+2\varphi)\delta(\Omega)-\cos(2\Omega_1 t)\delta(\Omega)\\ &-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(2\Omega_1 t+\varphi)}\delta(\Omega+2\Omega_1)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2\mathrm{j}(2\Omega_1 t+\varphi)}\\ &\cdot\delta(\Omega-2\Omega_1)+\frac{1}{2}\delta(\Omega-2\Omega_1)+\frac{1}{2}\delta(\Omega+2\Omega_1)\Big],\\ &T\le|\tau|\le(N-1)T\end{aligned}\tag{6a}$$

$$\begin{aligned}S_d=&\frac{I^2U^2\pi}{2}\Big[2\cos^2\varphi\cdot Sa^2(\Omega)+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(\Omega_1 t+\varphi)}\\ &\cdot Sa^2(\Omega+2\Omega_1)+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2\mathrm{j}(\Omega_1 t+\varphi)}Sa^2(\Omega-2\Omega_1)\\ &-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\Omega_1 t}Sa^2(\Omega+2\Omega_1)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\Omega_1 t}Sa^2(\Omega-2\Omega_1)\\ &+\cos(2\Omega_1 t+2\varphi)Sa^2(\Omega)-\cos(2\Omega_1 t)Sa^2(\Omega)\\ &-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(2\Omega_1 t+\varphi)}Sa^2(\Omega+2\Omega_1)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2\mathrm{j}(2\Omega_1 t+\varphi)}\\ &\cdot Sa^2(\Omega-2\Omega_1)+\frac{1}{2}Sa^2(\Omega-2\Omega_1)\\ &+\frac{1}{2}Sa^2(\Omega+2\Omega_1)\Big],\quad |\tau|\le T\end{aligned}\tag{6b}$$

式(6a)，式(6b)表明：m 序列动态功率测试信号只在 $\Omega=0,\Omega=\pm2\Omega_1$ 点有较大离散频率分量，这表明该测试信号在频域具有稀疏性，满足压缩检测的条件，可采用压缩感知方法进行电能量的测量。

3 m 序列动态功率测试信号电能量的压缩感知测量方法

3.1 压缩感知电能测量方法的系统模型

压缩感知(CS)理论表明：当原始信号(被处理信号) $\boldsymbol{x}\in R^N$ 在某个变换域是稀疏的，其稀疏度为 $k(k<N)$，可用一个与变换基不相关的观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}\in R^{M\times N}(M<N)$ 对原始信号进行投影，得到被处理信号的压缩采样值 $\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{y}$ 可保持被处理信号的特征值信息。该信号投影变换表示为

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}\tag{7}$$

式(7)中，$M\times N$ 测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 需满足限制等距特性(Restricted Isometry Property, RIP)。由于 $\boldsymbol{y}$ 保持了被处理信号的信息，因此，可通过设计检测算法直接处理 CS 域 $\boldsymbol{y}$ 采样值，完成信号特征参量值的测量。

本文将 m 序列动态功率测试信号 $\boldsymbol{p_d}$ 作为原始信号，通过测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 投影变换后，测量动态功率测试信号电能量值 E 的方法，可用压缩感知测量系统模型表示为

$$E=\boldsymbol{\Phi}\cdot\boldsymbol{p_d}\tag{8}$$

式(8)中，$\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{d}_{1\times N_m}}=[p_d(1),p_d(2),\cdots,p_d(n),\cdots,p_d(N_m)]$ 是对式(1c) $p_d(t)$ 进行离散化，采样频率为 $f_s=N_s/T$ 的 m 序列动态功率测试信号的离散形式：

$$\begin{aligned}p_d(n)=&\frac{IU}{2}[\cos\varphi-\cos(2\omega_1 n+\varphi)]\\ &\cdot\left[\sum_{k=1}^{N}\left\{\sum_{i=1}^{n'}C_i m(k-i)(\mathrm{mod}\,2)\right\}g(n-kT)\right]\end{aligned}$$

其中，数字频率 $\omega_1=\Omega_1/f_s=2\pi/N_s$，$N_s$ 是工频周期内的信号采样点数，N_m 是 m 序列动态测试信号周期 T_m 内的采样点数。

3.2 压缩感知测量矩阵的构建与电能量压缩感知测量算法

对于式(8)测量系统，本文采用系统稳态优化的方法构造一种确定型压缩感知测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$。首先将信号 $p_d(n)$ 中 $m(k)$ 置“1”，将 $\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{d}N_s\times1}=[p_d(n)]^{\mathrm{T}}$ 作为系统优化的稳态输入信号对系统进行优化，其次，采用矩阵 $\boldsymbol{h}_{1\times N_s}=[h(n)]$ 表示系统状态量，将式(8)的 CS 测量系统的输入输出关系表示为卷积的形式：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}=&\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{d}_{1\times N_s}}*\boldsymbol{h}_{1\times N_s}\\ =&\begin{bmatrix}h(1)&0&\cdots&0\\ h(2)&h(1)&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\ddots&\vdots\\ h(N_s)&h(N_s-1)&\cdots&h(1)\\ \vdots&\ddots&\ddots&\vdots\\ 0&0&\cdots&h(N_s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_d(1)\\ p_d(2)\\ \vdots\\ p_d(N_s)\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{9}$$

由式(9)可以得出压缩感知测量系统输出 $\boldsymbol{E}$ 与动态功率测试信号电能量值 E 的关系：

$$E=\max \boldsymbol{E}=\max\left(\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{d}_{1\times N_s}} * \boldsymbol{h}_{1\times N_s}\right)$$

$$=\left[h(N_s)\quad h(N_s-1)\quad \ldots\quad h(1)\right]\cdot\begin{bmatrix} p_d(1)\\ p_d(2)\\ \vdots\\ p_d(N_s)\end{bmatrix} \tag{10}$$

根据式(9)与式(10)之间的关系，可构造压缩感知测量矩阵的结构为

$$\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_s}=[\phi(n)]=\left[h\left(N_s-n+1\right)\right] \tag{11}$$

对于压缩感知测量矩阵的参数 $h(N_s-n+1)$，采用系统稳态优化方法获得。首先，对系统检测变量 $p_d(n)$、系统状态变量 $h(n)$ 的进行傅里叶变换

$$\begin{aligned}P_d(\omega)&=\sum_{n=1}^{N_s} p_d(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}\\&=\frac{IU}{2}\left[2\pi\cos\varphi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2\pi i)-\pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}\right.\\&\quad\cdot\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega+2\omega_1-2\pi i\right)-\pi\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}\\&\quad\left.\cdot\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-2\omega_1-2\pi i\right)\right]\end{aligned} \tag{12}$$

$$H(\omega)=\mathrm{DTFT}[h(n)]=\sum_{n=1}^{N_s}h(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n} \tag{13}$$

$$E(\omega)=\mathrm{DTFT}[E(n)]=\sum_{n=1}^{N_s}E(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n} \tag{14}$$

其次，由式(9)，式(12)，式(13)，式(14)建立检测系统输入与输出频域关系为

$$E(\omega)=P_d(\omega)H(\omega) \tag{15}$$

同时给出系统的频域性能指标及约束条件，满足压缩感知动态电能测量值 $E(\omega)$ 趋近理论电能量值 $E_0(\omega)$。

$$\begin{aligned}&J(\omega)=C_1\sum_{n=1}^{N_s}[E(\omega)-E_0(\omega)]+C_2\sum_{n=1}^{N_s}H^2(\omega),\\&\text{s.t.}\ \ \mathrm{DTFT}[E_0]=E_0\sum_{n=1}^{N_s}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}\\&\qquad=\frac{IUN_s}{2}\cos\varphi\sum_{n=1}^{N_s}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}\end{aligned} \tag{16}$$

其中，C_1, C_2 为常数。然后，根据稳态优化方法求性能指标 J 的极小值。

$$\frac{\partial J}{\partial H}=C_1P_d(\omega)+2C_2H(\omega)=0 \tag{17}$$

通过求解式(17)，得出测量矩阵的参数 $h(N_s-n+1)$ 的频域形式 $H(\omega)$。

$$\begin{aligned}H(\omega)&=-\frac{C_1}{2C_2}P_d(\omega)=-\frac{C_1}{2C_2}\cdot\frac{IU}{2}\left[2\pi\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}}{2}\right)\right.\\&\quad\cdot\sum_{i=1}^{+\infty}\delta(\omega-2\pi i)-\pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega+2\omega_1-2\pi i)\\&\quad\left.-\pi\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2\omega_1-2\pi i)\right]\end{aligned} \tag{18}$$

取 $H(\omega)$ 的 $\varphi=0$ 得

$$\begin{aligned}H(\omega)&=-\frac{C_1IU}{4C_2}\left[2\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-2\pi i\right)\right.\\&\quad-\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega+2\omega_1-2\pi i\right)\\&\quad\left.-\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-2\omega_1-2\pi i\right)\right]\end{aligned} \tag{19}$$

设式(19)中 $-\frac{C_1IU}{4C_2}=C$，其物理意义为常数，则

$$\begin{aligned}H(\omega)&=C\left[2\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2\pi i)\right.\\&\quad-\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega+2\omega_1-2\pi i)\\&\quad\left.-\pi\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2\omega_1-2\pi i)\right]\end{aligned} \tag{20}$$

最后，对式(20) $H(\omega)$ 进行傅里叶反变换得

$$h(n)=\mathrm{IDTFT}[H(\omega)]=C\left[1-\cos\left(2\omega_1 n\right)\right] \tag{21}$$

将式(21)代入式(11)整理得

$$\phi(n)=h\left(N_s-n+1\right)=C\left\{1-\cos\left[2\omega_1(n-1)\right]\right\} \tag{22}$$

式(22)给出压缩感知测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}=[\phi(n)]$ 的参数。由式(22)与式(11)我们构造得到一种确定型压缩感知测量矩阵，同时给出 m 序列动态功率测试信号的电能量压缩感知测量算法

$$\begin{aligned}E&=[\phi(n)]_{1\times N_m}\left\{\left[p_d(n)\right]^{\mathrm{T}}\right\}_{N_m\times 1}\\&=\left[\phi(1),\phi(2),\cdots,\phi\left(N_m\right)\right]\begin{bmatrix}p_d(1)\\p_d(2)\\\vdots\\p_d\left(N_m\right)\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{23}$$

3.3 压缩感知测量矩阵的 RIP 证明

Candes 给出 RIP 条件的等价条件为测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 与稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 之间的具有非相干特性[16]。因此本文通过证明所构建的压缩感知测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}$ 与稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 非相干，即 $\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}$ 满足 RIP 条件。

式(6a)，式(6b)动态测试功率信号的功率谱密度表示稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 为傅里叶变换基，即

$$\boldsymbol{\Psi}=\frac{1}{\sqrt{N_m}}\boldsymbol{W}_{N_m} \tag{24}$$

其中，$\boldsymbol{W}_{N_m}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \boldsymbol{W}_{N_m}^{1} & \cdots & \boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1} & \cdots & \boldsymbol{W}_{N_m}^{(N_m-1)(N_m-1)}\end{bmatrix}$为变换矩阵。

本文采用最小矩阵秩数的方法，证明测量矩阵$\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}$与稀疏基$\boldsymbol{\Psi}$非相干：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}\\ \boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1-\cos 2\omega_1 & \cdots & 1-\cos 2\omega_1(N_m-1)\\ 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \boldsymbol{W}_{N_m}^{1} & \cdots & \boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1} & \cdots & \boldsymbol{W}_{N_m}^{(N_m-1)(N_m-1)}\end{bmatrix} \tag{25}$$

$$\xrightarrow{\text{元 素 变 换}}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}\\ \boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ 0 & \cos 2\omega_1 & \cdots & \cos 2\omega_1(N_m-1)\\ 0 & 1-\boldsymbol{W}_{N_m}^{1} & \cdots & 1-\boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 1-\boldsymbol{W}_{N_m}^{N_m-1} & \cdots & 1-\boldsymbol{W}_{N_m}^{(N_m-1)(N_m-1)}\end{bmatrix} \tag{26}$$

式(26)中，$\mathrm{rand}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}\\ \boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}=N_m+1$，表明矩阵$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}\\ \boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}$为满秩矩阵。故本文构建的压缩感知测量矩阵$\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}$与稀疏基$\boldsymbol{\Psi}$之间满足非相干特性，即$\boldsymbol{\Phi}_{1\times N_m}$满足 RIP 性质，可作为压缩感知测量矩阵使用。

4 实验结果与分析

4.1 压缩感知测量方法实验结果与分析

为了验证 m 序列动态测试信号模型与 CS 检测系统模型的正确性，本实验研究采用 511 位 m 序列，调制 50 Hz 的工频稳态信号，得到 m 序列动态电流测试信号及动态功率测试信号波形如图 1 所示。对该测试信号进行离散采样，采样频率$f_s=10000$ Hz，获得离散动态电流测试信号，在两种情况下进行试验。

(1)实验分别采用不同的本原多项式系数产生 3 种 511 位单周期 m 序列动态功率测试信号，并计算在功率因数为 1 和 0.5 时，压缩感知测量方法测量 3 种 m 序列动态功率测试信号电能量E的误差δ，结果如表 1 所示。

(2)实验采用表 1 序号为 2 的本原多项式系数产生多周期 m 序列动态功率测试信号，并计算压缩感知测量方法测量多周期 m 序列动态功率测试信号电能量E的误差δ，结果如表 2 所示。

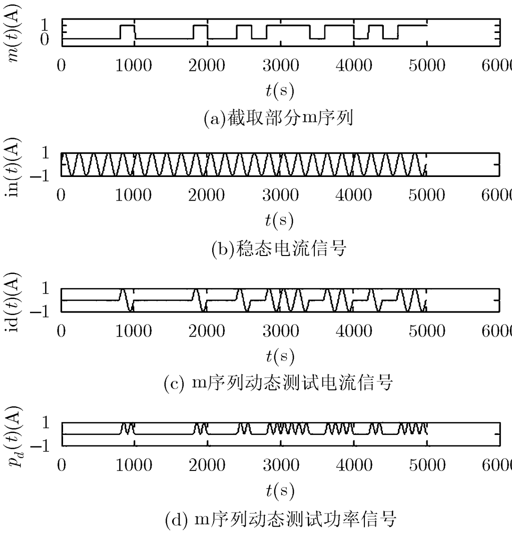

图1 m 序列动态测试信号波形实验仿真图

表 1 单周期 m 序列动态功率测试信号的测量误差

测试信号序号	m 序列本原多项式系数	功率因数	测量相对误差 δ
1	111110101	1.0	7.12e–14
2	110001101	1.0	7.03e–14
3	101001101	1.0	7.03e–14
4	111110101	0.5	7.60e–14
5	110001101	0.5	7.46e–14
6	101001101	0.5	7.46e–14

表 2 多周期 m 序列动态功率测试信号的测量误差

测试信号序号	m 序列周期个数	功率因数	误差 δ
1	2	1.0	3.55e–14
2	3	1.0	3.00e–14
3	4	1.0	5.89e–14
4	2	0.5	3.29e–13
5	3	0.5	1.62e–13
6	4	0.5	1.21e–13

由表 1、表 2 可以看出，对于 3 种不同的单周期 m 序列动态功率测试信号，以及 6 个多周期 m 序列动态功率测试信号，压缩感知测量方法测量电能量的理论误差优于1×10^{-12}。因此，压缩感知测量方法能够准确测量 m 序列动态功率测试信号的电能量。

4.2 对比传统采样功率电能测量方法的实验结果与分析

传统采样功率电能测量方法采用数字信号处理

算法完成功率电能量值的测量，其功率电能测量算法的表示为

$$P = \frac{1}{\sum_{n=0}^{K} \rho_n} \sum_{n=0}^{K} \rho_n p_d(n) \tag{27}$$

其中，当 $\rho_i = 1 (i = 0,1,\cdots,n-1)$ 且 $\rho_i = 0 (i = n)$ 时，对应于复化矩形公式； $\rho_i = \begin{cases} 1, & i = 0,n \\ 2, & i = 1,2,\cdots,n-1 \end{cases}$ 对应于复化梯形公式。表 3 给出参考文献[17]在正弦包络动态功率测试信号条件下，采用传统采样功率电能测量方法，测量动态功率测试信号的电能相对误差，其误差限为 1.35×10^{-2} 。

表 3 正弦包络工频信号实验的不确定度评估

监视仪表		测量值	理论值	相对误差(%)
标准表 B 监视值	功率值(W)	108.51	110.0	1.35
标准表 A 监视值	功率值(W)	108.46	110.0	1.35

由本文压缩感知测量方法表 1 和表 2 的准确度，与表 3 传统采样功率电能测量方法的测量误差对比表明：本文压缩感知测量方法的误差远小于传统采样功率电能测量方法的误差。

5 结束语

本文提出了一种 m 序列动态功率测试信号电能量的 CM 测量方法，证明了 m 序列伪随机动态功率测试信号的频域稀疏性。利用该测试信号频域稀疏性和稳态优化方法，构造了一种确定型 CS 测量矩阵，推导了伪随机动态电能值的 CM 测量算法，解决了伪随机动态功率测试信号电能量值的准确测量问题。通过对比传统采样功率电能测量方法表明：本文 CM 测量方法可显著减小动态功率测试信号的电能测量误差。在未来的研究中，将进一步研究三相畸变功率测试信号的结构化模型，以及相应的信号电能量值 CM 检测测量方法。

参 考 文 献

[1] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.

[2] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1651–1662.
JIAO Licheng, YANG Shuyuan, LIU Fang, *et al.* Development and prospect of compressive sensing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(7): 1651–1662.

[3] Castro R, Haupt J, and Nowak V. Active learning vs. compressive sampling[C]. SPIE Intelligent Integrated Microsystems, Defense and Security Symposium. Orlando, FL, USA, 2006: 6232: 623208–623208-8.

[4] Duarte M, Davenport M, Wakin M, *et al.* Sparse signal detection from incoherent projection[C]. IEEE International. Conference. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Toulouse, France, 2006: 305–308.

[5] Haldar J P, Hernando D, and Liang Z P. Compressed－sensing MRI with random encoding[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2011, 30(4): 893–903.

[6] 孙玉宝, 李欢, 吴敏, 等. 基于图稀疏正则化多测量向量模型的高光谱压缩感知重建[J].电子与信息学报, 2014, 36(12): 2942–2948. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00566.
SUN Yubao, LI Huan, WU Min, *et al.* Compressed sensing reconstruction of hyper spectral image using the graph sparsity regularized multiple measurement vector model[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(12): 2942–2948. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00566.

[7] 黄海平, 陈九天, 王汝传, 等. 无线传感器网络中基于数据融合树的压缩感知算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(10): 2364–2369. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01621.
HUANG Haiping, CHEN Jiutian, WANG Ruchuan, *et al.* Compressed sensing algorithm based on data fusion tree in wireless sensor networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(10): 2364–2369. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01621.

[8] 朱晓华. 一种稳健的盲稀疏度压缩感知雷达目标参数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(4): 960–966. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01007
ZHU Xiaohua. A robust blind sparsity target parameter estimation algorithm for compressive sensing radar[J]. *Journal of Electronics &Information Technology*, 2014, 36(4): 960–966. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01007.

[9] 刘海涛, 张智美, 成玮, 等. 联合压缩感知与干扰白化的脉冲干扰抑制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(8): 1367–1373.
LIU Haitao, ZHANG Zhimei, CHENG Wei, *et al.* Implulse interference mitigation mention based on joint compressed sensing and whitening of interference[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2015, 41(8): 1367–1373.

[10] 任越美, 张艳宁, 李映, 等. 压缩感知及其图像处理应用研究进展与展望[J]. 自动化学报, 2014, 40(8): 1563–1575.
REN Yuemei, ZHANG Yaning, LI Ying, *et al.* Advances and perspective on compressed sensing and application on image processing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(8): 1563–1575.

[11] LU W, LIU Y Z, and WANG D S. Efficient feedback scheme based on compressed sensing in MIMO wireless networks[J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2013, 39(6): 1587–1600.

[12] 刘冰, 付平, 孟升卫. 基于采样值数字特征的压缩感知信号检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(3): 577–582.
LIU Bing, FU Ping, and MENG Shengwei, Compressive sensing signal detection method base on numerical characteristics of sampling value[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, 32(3): 577–582.

[13] 朱勇刚, 李永贵, 郭明. 基于非重构压缩采样的动态稀疏信号快速检测技术研究[J]. 计算机工程与科学, 2012, 34(4): 123–127.
ZHU Yonggang, LI Yonggui, and GUO Ming. Fast detection of the dynamic sparse signals based on compressive sampling without signal recovery[J]. *Computer Engineering & Science*, 2012, 34(4): 123–127.

[14] 涂思怡, 宋晓勤, 朱勇刚, 等. 认知无线网络中基于非重构序贯压缩的随机信号检测算法与分析[J]. 信号处理, 2014, 30(2): 205–213.
TU Siyi, SONG Xiaoqin, ZHU Yonggang, *et al*. Detection of random signal based on unreconstructed sequential compressive sensing and its analysis in cognitive wireless network[J]. *Journal of Signal Processing*, 2014, 30(2): 205–213.

[15] 王学伟, 崔广伟, 王琳, 等. 基于平衡Gold序列的压缩感知测量矩阵的构造[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(1): 97–102.
WANG Xuewei, CUI Guangwei, WANG Lin, *et al.* Construction of measurement matrix in compressed sensing based on balanced Gold sequence[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(1): 97–102.

[16] 王学伟. 模拟、数字及混合采样功率测量的理论与误差研究[D]. [博士论文], 哈尔滨理工大学, 2002.
WANG Xuewei. Research on theory and error of analog digital and mixed sampling power measurement[D]. [Ph.D. dissertation], Harbin University of Science and Technology, 2002.

[17] 郑荐中, 陆祖良, 李敏. 电能表动态特性实验研究[J]. 电测与仪表, 2011, 48(3): 1–7.
ZHENG Jianzhong, LU Zuliang, and LI Min. Experimental research for dynamic characteristic of electrical energy meter[J]. *Electrical Measurement & Instrumentation* 2011, 48(3): 1–7.

王学伟： 男，1958 年生，教授、博士生导师，主要研究方向为现代信号处理、压缩感知信号处理、电力载波通信技术、智能检测技术等.

董晓璇： 女，1990 年生，硕士生，研究方向为现代信号处理与检测、压缩感知.