

基于成对用户大规模 MIMO 两跳中继系统的最优能效设计

王毅* 林艳 黄永明 李春国 杨绿溪
(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

摘要: 该文针对成对用户大规模MIMO中继系统,研究了最优能效准则下的系统参数设计。在中继采用最大比合并/最大比发射(MRC/MRT)预编码方案下,借助于大数定律,推导出能效函数关于用户发射功率、中继发射功率和中继天线数的解析表达式。根据能效函数性质,分别证明了全局最优发射向量和最优天线数的存在性和唯一性。为了求解最优发射功率,利用分数规划,将原优化问题转换为等价的减法形式,进而提出一种新的低复杂度迭代优化算法,并求得最优发射功率的闭合解。对于最优天线数,则利用Lambert W函数,得到了能效最大时的最优天线数闭合解。通过数值仿真,验证了所提功率优化算法以极少迭代次数取得了接近最优算法的性能,并验证了所给出的最优天线数闭合解的精确性。

关键词: 大规模多输入多输出;两跳中继;能效;发射功率;天线数

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)01-0001-08

DOI: 10.11999/JEIT160245

Optimal Energy-efficient Design for Two-hop Massive MIMO Relaying Systems with Multi-pair Users

WANG Yi LIN Yan HUANG Yongming LI Chunguo YANG Luxi
(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The optimal system design based on maximizing the Energy Efficiency (EE) is investigated for the multi-pair massive Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) relaying system. By virtue of the law of large numbers, an analytical expression of the involved EE function is derived with respect to the transmit power at the users and the relay, and the antenna number of the relay, when the Maximum Ratio Combining Maximum Ratio Transmission (MRC/MRT) precoding is adopted at the relay. The existences of a unique globally optimal transmit power vector and a unique globally optimal antenna number at relay are demonstrated separately by exploring the properties of the EE function. In order to obtain the optimal transmit power vector, the original fractional optimization problem is first transformed into an equivalent subtractive form by using the properties of fractional programming. Then, a low-complexity iterative algorithm is developed and the closed-form solution is deduced. Regarding the optimal number of relay antennas, a closed-form solution is also achieved by use of the Lambert W function. Numerical simulations show that the proposed power optimization algorithm converges to a near optimal solution only with a few numbers of iterations and the provided closed-form solution to the optimal number of relay antennas is also accurate.

Key words: Massive MIMO; Two-hop relay; Energy Efficiency (EE); Transmit power; Number of antennas

1 引言

近些年来,为满足用户多样化业务和高速率数据业务需求的高速增长,无线通信系统中的功耗也随之急剧上升,由此带来的大量温室气体排放以及

对环境和经济的影响,越来越受到全社会的关注^[1,2]。因此,传统以追求高频谱效率^[3,4]为目标的系统设计逐渐转变为以追求高能效^[5-7](同时考虑频谱效率与功耗)为目标的绿色通信方案,并且绿色通信已成为未来无线通信系统的主流^[8]。值得注意的是,新近提出的大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)技术通过在基站部署比现有多天线系统中天线数高若干数量级的天线阵列^[9],可以带来许多较之传统 MIMO 系统完全不同的物理特性和性能优势^[10,11]。诸如,随着天线数骤增,不同用户间的信道满足渐进正交性,使得线性处理便可近乎完美地消除用户间干扰,从而大大提升复用增益;

收稿日期: 2016-03-17; 改回日期: 2016-08-03; 网络出版: 2016-10-09

*通信作者: 王毅 yiwang@seu.edu.cn

基金项目: 国家863计划项目(2015AA01A703), 国家自然科学基金(61372101, 61271018, 61671144), 江苏省科技计划项目(BE2015156), 江苏省高校自然科学研究面上项目(16KJB510008)

Foundation Items: The National 863 Program of China (2015AA01A703), The National Natural Science Foundation of China (61372101, 61271018, 61671144), Research Project of Jiangsu Province (BE2015156), The Natural Science Research Project of Jiangsu Province for Colleges and Universities (16KJB510008)

额外丰富的自由度可用来进行良好的信号赋形, 以极低峰均比甚至恒包络进行信号发射; 巨大阵列增益使得每根天线以极低发射功率工作, 从而系统能效可提升若干数量级等等^[9-11]。因此, 大规模 MIMO 技术具有提升系统频谱效率和能效若干数量级的潜力, 并已成为 5G 关键技术之一^[12]。

与此同时, 多用户中继通信系统作为未来异构网络中的重要组成部分而得到了广泛研究^[13]。然而, 多用户干扰却成为影响其性能的主要瓶颈^[14]。针对该问题, 业界也进行了较多探索, 诸如, 不同用户间分配正交时频资源^[15], 联合优化预编码与接收机设计^[16]等。然而, 上述方案会导致较低的频谱利用率, 或过高的预编码/接收机复杂度而难于实现。考虑到大规模 MIMO 技术中简单线性处理即可获得较好的多用户干扰消除性能, 文献[17]首次提出将大规模 MIMO 引入单向中继节点, 用以有效对抗多用户干扰来提升系统容量。该文献分析了在中继采用不同预编码方案下, 当天线数趋于无穷时, 系统的和容量极限。文献[18]和文献[19]则采用类似文献[17]的方法, 分析了大规模 MIMO 双向中继系统中的容量极限。文献[20]在文献[19]的基础上, 从大维但有限天线数的实际角度出发, 推导出系统的速率下界闭合表达式。然而, 现有针对大规模 MIMO 中继系统的研究都将主要焦点放在了其频谱效率性能分析上。对于大维天线所产生的电路功耗, 特别是对系统能效的影响目前尚未有研究。特别是, 在大规模 MIMO 中继系统中, 用户和中继发射功率、天线数等重要参数在以能效为目标的方案设计中更未曾出现。

基于上述分析, 本文针对成对用户大规模 MIMO 中继系统, 以最大化能效为目标进行系统参数设计, 包括用户和基站发射功率以及中继天线数等参数。假设中继获取理想信道信息, 且采用最大比合并/最大比发射(MRC/MRT)预编码方案。首先, 借助于大数定律推导出能效函数解析表达式。再根据目标函数的性质, 证明了全局最优发射功率和天线数的存在性和唯一性。对于最优发射功率的求解, 利用分数规划的性质, 将原始的分式最优化问题转换为减式形式, 进而提出一种新的低复杂度迭代算法, 并且给出了最优发射功率的闭合形式解。对于最优发射天线数, 则借助于 Lambert W 函数, 获得了其闭合形式解。数值仿真结果验证了本文所给出的功率优化算法和最优天线数闭合解的有效性。

2 系统模型与问题描述

考虑如图 1 所示的多用户大规模 MIMO 中继两跳系统。该系统由 K 对单天线用户和一个配置大规模天线阵列的中继所组成, 且天线数为 N 。典型情况下, $N \gg K \geq 1$ ^[17]。假设由于每对用户之间路径损耗较大, 两者之间不存在直达路径, 因此, K 个源用户必须通过中继将信息传递至对应的 K 个目的用户。整个传输过程由两跳完成, 且 K 对用户共享时频资源。

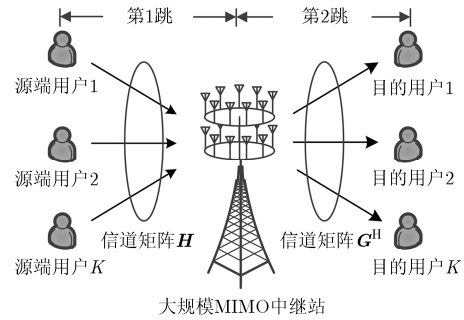


图 1 成对用户大规模 MIMO 两跳中继系统示意图

在第 1 跳时, 所有源用户发送信号至中继, 则中继接收信号为

$$\mathbf{r} = \sqrt{\rho_s} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}_r \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_K]^T$ 表示所有源用户的发射信号向量, 且 $\mathbb{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = \mathbf{I}_K$; ρ_s 表示每个源用户的平均发射功率^[17-20]; $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_K] \in \mathbb{C}^{N \times K}$, $\mathbf{h}_k$ 为第 k 个源用户到中继的信道向量, 且 $\mathbf{h}_k = \sigma_{h_k} \bar{\mathbf{h}}_k$, σ_{h_k} 为大尺度衰落因子, $\bar{\mathbf{h}}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_N)$ 则为信道快衰落系数; $\mathbf{n}_r \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_r^2 \mathbf{I}_N)$ 表示中继处的加性高斯白噪声。由于用户地理位置的分散性, 所以不同用户之间的信道向量是相互统计独立的。

在第 2 跳时, 中继先将接收信号 $\mathbf{r}$ 进行线性处理, 得到转发信号 $\mathbf{t}$,

$$\mathbf{t} = \mathbf{V} \mathbf{r} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 表示线性预编码矩阵, 且满足中继平均总发射功率约束 ρ_r , 即

$$\text{Tr}(\mathbb{E}\{\mathbf{t}\mathbf{t}^H\}) = \text{Tr}(\mathbf{V}(\rho_s \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_r^2 \mathbf{I}_N) \mathbf{V}^H) = \rho_r \quad (3)$$

此后, 中继将信号 $\mathbf{t}$ 通过第 2 跳信道 $\mathbf{G}^H$ 广播至所有目的用户, 则第 k 个目的用户的接收信号为

$$y_k = \sqrt{\rho_s} \mathbf{g}_k^H \mathbf{V} \mathbf{h}_k x_k + \sqrt{\rho_s} \sum_{i \neq k} \mathbf{g}_k^H \mathbf{V} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{g}_k^H \mathbf{V} \mathbf{n}_r + n_k \quad (4)$$

其中, $\mathbf{G}^H = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_K]^H \in \mathbb{C}^{K \times N}$, $\mathbf{g}_k^H = \sigma_{g_k} \bar{\mathbf{g}}_k^H$, 且其各项含义与第 1 跳信道矩阵类似, 这里不再赘述。 $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$ 表示目的用户所受到的加性高斯

白噪声。

假设中继可以获得理想的信道信息 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{G}$ [19,20]，并采用最大比合并/最大比发送(MRC/MRT)方案对接收信号进行预处理，即先将接收到的信号进行 MRC 接收，再进行 MRT 预编码。因此，中继转发矩阵为 $\mathbf{V} = \sqrt{\xi} \mathbf{G} \mathbf{H}^H$ ， ξ 为功率约束因子，以保证式(3)中的发射总功率约束。因此， $\xi = \rho_r / \theta$ ，且

$$\theta = \text{Tr}(\rho_s (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^2 \mathbf{G}^H \mathbf{G} + \sigma_r^2 \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{G}^H \mathbf{G}) \quad (5)$$

此时，第 k 个目的用户的瞬时接收信噪比为

$$\gamma_k = A_k / (B_k + C_k + \theta \sigma_n^2 / \rho_r \rho_s) \quad (6)$$

其中， $A_k = |\mathbf{g}_k^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{h}_k|^2$ 表示有效接收信号功率， $B_k = \sum_{i \neq k}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{h}_i|^2$ 表示用户间的干扰信号功率， $C_k = \sigma_r^2 \|\mathbf{g}_k^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H\|^2 / \rho_s$ ，且 $C_k + \theta \sigma_n^2 / \rho_r \rho_s$ 表示两个跳中所累加的加性噪声功率。从而，可以得到第 k 个目的用户的平均频谱效率为

$$S_k = \mathbb{E}\{0.5 \log_2(1 + \gamma_k)\} \quad (7)$$

其中，常数 0.5 用以表示所占用的两跳时隙资源因子。最终，系统的和频谱效率为 $S = \sum_{k=1}^K S_k$ 。

系统的总功耗主要包括各节点的发射功耗和电路功耗两部分 [5-7]，发射功耗表示为达到一定频谱效率所消耗的功率，电路功耗表示维持系统正常运转时的各电路模块功耗。因此，该系统的总功耗为

$$P = K(\mu_s \rho_s + P_s) + \mu_r \rho_r + N P_r \quad (8)$$

其中， $\mu_s \geq 1$ 表示源用户发射机功放的功率转换因子， P_s 表示源端用户每根天线上的电路功耗， $\mu_r \geq 1$ 表示中继站发射机功放的功率转换损失因子， P_r 则表示中继站每根天线上的固定电路功耗。

如何在传输过程中以最少的功率消耗来获得最大的频谱效率，这是绿色通信的主要目标。因此，定义能效函数为系统总的平均频谱效率与平均功率消耗的比值 [6,7]。

$$\text{EE} = S/P \quad (9)$$

综合式(7)~式(9)可以看到，源用户发射功率 ρ_s 、中继发射功率 ρ_r 和中继天线数 N 都作为重要的系统参量而直接影响能效值。因此，在下一节中，将从能效最大化目标出发，分别设计最优系统参数。

3 能效资源优化

3.1 能效解析表达式

为了获得式(9)中能效解析表达式，需要推导式(7)中的频谱效率，而期望运算通常是难于精确获得的。此处，借助大数定律对式(7)进行简化，以求得

其近似解析表达式，有如下定理 1。

定理 1 当中继站在理想信道信息下采用 MRC/MRT 预编码时，第 k 个目的用户的频谱效率可近似表示为

$$S_k \approx \bar{S}_k = 0.5 \log_2(1 + \bar{A}_k / \bar{B}_k + \bar{C}_k + \bar{F}_k) \quad (10)$$

其中，

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_k &= (N^2 + 2N + 1) \sigma_{g_k}^4 \sigma_{h_k}^4 + \sum_{i=1, i \neq k}^K \sigma_{g_k}^2 \sigma_{g_i}^2 \sigma_{h_i}^2 \sigma_{h_k}^2 \\ \bar{B}_k &= \sum_{i=1, i \neq k}^K \left[(N+1) (\sigma_{g_k}^4 \sigma_{h_k}^2 \sigma_{h_i}^2 + \sigma_{g_k}^2 \sigma_{g_i}^2 \sigma_{h_i}^4) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1, j \neq i, k}^K \sigma_{g_k}^2 \sigma_{g_j}^2 \sigma_{h_j}^2 \sigma_{h_i}^2 \right] \\ \bar{C}_k &= \frac{\sigma_r^2}{\rho_s} \left[(N+1) \sigma_{g_k}^4 \sigma_{h_k}^2 + \sum_{i=1, i \neq k}^K \sigma_{g_k}^2 \sigma_{g_i}^2 \sigma_{h_i}^2 \right] \\ \bar{F}_k &= \frac{\sigma_n^2}{\rho_r \rho_s} \sum_{i=1}^K \left\{ \rho_s \left[(N+1) \sigma_{h_i}^4 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{j=1, j \neq i}^K \sigma_{h_j}^2 \sigma_{h_i}^2 \right] + \sigma_r^2 \sigma_{h_i}^2 \right\} \sigma_{g_i}^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

证明 将 $\mathbf{G} \mathbf{H}^H = \sum_{j=1}^K \mathbf{g}_j \mathbf{h}_j^H$ 代入式(6)中各项可以得到

$$\left. \begin{aligned} A_k &= \left| \sum_{j=1}^K \mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_k \right|^2 \\ B_k &= \sum_{i=1, i \neq k}^K \left| \sum_{j=1}^K \mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_i \right|^2 \\ C_k &= \frac{\sigma_r^2}{\rho_s} \sum_{j=1}^K \sum_{l=1}^K \mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{g}_k \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由式(12)可以看到，这 3 项都是由若干独立同分布的复高斯随机向量相乘后再相加得到。根据文献[20]中大数定律，设 $\mathbf{p} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_p^2 \mathbf{I}_N)$ 和 $\mathbf{q} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_q^2 \mathbf{I}_N)$ 均为 $N \times 1$ 维独立随机向量，则可以得到 $\mathbf{p}^H \mathbf{q} / N \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0$ ，当 $\mathbf{p} \neq \mathbf{q}$ ； $\mathbf{p}^H \mathbf{q} / N \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} \sigma_p^2$ ，当 $\mathbf{p} = \mathbf{q}$ (13)

式(13)表明当 $N \rightarrow \infty$ 时，若 $\mathbf{p} = \mathbf{q}$ ，则 $\mathbf{p}^H \mathbf{q}$ 数量级为 $o(N)$ ；若 $\mathbf{p} \neq \mathbf{q}$ ，则数量级为 $o(1)$ 。因此，对于式(12)中的乘积求和项，通过保留数量级较大的项并舍去数量级较小的交叉项，可以得到

$$\left. \begin{aligned} A_k &\approx \tilde{A}_k = \sum_{j=1}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j|^2 |\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_k|^2 \\ B_k &\approx \tilde{B}_k = \sum_{i=1, i \neq k}^K \sum_{j=1}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j|^2 |\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_i|^2 \\ C_k &\approx \tilde{C}_k = \frac{\sigma_r^2}{\rho_s} \sum_{j=1}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_j|^2 \|\mathbf{h}_j\|^2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

通过类似的方法,可以得到式(5)中 θ 的近似表达式为

$$\theta \approx \tilde{\theta} = \rho_s \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K |\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j|^2 \|\mathbf{g}_i\|^2 + \sigma_r^2 \|\mathbf{h}_i\|^2 \|\mathbf{g}_i\|^2 \quad (15)$$

进一步可以发现,式(14)和式(15)中各项均是由非负随机变量的求和所构成,并且这些非负随机变量的个数与天线数和用户数有关。因此,根据文献[21]中引理1,可以得到频谱效率近似表达式为

$$S_k \approx \bar{S}_k = 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{\mathbb{E}\{\tilde{A}_k\}}{\mathbb{E}\{\tilde{B}_k + \tilde{C}_k + \tilde{\theta} \sigma_n^2 / \rho_r \rho_s\}} \right) \quad (16)$$

最后,利用复高斯随机向量的乘积以及Gamma分布随机变量的统计特性^[22],直接计算式(16)中的分子分母项,并约去公因子 N^2 ,便可得到 $\bar{A}_k$, $\bar{B}_k$, $\bar{C}_k$ 和 $\bar{F}_k$ 的表达式。证毕

虽然定理1给出了频谱效率的闭合表达式,但该表达式中主要与信道的大尺度统计信息相关。为了便于后续分析和设计,假设系统采用一定调度方案,将发端和收端具有相同或相近大尺度衰落信息的用户调度在同一时频资源上进行传输,即 $\sigma_{h_k} = \sigma_h$, $\sigma_{g_k} = \sigma_g$, $\forall k$ ^[20]。这种用户调度方式在现行的蜂窝通信体制中也是较为常见的,由此可以避免因用户位置差距较大而带来的远近效应。

因此,将上述条件代入式(10)和式(11),并结合条件 $N \gg K \geq 1$,可进一步化简得到

$$S \approx \bar{S} = \sum_{k=1}^K \bar{S}_k = \frac{K}{2} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_r \gamma_s (N+2)}{2(K-1)\gamma_r \gamma_s + \gamma_r + K\gamma_s} \right) \quad (17)$$

其中, $\gamma_r = \rho_r \sigma_g^2 / \sigma_n^2$, $\gamma_s = \rho_s \sigma_h^2 / \sigma_r^2$ 。利用式(17),可以得到能效函数的近似解析表达式为 $EE = \bar{S}/P$ 。

3.2 基于最优的系统参数设计

3.2.1 最优发射功率组合 本节将针对源用户发射功率和中继发射功率两个系统参量,以最大化能效函数为目标,求解功率组合最优解。因此,建立如式(18)所示的最大化能效的功率分配优化模型。

$$(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}}) = \arg \max_{\rho_r, \rho_s \geq 0} EE(\rho_r, \rho_s) \quad (18)$$

由于目标函数 $EE(\rho_r, \rho_s)$ 是两个函数相除的形式,因而其通常都是非凸的。通过分析,可以证明全局最优发射功率的存在性和唯一性。首先,给出引理1。

引理1 对于能效函数 $EE(\rho_r, \rho_s)$:(1)给定中继发射功率 ρ_r 时,它关于 ρ_s 是严格拟凹的,且能效函数随着 ρ_s 是先严格单调增再严格单调减的;(2)给定源端发射功率 ρ_s 时,它关于 ρ_r 是严格拟凹的,且能

效函数随着 ρ_r 也是先严格单调增再严格单调减的。证明过程参考文献[5]中定理2证明过程以及文献[6]引理2中关于单变量函数拟凹性条件。

进一步,通过引理1可以得到关于全局最优发射功率的存在性和唯一性推论。

推论1 能效函数关于 (ρ_r, ρ_s) 是联合拟凹的,并存在唯一的全局最优解 $(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}})$,且满足:

$$\rho_s^{\text{opt}} = \sqrt{\mu_r \sigma_g^2 \sigma_r^2 / \mu_s \sigma_n^2 \sigma_h^2 K^2} \rho_r^{\text{opt}} \quad (19)$$

证明 根据文献[23]中引理1中关于联合拟凹函数的定义及类似证明方法,可直接判断能效函数关于 (ρ_r, ρ_s) 为严格拟凹的。对于严格拟凹函数,如果存在一个局部最优解,则该局部最优点即为全局最优解^[22]。假设存在最优发射功率向量 $(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}})$,根据引理1,最优功率满足:

$$\left. \frac{\partial EE}{\partial \rho_r} \right|_{(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}})} = 0, \quad \left. \frac{\partial EE}{\partial \rho_s} \right|_{(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}})} = 0 \quad (20)$$

将式(20)中的具体求导表达式代入后,并令两式相等,化简后即可得到式(19)所示关系。将式(19)对应的最优功率向量组合代入能效函数 $EE(\rho_r, \rho_s)$,转化为关于单变量 ρ_r^{opt} 的函数形式 $EE(\rho_r^{\text{opt}})$ 。根据引理1可知,有且仅有一个最优解 ρ_r^{opt} 使得能效函数 $EE(\rho_r^{\text{opt}})$ 最大。证毕

尽管式(19)给出了最优发射功率组合所满足的常系数线性关系,但要直接求解问题式(18)甚至获得该问题的闭式解却是困难的。此时,利用式(19)先将式(18)转化为关于单变量 ρ_r 的优化问题,如式(21)所示

$$\begin{aligned} \rho_r^{\text{opt}} &= \arg \max_{\rho_r \geq 0} EE(\rho_r) \\ &= \frac{\frac{K}{2} \log_2 \left(1 + \frac{\phi \gamma_r (N+2)}{2(K-1)\phi \gamma_r + 1 + K\phi} \right)}{K(\mu_s \varphi \rho_r + P_s) + \mu_r \rho_r + N P_r} \end{aligned} \quad (21)$$

其中,

$$\varphi = \sqrt{\mu_r \sigma_g^2 \sigma_r^2 / \mu_s \sigma_n^2 \sigma_h^2 K^2}, \quad \phi = \sqrt{\mu_r \sigma_n^2 \sigma_h^2 / \mu_s \sigma_g^2 \sigma_r^2 K^2}$$

根据引理1中能效函数关于 ρ_r 的严格先增后减变化规律,可以利用文献[23]中的梯度辅助二分搜索(Gradient Assisted Binary Search, GABS)算法来求解 ρ_r^{opt} ,只需将该算法中的目标函数换成此处的能效函数即可。然而,GABS算法中需要求导运算且只具有线性收敛速率^[23],且收敛速度与步长和初值选取有着较大的关系。更为重要的是,数值求解算法通常无法得到最优解的闭合形式。

因此,利用分数规划性质^[24,25],可将优化问题式(20)转换为等价的减法形式,如引理2所述。

引理2 设最优能效 $\eta^{\text{opt}} = \bar{S}(\rho_r^{\text{opt}}) / P(\rho_r^{\text{opt}}) =$

$\arg \max_{\rho_r \geq 0} \bar{S}(\rho_r)/P(\rho_r)$ ，则当且仅当式(22)满足时，

$$\begin{aligned} & \arg \max_{\rho_r \geq 0} \bar{S}(\rho_r) - \eta^{\text{opt}} P(\rho_r) \\ & = \bar{S}(\rho_r^{\text{opt}}) - \eta^{\text{opt}} P(\rho_r^{\text{opt}}) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

可以获得原优化问题相同的最优功率值 $(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}})$ 和最优能效值 η^{opt} 。

利用引理 2，本文利用一种低复杂度且具有超线性收敛速率的迭代算法(又称 Dinkelbach 算法^[24,25])，交替迭代求得最优能效值和最优功率，算法流程如下所示。

步骤 1 输入初始化参数： $\eta^{(0)} \geq 0$ ， $m = 0$ ， $\varepsilon_1 > 0$ ；

步骤 2 **Repeat**；

步骤 3 给定 $\eta^{(m)}$ ，求解优化问题 $\arg \max_{\rho_r \geq 0} \bar{S}(\rho_r)$

$-\eta^{(m)} P(\rho_r)$ ，获得最优解 $\rho_r^{(m)}$ ；

步骤 4 $\eta^{(m+1)} = \bar{S}(\rho_r^{(m)})/P(\rho_r^{(m)})$ ， $m=m+1$ ；

步骤 5 **Until** $|\bar{S}(\rho_r^{(m-1)}) - \eta^{(m-1)} P(\rho_r^{(m-1)})| \leq \varepsilon_1$ ；

步骤 6 输出最优功率组合 $(\rho_r^{\text{opt}}, \rho_s^{\text{opt}}) = (\rho_r^{(m)}, \rho_s^{(m)})$ ；

$$\rho_r^{\text{opt}} = \sqrt{\frac{[(4K+N-2)(1+\xi)]^2 + 8\left(1 - \frac{1}{K}\right)\left(2 + \frac{N}{K}\right)\left[\frac{\xi\sigma_g^2(N+2)(1+\xi)}{2\eta\ln 2\sigma_n^2(\omega\mu_s + \mu_r)} - (1+\xi)^2\right] - (4K+N-2)(1+\xi)}{4(1-1/K)(2+N/K)\nu}} \quad (25)$$

由以上分析可知，在大规模 MIMO 中继系统中，可根据中继与用户间的大尺度信息，对用户功率进行自适应分配，以达到系统的能效最优。并且，所提算法中只需要简单的标量计算，算法复杂度很低。

3.2.2 最优天线数 由于天线数通常为整数，对于最大化能效下的天线数优化不便求解。此处，先将天线数 N 释放为一个正的实数变量。从而，关于能效最大化时的最优天线数，有定理 2。

定理 2 当电路功耗与发射功耗量级相当不可忽略时，能效函数关于天线数 N 是严格拟凹的，且能效值随 N 的增加先严格单调增再严格单调减。此时，存在唯一的全局最优天线数，具有式(26)所示闭合形式。

$$\begin{aligned} N^{\text{opt}} &= \arg \max_{N>0} \text{EE}(N) \\ &= \left(e^{W((\alpha\beta - 2\alpha P_r - P_r)/eP_r) + 1} - 2\alpha - 1 \right) / \alpha \end{aligned} \quad (26)$$

其中， $\alpha = \gamma_r \gamma_s / (2(K-1)\gamma_r \gamma_s + \gamma_r + K\gamma_s)$ ， $\beta = K(\mu_s \rho_s + P_s) + \mu_r \rho_r$ 。 $W(\cdot)$ 则表示 Lambert W 函数^[7]，其定义为关于函数 w 的方程 $\vartheta = we^w$ ，其解可以表示为 $w = W(\vartheta)$ 。证明过程参考文献[7]中引理 2。

$\rho_r^{(m)})$ 和最优能效值 $\eta^{\text{opt}} = \eta^{(m)}$ 。

上述算法的收敛性及超线性收敛速率的证明可参见文献[24,25]。

至此，最优发射功率优化问题的核心在于给定 η ，求解如式(23)所示问题：

$$\arg \max_{\rho_r \geq 0} \bar{S}(\rho_r) - \eta P(\rho_r) \quad (23)$$

根据引理 1，利用标准的凸优化方法，最优中继发射功率需满足式(24)中目标函数关于 ρ_r 的导数等于 0。通过直接推导和化简后可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{2(K-1)(2K+N)\nu^2}{K^2} \rho_r^2 + (4K+N-2) \\ & \cdot (1+\xi)\nu\rho_r + (1+\xi)^2 - \frac{\nu(N+2)(1+\xi)}{2\eta\ln 2(\omega\mu_s + \mu_r)} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

其中， $\xi = \sqrt{\mu_r \sigma_n^2 \sigma_h^2 / \mu_s \sigma_g^2 \sigma_r^2}$ ， $\omega = \sqrt{\mu_r \sigma_g^2 \sigma_r^2 / \mu_s \sigma_n^2 \sigma_h^2}$ 和 $\nu = \sqrt{\mu_r \sigma_h^2 \sigma_g^2 / \mu_s \sigma_r^2 \sigma_n^2}$ ，这 3 个参数均与功放损耗因子、大尺度衰落因子和噪声功率等统计信息有关。从而，可以得到中继最优发射功率的闭式解为

上述定理中给出的最优天线数通常情况下是非整数值，然而根据能效随天线数的变化趋势可知，只需取与最优天线数最接近的整数即可。在实际系统中，Lambert W 函数值可以通过查表的方法离线获得，从而大大降低了复杂度。值得注意的是，当电路功耗远小于发射功耗时，即 $\rho_s \gg P_s$ 且 $\rho_r \gg NP_r$ ，则忽略电路功耗后，从能效解析表达式中可以看到系统能效将随天线数成对数增长趋势。

4 仿真结果与分析

本节将给出所提出的最优能效功率分配算法和天线数算法在不同参数设置下的性能结果。为不失一般性，假设大尺度衰落因子归一化为 1，即系统各阶段所受到的加性高斯白噪声功率归一化为 1 mW，即 $\sigma_r^2 = \sigma_n^2 = \sigma^2 = 1$ mW，射频功放的功率损耗因子 $\mu_s = \mu_r = 1$ 。为了便于对比，仿真中给出最优的遍历搜索算法用以求得最优的功率分配值，并给出文献[23]中的 GABS 功率分配算法。

图 2 给出了当源端用户和中继的发射信噪比 $\rho_s / \sigma_r^2 = \rho_r / \sigma_n^2 = 10$ dB 时，定理 1 所给出的频谱效率解析表达式推导值与真实值之间的近似效果。可以看到，随着天线数的增加(即使在天线数小于 100

时), 推导值与真实值之间的近似效果越来越好。并且, 在用户对数较多时, 理论推导值的近似程度也相对更好。

图3给出了在电路功耗 $P_s = P_r = -3$ dB 时, 不同天线数配置下, 不同功率分配算法的能效值随着用户对数的变化趋势。从图中可以看到, 本文所提出的最优功率分配算法和 GABS 功率分配算法都接近了遍历算法所得到的最优能效值。并且, 能效性能随着用户数的增加呈现出增加的趋势, 这是由于随着用户数的增加, 系统多用户分集特性更加明显, 从而使能效性能大大增加。从图3中还可以看出, 天线数的增大, 对系统性能产生了较大影响。当天线数增加到200时, 能效性能下降最大约20%(对应于 $K=16$), 这是由于天线的大量使用, 使得中继天线电路总功耗成倍增加, 从而导致能效性能损失。

图4给出了当 $N=100, K=16, P_s = P_r = -3$ dB 时, 本文提出的功率分配算法与 GABS 算法的收敛轨迹。显然, 本文提出的功率分配算法具更快的收敛速率, 大约4次迭代后就收敛到了稳定值。而

GABS 算法则经过约12次迭代后才逐渐收敛, 并且 GABS 算法的收敛速度与初始值和步长的选取也有直接关系。

图5给出了当发射信噪比 $\rho_s / \sigma_r^2 = \rho_r / \sigma_n^2 = 10$ dB 且电路功耗 $P_s = 0$ dB 时, 能效在无电路功耗和有电路功耗时随天线数的变化趋势, 图中“*”号点表示最优能效值及对应的最优中继天线数。可以看到理论推导的能效值与蒙特卡洛的能效值随天线数增加误差越来越小。当忽略电路功耗时, 能效值与天线数呈对数线性增长趋势。当考虑电路功耗时, 能效则关于天线数呈现先增后减趋势, 存在一个最优天线数, 并且根据定理验证了该最优天线数理论值和实际值是重合的。

图6给出了最优天线数随着用户对数的变化趋势。可以看到, 随着用户的增加, 所需最优天线数也逐渐增加。这是因为, 更多的用户需要更多的天线来构造丰富的自由度用以准确的空间对准或者说干扰抑制, 从而消除用户间干扰对能效所产生的影响。

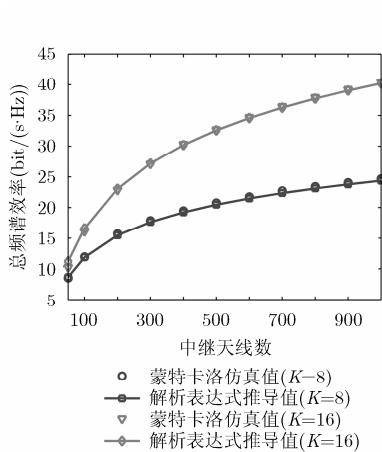


图2 频谱效率解析表达式推导值与实际值的逼近效果比较

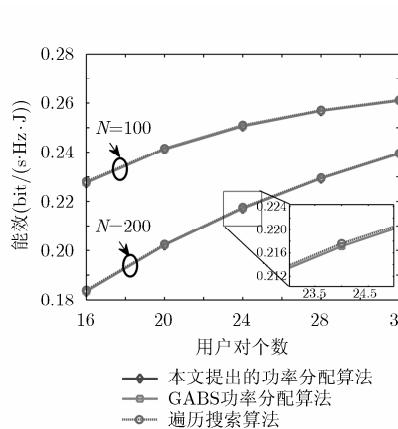


图3 不同功率优化算法的能效性能随用户数的变化

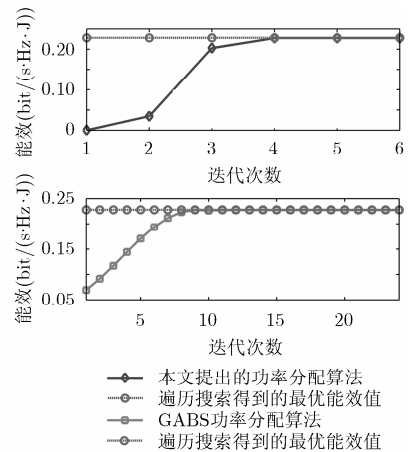


图4 不同功率分配算法的收敛轨迹

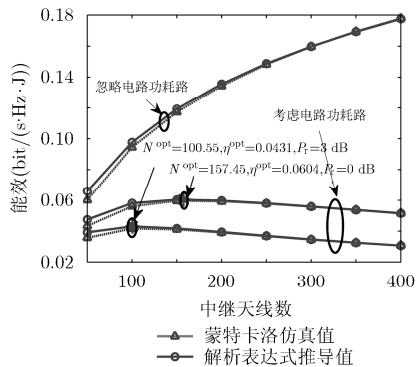


图5 不同电路功耗条件下能效随天线数变化趋势及最优天线数

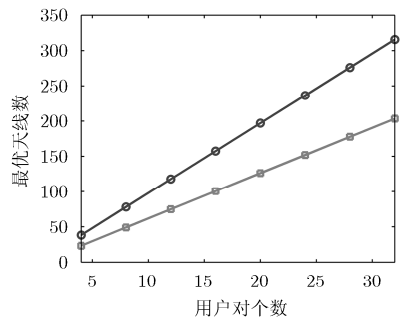


图6 最优天线数随用户数的变化趋势

5 结束语

本文针对成对用户大规模 MIMO 中继系统,以最大化能效为目标,对用户发射功率、中继发射功率和中继天线数等系统参数进行了优化设计。当中继采用 MRC/MRT 发射方案时,利用大数定律推导了能效函数解析表达式。根据能效函数性质,分别证明了全局最优发射功率和最优天线数的存在性和唯一性。利用分数规划,将原优化问题转换为带参数的等价减法形式,提出一种低复杂度的功率分配优化算法,并求得最优发射功率的闭式解。同时,借助 Lambert W 函数,得到了最大能效对应的最优天线数闭式解。数值仿真验证了所提功率优化算法的有效性和快速收敛性,并且所给出的最优天线数闭式解具有很好的精确度。

参 考 文 献

- [1] FEHSKE A, FETTWEIS G, MALMODIN J, *et al.* The global footprint of mobile communications: The ecological and economic perspective[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2011, 49(8): 55–62. doi: 10.1109/MCOM.2011.5978416.
- [2] AUER G, GIANNINI V, DESSET C, *et al.* How much energy is needed to run a wireless network?[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2011, 18(5): 40–49. doi: 10.1109/MWC.2011.6056691.
- [3] HUANG Y, ZHENG G, BENGTSSON M, *et al.* Distributed multicell beamforming design with limited intercell coordination[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 728–738. doi: 10.1109/TSP.2010.2089621.
- [4] HE S W, HUANG Y, YANG L, *et al.* A multi-cell beamforming design by uplink-downlink max-min SINR duality[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(8): 2858–2867. doi: 10.1109/TWC.2012.061912.111553.
- [5] LI H, SONG L, ZHU D, *et al.* Energy efficiency of large scale MIMO systems with transmit antenna selection[C]. *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Budapest, 2013: 4641–4645.
- [6] KIM Y, MIAO G, and HWANG T. Energy efficient pilot and link adaptation for mobile users in TDD multi-user MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(1): 382–393. doi: 10.1109/TWC.2013.120113.130677.
- [7] BJORNSSON E, SANGUINETTI L, HOYDIS J, *et al.* Designing multi-user MIMO for energy efficiency: When is massive MIMO the answer?[C]. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Istanbul, 2014: 242–247.
- [8] WU J, RANGAN S, and ZHANG H. *Green Communications: Theoretical Fundamentals, Algorithms, and Applications*[M]. Boca Raton, FL, USA, CRC Press, 2012: 15–100.
- [9] LARSSON E, EDFORS O, TUFVESSON F, *et al.* Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 186–195. doi: 10.1109/MCOM.2014.6736761.
- [10] LU L, LI G Y, SWINDLEHURST A L, *et al.* An overview of massive MIMO: Benefits and challenges[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 742–758. doi: 10.1109/JSTSP.2014.2317671.
- [11] NGO H Q, LARSSON E G, and MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(4): 1436–1449. doi: 10.1109/TCOMM.2013.020413.110848.
- [12] BOCCARDI F, HEATH R W, LOZANO A, *et al.* Five disruptive technology directions for 5G[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 74–80. doi: 10.1109/MCOM.2014.6736746.
- [13] DOHLER M and LI Y. *Cooperative Communications: Hardware, Channel and PHY*[M]. Chichester, U.K., John Wiley & Sons, 2010: 43–318.
- [14] AGUSTIN A and VIDAL J. Amplify-and-forward cooperation under interference-limited spatial reuse of the relay slot[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(5): 1952–1962. doi: 10.1109/TWC.2008.070973.
- [15] DING H, GE J, da COSTA D B, *et al.* A new efficient low-complexity scheme for multi-source multi-relay cooperative networks[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(2): 716–722. doi: 10.1109/TVT.2010.2100416.
- [16] RASHID U, TUAN H D, KHA H H, *et al.* Joint optimization of source precoding and relay beamforming in wireless MIMO relay networks[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, 62(2): 488–499. doi: 10.1109/TCOMM.2013.122013.130239.
- [17] SURAWEERA H A, NGO H Q, DUONG T Q, *et al.* Multi-pair amplify-and-forward relaying with very large antenna arrays[C]. *IEEE International Conference on Communications*, Budapest, 2013: 4635–4640.
- [18] CUI H, SONG L, and JIAO B. Multi-pair two-way amplify-and-forward relaying with very large number of relay antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(5): 2636–2645. doi: 10.1109/TWC.2014.032514.130885.
- [19] LIU M, ZHANG J, and ZHANG P. Multipair two-way relay networks with very large antenna arrays[C]. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, Vancouver, BC, 2014:

- 1-5.
- [20] JIN S, LIANG X, WONG K K, *et al.* Ergodic rate analysis for multipair massive MIMO two-way relay networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(3): 1480-1491. doi: 10.1109/TWC.2014.2367503.
- [21] ZHANG Q, JIN S, WONG K K, *et al.* Power scaling of uplink massive MIMO systems with arbitrary-rank channel means [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 966-981. doi: 10.1109/JSTSP.2014.2324534.
- [22] LI J, WANG D, ZHU P, *et al.* Spectral efficiency analysis of single-cell multi-user large-scale distributed antenna system [J]. *IET Communications*, 2014, 8(12): 2213-2221. doi: 10.1049/iet-com.2013.0855.
- [23] MIAO G, HIMAYAT N, and LI G Y. Energy-efficient link adaptation in frequency-selective channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(2): 545-554. doi: 10.1109/TCOMM.2010.02.080587.
- [24] DINKELBACH W. On nonlinear fractional programming[J]. *Management Science*, 1967, 13(7): 492-498. doi: 10.1287/mnsc.13.7.492.
- [25] 胡莹, 黄永明, 俞菲, 等. 多用户大规模 MIMO 系统能效资源分配算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(9): 2198-2203. doi: 10.11999/JEIT150088.
- HU Y, HUANG Y, YU F, *et al.* Energy-efficient resource allocation based on multi-user massive MIMO system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(9): 2198-2203. doi: 10.11999/JEIT150088.
- 王 毅: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为中继协作通信、大规模 MIMO 技术、多用户信号处理.
- 林 艳: 女, 1990 年生, 博士生, 研究方向为大规模 MIMO 系统、异构网络、能效资源优化.
- 黄永明: 男, 1977 年生, 教授、博士生导师, 主要研究方向为 MIMO 通信信号处理、多用户通信信号处理和协作通信.
- 李春国: 男, 1983 年生, 副教授, 主要研究方向为多天线中继传输技术、短距离宽带极高速无线传输技术.
- 杨绿溪: 男, 1964 年生, 教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信空时信号处理、协作通信和网络编码.