矢量传感器阵列 MIMO 雷达高精度二维 DOA 与极化联合估计

梁 浩* 崔 琛 余 剑 郝天铎
(合肥电子工程学院通信对抗系 合肥 230037)

摘 要：该文采用矢量传感器配置下的十字型阵列 MIMO 雷达系统，提出一种新的 2 维高精度 DOA 与极化参数联合估计算法。首先根据 MIMO 雷达虚拟阵列导向矢量的特点，通过降维矩阵的设计及回波数据的降维变换，将高维回波数据转换至低维信号空间；然后基于传播算子获得对应信号子空间的估计，利用收、发阵列阵元间长基线对应的旋转不变性和极化矢量中电场矢量和磁场矢量的叉积进行 2 维高精度 DOA 估计和解模糊处理，同时利用与阵列结构无关的极化域旋转不变性进行极化辅角和极化相位差的联合估计。该矢量传感器 MIMO 雷达阵列可同时获取 MIMO 雷达的波形分集和矢量传感器的极化分集，无需额外增加阵元和硬件开销，能够有效扩展阵列孔径，提高参数估计性能；同时通过降维变换及传播算子，在获取信噪比增益的同时，能够实现 2 维高精度 DOA 和 2 维极化矢量的联合估计及参数的自动配对，有效降低数据处理维数和参数估计的运算复杂度；最后，仿真结果验证了理论分析的正确性和算法的有效性。

关键词：MIMO 雷达；矢量传感器阵列；高精度 DOA 估计；极化参量
中图分类号：TN958 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2016)10-2437-08
DOI: 10.11999/JEIT151469

Joint Estimation of Two Dimensional DOA with High Accuracy and Polarization for MIMO Radar Using Electromagnetic Vector Sensor Arrays

LIANG Hao CUI Chen YU Jian HAO Tianduo
(*Department of Communication Countermeasure*, *Electronic Engineering Institute*, *Hefei* 230037, *China*)

Abstract: In this paper, monostatic MIMO radar with cross array using electromagnetic vector antennas is utilized and a novel algorithm for fast Two Dimensional (2D) Direction Of Arrival (DOA) with high accuracy and polarization estimation is proposed. First, given the virtual steering vector of monostatic MIMO radar, a reduced-dimensional matrix is employed and the high dimensional received data is transformed into a lower dimensional signal space via the reduced-dimensional transformation. Then the Propagator Method (PM) is utilized to estimate the corresponding signal subspace by linear operation. Second, rotational invariance relationships with long baseline in the proposed scheme and polarization vector cross product between the normalized electric vector and the normalized magnetic vector can be used to obtain the 2D DOA estimation with high accuracy and non-ambiguity. The polarization rotational invariance relationship, which is irrespective of array geometry, is utilized to estimate the auxiliary polarization angle and polarization phase difference. The proposed system, extending array aperture without increasing sensors and hardware costs, can obtain the waveform diversity offered by MIMO radar and the polarization diversity offered by vector sensor together and achieve better estimation performance. Meanwhile, through the reduced-dimensional and linear operation, the proposed algorithm, obtaining signal to ratio gain and joint estimation for 2D DOA with high accuracy and 2D polarization parameters with automatic pairing, can reduce the dimension of received data and the computational complexity of parameters estimation effectively. Lastly, simulation results verify the correctness of theoretical analysis and the effectiveness of proposed algorithm.

Key words: MIMO radar; Vector sensor array; High accurate DOA estimation; Polarization parameters

1 引言

多输入多输出(Multiple Input and Multiple Output, MIMO)雷达在目标检测、参数估计、杂波抑制等方面具有诸多优势[1,2]，已成为现代雷达发展趋势的综合体现，引起国内外学者的高度关注。

单基地 MIMO 雷达因其虚拟扩展能力，能够获取比传统相控阵雷达更大的虚拟孔径，因此在参数估计性能方面优势明显。鉴于虚拟扩展后与 1 维线性阵列的等效相似性，目前的研究[3−6]大多是将传统基于相控阵雷达的高分辨算法直接推广应用，获取目标 1 维方位测向，而无法进行目标方向的定位。事实上，当收、发阵列均采用 2 维(或更高维)阵列

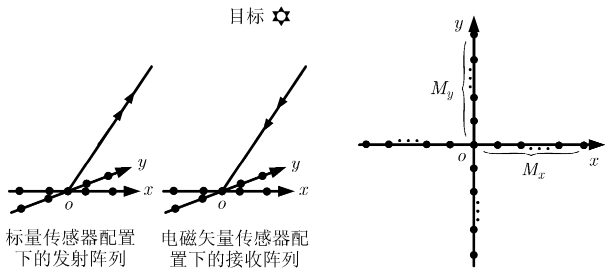
收稿日期：2015-12-24；改回日期：2016-07-22；网络出版：2016-08-26
*通信作者：梁浩 lhmailhappy@163.com
基金项目：国家自然科学基金(60702015)，安徽省科技攻关项目(1310115188)，电子工程学院院控科研基金(KY13A197, KY13A200, KY13A206)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (60702015), Auhui Province Foundation for Science and Technology Research Project (1310115188), Scientific Research Foundation of Electronic Engineering Institute (KY13A197, KY13A200, KY13A206)

配置时，目标参数维度的扩展意味着目标特征描述得更加准确，同时收、发阵列经过 MIMO 雷达虚拟扩展后整体天线流型也就更为复杂，因此深入研究 2 维天线配置下单基地 MIMO 雷达的虚拟扩展性能以及参数估计问题对目标的定位具有重要意义。文献[7]研究了双平行线阵配置下单基地 MIMO 雷达的 2 维参数估计问题，但双平行线阵配置只能实现 1 维方向上的阵列扩展；文献[8,9]研究了 L 型阵列配置下单基地 MIMO 雷达的 2 维参数估计问题，并提出了对应的参数估计算法；文献[10]研究了平面阵配置下的单基地 MIMO 雷达的 2 维参数估计问题，并针对降维后阵列流型与双基地 MIMO 雷达的等效相似性，利用文献[11,12]中的酉变换思想进行实数域信号子空间估计和 2 维参数求解，但其降维矩阵的设计以及降维过程本质上为文献[3-6]中 1 维降维变换在 2 维上的扩展应用，同时面临着巨大硬件成本和复杂代价。以上算法[3-10]尽管能够实现单基地 MIMO 雷达 1 维/2 维目标角度的有效估计，但大多要求收、发阵列阵元间距满足半波长的限制，本质上仍属于角度参量在短基线阵元间距上的度量。

电磁矢量传感器因其能够获得极化分集，有效提高系统性能，而被广泛应用于无线通信与信号处理中；文献[13-17]研究表明 MIMO 雷达与矢量传感器相结合能够综合极化分集与波形分集，有效提高系统辨识和目标分辨能力，但接收端线阵配置的矢量传感器只用到了电磁的两维信息；文献[18,19]基于发射极化利用玻印亭矢量获取目标 2 维角度估计，并利用了 6 维电磁信息提高参数估计性能，却弱化了收发阵列流型对测向的作用，同时未对极化参量进行有效估计。本文针对单基地 MIMO 雷达的多维参数联合估计问题，采用矢量传感器配置下的十字型阵列 MIMO 雷达系统，提出一种 2 维高精度 DOA 与极化参数联合估计算法，并通过仿真验证本文理论分析的正确性和算法的有效性。

2 信号模型

考虑收、发共址的 MIMO 雷达系统，收、发阵列均为十字型阵列配置，其中十字型阵列由 xoy 平面上以参考点 o 为交叉点的两个垂直等间距线阵构成，并以参考点 o (点 o 为 x 轴，y 轴共用)对称分布着 $2M_x-1$ 和 $2M_y-1$ 个阵元，即 x 轴与 y 轴的各个半轴(含参考点 o)的阵元数分别为 M_x 和 M_y，其中阵元间距分别为 Δ_x 和 Δ_y。收、发阵列配置如图 1 所示，其中发射阵列由标量传感器构成，接收阵列由共点式电磁矢量传感器构成，每个矢量传感器由



(a)基于矢量传感器辅助的十字型阵列MIMO雷达收/发阵列示意图 (b)收/发阵列结构示意图

图 1 矢量传感器阵列 MIMO 雷达收、发十字型阵列配置

三正交偶极子组成。假设远场空域存在 K 个不相关目标，第 $k\,(k=1,2,\cdots,K)$ 目标对应的俯仰和方位角为 (ϑ_k,ϕ_k)，极化辅角与极化相位为 (γ_k,η_k)；发射端 $(2M_x+2M_y-3)$ 个标量传感器发射相同载频及带宽的正交信号，即 $\boldsymbol{S}(t)=[\boldsymbol{s}_1(t),\boldsymbol{s}_2(t),\cdots,\boldsymbol{s}_{2M_x+2M_y-3}(t)]^{\mathrm{T}}$，其中第 m 个发射阵元的发射信号 $\boldsymbol{s}_m(t)$，其中，$m=1,2,\cdots,2M_x+2M_y-3$；则第 $q\,(q=1,2,\cdots,Q)$ 次脉冲下发射波形经过目标反射后在接收端的输出信号为

$$\boldsymbol{x}_q(t)=\boldsymbol{A}_r(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)\,\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{\beta}_q\right)\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}(\vartheta,\phi)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{w}_q(t) \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{\beta}_q=[\beta_1^q,\beta_2^q,\cdots,\beta_K^q]^{\mathrm{T}}$ 为第 q 次脉冲下目标的散射系数；$\boldsymbol{w}_q(t)$ 为噪声矢量；$\boldsymbol{A}_t(\vartheta,\phi)=[\boldsymbol{a}_t(\vartheta_1,\phi_1),\boldsymbol{a}_t(\vartheta_2,\phi_2),\cdots,\boldsymbol{a}_t(\vartheta_K,\phi_K)]$ 和 $\boldsymbol{A}_r(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=[\boldsymbol{a}_r(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\boldsymbol{a}_r(\vartheta_2,\phi_2,\gamma_2,\eta_2),\cdots,\boldsymbol{a}_r(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)]$ 分别对应发射、接收导向矢量；其中接收矢量 $\boldsymbol{a}_r(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{a}_t(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$，$\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$ 为极化矢量，满足

$$\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\underbrace{\begin{bmatrix}\cos\vartheta\cos\phi & -\sin\phi\\ \cos\vartheta\sin\phi & \cos\phi\\ -\sin\vartheta & 0\\ -\sin\phi & -\cos\vartheta\cos\phi\\ \cos\phi & -\cos\vartheta\sin\phi\\ 0 & \sin\vartheta\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{Q}(\vartheta,\phi)}\underbrace{\begin{bmatrix}\sin\gamma\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta}\\ \cos\gamma\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\xi}(\gamma,\eta)} \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{Q}(\vartheta,\phi)$ 反映入射电磁波信号的空间信息，$\boldsymbol{\xi}(\gamma,\eta)$ 则体现了信号的极化状态；发射导向矢量为 $\boldsymbol{a}_t(\vartheta,\phi)=\left[\overline{\boldsymbol{a}}_y^{+\mathrm{T}}(\vartheta,\phi),\boldsymbol{a}_x^{\mathrm{T}}(\vartheta,\phi),\underline{\boldsymbol{a}}_y^{-\mathrm{T}}(\vartheta,\phi)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{a}_x(\vartheta,\phi)=\left[\boldsymbol{a}_x^{+\mathrm{T}}(\vartheta,\phi),\underline{\boldsymbol{a}}_x^{-\mathrm{T}}(\vartheta,\phi)\right]^{\mathrm{T}}=\left[\overline{\boldsymbol{a}}_x^{+\mathrm{T}}(\vartheta,\phi),\boldsymbol{a}_x^{-\mathrm{T}}(\vartheta,\phi)\right]^{\mathrm{T}}$；其中 $\overline{\boldsymbol{a}}_x^{+}(\vartheta,\phi)$，$\overline{\boldsymbol{a}}_y^{+}(\vartheta,\phi)$ 分别为 $\boldsymbol{a}_x^{+}(\vartheta,\phi)$ 和 $\boldsymbol{a}_y^{+}(\vartheta,\phi)$ 的前 (M_x-1) 和 $\left(M_y-1\right)$ 行；$\underline{\boldsymbol{a}}_x^{-}(\vartheta,\phi)$，$\underline{\boldsymbol{a}}_y^{-}(\vartheta,\phi)$ 分别为 $\boldsymbol{a}_x^{-}(\vartheta,\phi)$ 和 $\boldsymbol{a}_y^{-}(\vartheta,\phi)$ 的后 (M_x-1) 和 $\left(M_y-1\right)$ 行；由图 1 的阵列结构可得

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{a}_y^+(\vartheta,\phi)&=\left[\exp\left(\kappa_{M_y-1}^y\right),\exp\left(\kappa_{M_y-2}^y\right),\cdots,\exp\left(\kappa_0^y\right)\right]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{a}_x^+(\vartheta,\phi)&=\left[\exp\left(\kappa_{M_x-1}^x\right),\exp\left(\kappa_{M_x-2}^x\right),\cdots,\exp\left(\kappa_0^x\right)\right]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{a}_y^-(\vartheta,\phi)&=\left[\exp\left(\kappa_0^y\right),\exp\left(\kappa_{-1}^y\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{-(M_y-1)}^y\right)\right]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{a}_x^-(\vartheta,\phi)&=\left[\exp\left(\kappa_0^x\right),\exp\left(\kappa_{-1}^x\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{-(M_x-1)}^x\right)\right]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

式中，

$$\left.\begin{aligned}\kappa_{m_y}^y&=-\mathrm{j}2\pi m_y\Delta_y\cos\vartheta\cos\phi/\lambda,\\&\quad m_y=-\left(M_y-1\right),\cdots,0,\cdots,M_y-1\\\kappa_{m_x}^x&=-\mathrm{j}2\pi m_x\Delta_x\sin\vartheta\cos\phi/\lambda,\\&\quad m_x=-\left(M_x-1\right),\cdots,0,\cdots,M_x-1\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

通过匹配滤波即可得到 Q 次脉冲下矢量传感器阵列 MIMO 雷达的回波数据：

$$\boldsymbol{Y}=\left[\boldsymbol{y}_1,\cdots,\boldsymbol{y}_Q\right]=\boldsymbol{A}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{N}\quad(5)$$

式中，$\boldsymbol{\beta}=\left[\boldsymbol{\beta}^1,\boldsymbol{\beta}^2,\cdots,\boldsymbol{\beta}^Q\right]$；$\boldsymbol{A}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{A}_t(\vartheta,\phi)\oplus\boldsymbol{A}_r(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\left[\boldsymbol{a}(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\cdots,\boldsymbol{a}(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)\right]$ 为联合导向矢量，满足 $\boldsymbol{a}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{a}_t(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{a}_r(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$；$\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{n}_1,\cdots,\boldsymbol{n}_Q]$ 为加性高斯白噪声，服从 $\boldsymbol{N}\sim N^c\left(0,\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{6\left(2M_x+2M_y-3\right)^2}\right)$；以上 $\oplus$ 和 $\otimes$ 分别为 Khatri-Rao 积和 Kronecker 积。

3　矢量传感器 MIMO 雷达 2 维高精度 DOA 与极化联合估计

3.1　接收数据降维预处理

由式(5)中联合导向矢量可得 $\boldsymbol{a}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{b}(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$，其中 $\boldsymbol{b}(\vartheta,\phi)=\boldsymbol{a}_t(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{a}_t(\vartheta,\phi)$；显然流型矢量 $\boldsymbol{b}(\vartheta,\phi)$ 中存在许多重复项(冗余项)，这就意味着接收的高维回波数据中存在大量的冗余数据，因此可以通过线性变换来降低接收数据的维数。由文献[20]可得，存在如式(6)所示线性变换矩阵 $\boldsymbol{\Pi}$ 满足

$$\boldsymbol{b}(\vartheta,\phi)=\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}(\vartheta,\phi)\quad(6)$$

式中，$\boldsymbol{h}(\vartheta,\phi)=\left[\boldsymbol{h}_y^{+\mathrm{T}}(\phi),\boldsymbol{h}_x^{+\mathrm{T}}(\vartheta),\boldsymbol{h}_{xy}^{\mathrm{T}}(\vartheta,\phi),\boldsymbol{h}_x^{-\mathrm{T}}(\vartheta),\boldsymbol{h}_y^{-\mathrm{T}}(\phi)\right]^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{a}_y(\phi)=\left[\boldsymbol{a}_y^{+\mathrm{T}}(\phi),\underline{\boldsymbol{a}}_y^{-\mathrm{T}}(\phi)\right]^{\mathrm{T}}=\left[\overline{\boldsymbol{a}}_y^{+\mathrm{T}}(\phi),\boldsymbol{a}_y^{-\mathrm{T}}(\phi)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}_y^-(\phi)=\left[\exp\left(\kappa_{-M_y}^y\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{-(2M_y-2)}^y\right)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}_x^-(\vartheta)=\left[\exp\left(\kappa_{-M_x}^x\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{-(2M_x-2)}^x\right)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}_y^+(\phi)=\left[\exp\left(\kappa_{2M_y-2}^y\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{M_y}^y\right)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}_x^+(\vartheta)=\left[\exp\left(\kappa_{2M_x-2}^x\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{M_x}^x\right)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{h}_{xy}(\vartheta,\phi)=\boldsymbol{a}_x(\vartheta)\otimes\boldsymbol{a}_y(\phi)$；进一步考虑收、发联合导向矢量 $\boldsymbol{a}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$ 可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)&=\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)\\&=\left(\boldsymbol{\Pi}\otimes\boldsymbol{I}_6\right)\boldsymbol{c}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)\end{aligned}\quad(7)$$

式中，$\boldsymbol{c}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{h}(\vartheta,\phi)\otimes\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$；定义 $\boldsymbol{C}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\left[\boldsymbol{c}(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\cdots,\boldsymbol{c}(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)\right]$，$\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Pi}\otimes\boldsymbol{I}_6$；显然原始高维回波数据中目标信息同样存在于 $\boldsymbol{C}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$ 张成的低维信号子空间中，因此可以通过降维处理将高维回波信号变换到该低维子空间中，定义如式(8)的降维变换矩阵 $\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}$ 对回波信号进行降维预处理

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z}&=\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}(\theta,\phi,\gamma,\eta)\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{N}\\&=\boldsymbol{W}^{1/2}\boldsymbol{C}(\theta,\phi,\gamma,\eta)\boldsymbol{\beta}+\widetilde{\boldsymbol{N}}\end{aligned}\quad(8)$$

显然，降维处理后 $\widetilde{\boldsymbol{N}}=\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{N}$ 仍服从 $\widetilde{\boldsymbol{N}}\sim N^c\left(0,\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{6M_c}\right)$，这就保证了降维变换过程并不改变噪声的功率，其中，$M_c=\left(2M_x-1\right)\left(2M_y-1\right)+2M_x+2M_y-4$；(8)式中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{W}&=\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Gamma}=\left(\boldsymbol{\Pi}\otimes\boldsymbol{I}_6\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{\Pi}\otimes\boldsymbol{I}_6\right)=\left(\boldsymbol{\Pi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Pi}\right)\otimes\boldsymbol{I}_6\\&=\mathrm{blkdiag}\left\{\boldsymbol{W}_y^+,\boldsymbol{W}_x^+,\boldsymbol{W}_{xy}^+,\boldsymbol{W}_y,\boldsymbol{W}_{xy}^-,\boldsymbol{W}_x^-,\boldsymbol{W}_y^-\right\}\otimes\boldsymbol{I}_6\end{aligned}\quad(9)$$

式中，$\boldsymbol{W}_y^+$，$\boldsymbol{W}_x^+$，$\boldsymbol{W}_{xy}^+$，$\boldsymbol{W}_y^-$，$\boldsymbol{W}_x^-$，$\boldsymbol{W}_{xy}^-$ 和 $\boldsymbol{W}_y$ 均为对角阵，详细推导略。由上面分析可得，降维后的回波数据 $\boldsymbol{Z}$ 可以等效为长度为 M_c 的加权平面阵的回波信号，权值为对角阵 $\boldsymbol{W}^{1/2}$ 的对角元素；由流型矢量 $\boldsymbol{C}(\theta,\phi,\gamma,\eta)$ 可知，本文降维处理最大程度的降低了回波数据的维数，去除了原始回波数据中所有重复量，达到了降维的目的。同时由降维前后的流型矢量 $\boldsymbol{A}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)$ 和 $\boldsymbol{C}(\theta,\phi,\gamma,\eta)$ 可得，本文降维处理属于阵元域，矢量传感器对应的极化域扩展并不改变 MIMO 雷达虚拟阵列结构。为了进一步降低参数估计的运算复杂度，下面通过传播算子进行信号子空间的估计。

3.2　基于传播算子的信号子空间估计

为了后续推导方便，定义导向矢量 $\widetilde{\boldsymbol{C}}=\widetilde{\boldsymbol{T}}_x\boldsymbol{C}=\left[\tilde{\boldsymbol{c}}(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\cdots,\tilde{\boldsymbol{c}}(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)\right]$，其中矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{T}}_x$ 满足 $\widetilde{\boldsymbol{T}}_x=\sum_{i=1}^{M_c}\sum_{j=1}^{6}\left(\boldsymbol{\Pi}_{i,j}^{M_c\times 6}\otimes\boldsymbol{\Pi}_{j,i}^{6\times M_c}\right)$，则有 $\tilde{\boldsymbol{c}}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\widetilde{\boldsymbol{T}}_x\boldsymbol{c}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)=\boldsymbol{g}(\vartheta,\phi,\gamma,\eta)\otimes\boldsymbol{h}(\vartheta,\phi)$。进一步对导向矢量 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 进行分块处理 $\widetilde{\boldsymbol{C}}=\left[\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}},\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，其中 $\widetilde{\boldsymbol{C}}_1$，$\widetilde{\boldsymbol{C}}_2$ 分别对应 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 的前 K 行和后 $(6M_c-K)$ 行，则存在线性变换矩阵(传播算子) $\boldsymbol{P}\in\mathbb{C}^{(6M_c-K)\times K}$ 满足 $\boldsymbol{P}\widetilde{\boldsymbol{C}}_1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2$。对应地，对降维后的回波数据 $\boldsymbol{Z}$ 进行权值归一化操作，即 $\widetilde{\boldsymbol{Z}}=\widetilde{\boldsymbol{T}}_x\boldsymbol{W}^{-1/2}\boldsymbol{Z}$；同样对 $\widetilde{\boldsymbol{Z}}$ 进行分块处理，可得回波数据 $\widetilde{\boldsymbol{Z}}$ 的前 K 行 $\boldsymbol{Z}_1$ 和后 $(6M_c-K)$ 行 $\boldsymbol{Z}_2$，则由式(9)可得 $\boldsymbol{P}\boldsymbol{Z}_1=\boldsymbol{Z}_2$。考虑到实际中噪声对回波数据的影响，传播算子 $\boldsymbol{P}$ 可以由

如式(10)的代价函数估计得到

$$J(\boldsymbol{P})=\underset{\boldsymbol{P}}{\operatorname{argmin}}\left\|\boldsymbol{Z}_2-\boldsymbol{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Z}_1\right\| \tag{10}$$

式中，$\|\bullet\|$表示 Frobenius 范数，由式(10)可得矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的最小二乘解为 $\boldsymbol{P}=\left(\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_1^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2^{\mathrm{H}}$。进一步令 $\boldsymbol{V}=\left[\boldsymbol{I}_K^{\mathrm{T}},\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{I}_K$ 为 K 维单位阵，则可得 $\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}_1=\left[\boldsymbol{Z}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{Z}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}=\widetilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\beta}$；进一步化简可得

$$\boldsymbol{V}=\widetilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{Z}_1^{\dagger}=\widetilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{F} \tag{11}$$

式中，$\boldsymbol{Z}_1^{\dagger}$ 为 $\boldsymbol{Z}_1$ 的伪逆，$\boldsymbol{F}$ 对应非奇异矩阵。显然矩阵 $\boldsymbol{V}$ 和导向矢量 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 的各列张成相同的信号子空间，则可以利用 $\boldsymbol{V}$ 进行目标多维参数的联合估计。

3.3 高精度 2 维 DOA 估计与极化联合估计

3.3.1 2 维方位余弦的粗估计与精估计 由于共点式电磁矢量传感器有 3 个正交的电偶极子和 3 个正交的磁环构成，同时极化矢量中电场矢量和磁场矢量的叉积计算得到闭式且自动配对的 2 维方位角度估计值，因此可以通过对极化矢量进行估计来获取目标的 2 维方位角度。由式(2)可得，第 k 目标对应的极化矢量可以表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{g}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)&=\left[\left(\boldsymbol{g}_E^k\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{g}_H^k\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\\&=\left[g_1^k,g_2^k,g_3^k,g_4^k,g_5^k,g_6^k\right]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{g}_E^k=\left[g_1^k,g_2^k,g_3^k\right]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{g}_H^k=\left[g_4^k,g_5^k,g_6^k\right]^{\mathrm{T}}$ 分别对应 x,y,z 轴向上的电场分量和磁场分量；则矢量 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 可以表示为

$$\widetilde{\boldsymbol{C}}=\left[\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}^1\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}^2\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}^6\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

式中，$\widetilde{\boldsymbol{C}}^i=\left[\tilde{\boldsymbol{c}}^i(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\tilde{\boldsymbol{c}}^i(\vartheta_2,\phi_2,\gamma_2,\eta_2),\cdots,\tilde{\boldsymbol{c}}^i(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)\right]$，$\tilde{\boldsymbol{c}}^i(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)=g_i^k\boldsymbol{h}(\vartheta_k,\phi_k)$，其中，$i=1,2,\cdots,6$；定义 $\kappa_k^i=g_i^k/g_1^k$，则有 $\widetilde{\boldsymbol{C}}^i=\widetilde{\boldsymbol{C}}^1\boldsymbol{\Phi}_i$；其中，$\boldsymbol{\Phi}_i=\operatorname{diag}\left\{\kappa_1^i,\kappa_2^i,\cdots,\kappa_K^i\right\}$，且 $\kappa_k^1=1$，$\boldsymbol{\Phi}_1=\boldsymbol{I}_K$。对 $\widetilde{\boldsymbol{C}}^i$ 进行分块处理 $\widetilde{\boldsymbol{C}}^i=\left[\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^i\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^i\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，其中，$\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^i$，$\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^i$ 分别对应矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{C}}^i$ 的前 K 行和后 $(6M_c-K)$ 行，则由式(13)易得 $\widetilde{\boldsymbol{C}}_1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1$，

$$\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{C}}_2=\Big[&\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^2\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^2\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^3\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^3\right)^{\mathrm{T}},\\&\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^4\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^4\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^5\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^5\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^6\right)^{\mathrm{T}},\left(\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^6\right)^{\mathrm{T}}\Big]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{14}$$

与矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 类似，对传播算子 $\boldsymbol{P}$ 进行分块：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}=\Big[&\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_1^2\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_2^2\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_1^3\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_2^3\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_1^4\right)^{\mathrm{T}},\\&\left(\boldsymbol{P}_2^4\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_1^5\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_2^5\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_1^6\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{P}_2^6\right)^{\mathrm{T}}\Big]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{15}$$

综合以上分析可得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{P}_2^1\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1,\ \boldsymbol{P}_1^2\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^2,\ \boldsymbol{P}_2^2\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^2\\&\boldsymbol{P}_1^3\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^3,\ \boldsymbol{P}_2^3\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^3\\&\boldsymbol{P}_1^4\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^4,\ \boldsymbol{P}_2^4\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^4\\&\boldsymbol{P}_1^5\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^5,\ \boldsymbol{P}_2^5\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^5\\&\boldsymbol{P}_1^6\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^6,\ \boldsymbol{P}_2^6\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^6\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

进一步可得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{P}_2^1\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_1,\ \boldsymbol{P}_1^2\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1\boldsymbol{\Phi}_2,\ \boldsymbol{P}_2^2\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_2\\&\boldsymbol{P}_1^3\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1\boldsymbol{\Phi}_3,\quad \boldsymbol{P}_2^3\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_3\\&\boldsymbol{P}_1^4\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1\boldsymbol{\Phi}_4,\quad \boldsymbol{P}_2^4\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_4\\&\boldsymbol{P}_1^5\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1\boldsymbol{\Phi}_5,\quad \boldsymbol{P}_2^5\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_5\\&\boldsymbol{P}_1^6\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1\boldsymbol{\Phi}_6,\quad \boldsymbol{P}_2^6\widetilde{\boldsymbol{C}}_1^1=\widetilde{\boldsymbol{C}}_2^1\boldsymbol{\Phi}_6\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

化简可得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\Psi}_2=\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\dagger}\boldsymbol{P}_2^2=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_2\boldsymbol{F}\\&\boldsymbol{\Psi}_3=\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\dagger}\boldsymbol{P}_2^3=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_3\boldsymbol{F}\\&\boldsymbol{\Psi}_4=\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\dagger}\boldsymbol{P}_2^4=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_4\boldsymbol{F}\\&\boldsymbol{\Psi}_5=\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\dagger}\boldsymbol{P}_2^5=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_5\boldsymbol{F}\\&\boldsymbol{\Psi}_6=\left(\boldsymbol{P}_2^1\right)^{\dagger}\boldsymbol{P}_2^6=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_6\boldsymbol{F}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

通过对矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_2$，$\boldsymbol{\Psi}_3$，$\boldsymbol{\Psi}_4$，$\boldsymbol{\Psi}_5$，$\boldsymbol{\Psi}_6$ 进行特征分解，则对应的归一化极化矢量为

$$\widehat{\boldsymbol{G}}=\left[\widehat{\boldsymbol{g}}(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1),\cdots,\widehat{\boldsymbol{g}}(\vartheta_K,\phi_K,\gamma_K,\eta_K)\right] \tag{19}$$

式中，$\widehat{\boldsymbol{g}}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)=\left[1,\widehat{\kappa}_k^2,\widehat{\kappa}_k^3,\widehat{\kappa}_k^4,\widehat{\kappa}_k^5,\widehat{\kappa}_k^6\right]^{\mathrm{T}}$，其中，$\left\{\widehat{\kappa}_k^i\right\}_{i=1,\cdots,6;k=1,\cdots,K}$ 分别对应 $\boldsymbol{\Psi}_2$，$\boldsymbol{\Psi}_3$，$\boldsymbol{\Psi}_4$，$\boldsymbol{\Psi}_5$，$\boldsymbol{\Psi}_6$ 的特征值；则由电场矢量 $\widehat{\boldsymbol{g}}_E^k=\left[1,\widehat{\kappa}_2^k,\widehat{\kappa}_3^k\right]^{\mathrm{T}}$ 与磁场矢量 $\widehat{\boldsymbol{g}}_H^k=\left[\widehat{\kappa}_4^k,\widehat{\kappa}_5^k,\widehat{\kappa}_6^k\right]^{\mathrm{T}}$ 归一化矢量叉乘可得第 k 个目标 2 维方位角的粗估计

$$\frac{\widehat{\boldsymbol{g}}_E^k}{\left\|\widehat{\boldsymbol{g}}_E^k\right\|}\times\frac{\left(\widehat{\boldsymbol{g}}_H^k\right)^*}{\left\|\widehat{\boldsymbol{g}}_H^k\right\|}=\begin{bmatrix}\widehat{u}_k\\\widehat{v}_k\\\widehat{w}_k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin\widehat{\vartheta}_k^c\cos\widehat{\phi}_k^c\\\sin\widehat{\vartheta}_k^c\sin\widehat{\phi}_k^c\\\cos\widehat{\vartheta}_k^c\end{bmatrix} \tag{20}$$

进一步，第 k 个目标对应的俯仰角和方位角为

$$\left.\begin{aligned}&\widehat{\vartheta}_k^c=\arcsin\left(\sqrt{\widehat{u}_k^2+\widehat{v}_k^2}\right)=\arccos(\widehat{w}_k)\\&\widehat{\phi}_k^c=\angle(\widehat{u}_k+\mathrm{j}\widehat{v}_k)\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

其中，符号 $\angle(\bullet)$ 为取相位操作。为了获得目标 2 维方位角度的高精度估计，收、发阵列中阵元间距 Δ_x 和 Δ_y 均满足 $\Delta_x,\Delta_y\gg\lambda/2$；则由文献[20]可得，存

在矩阵 $\boldsymbol{J}_{x1}$，$\boldsymbol{J}_{x2}$，$\boldsymbol{J}_{y1}$，$\boldsymbol{J}_{y2}$ 以及 $\overline{\boldsymbol{J}}_x$，$\overline{\boldsymbol{J}}_y$ 满足

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{J}_{x1}\overline{\boldsymbol{J}}_x\boldsymbol{H}\boldsymbol{\Phi}_x &= \boldsymbol{J}_{x2}\overline{\boldsymbol{J}}_x\boldsymbol{H}\\ \boldsymbol{J}_{y1}\overline{\boldsymbol{J}}_y\boldsymbol{H}\boldsymbol{\Phi}_y &= \boldsymbol{J}_{y2}\overline{\boldsymbol{J}}_y\boldsymbol{H}\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

其中，$\boldsymbol{\Phi}_x=\mathrm{diag}\left\{\exp\left(\kappa_{1,1}^x\right),\exp\left(\kappa_{1,2}^x\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{1,K}^x\right)\right\}$，$\boldsymbol{\Phi}_y=\mathrm{diag}\left\{\exp\left(\kappa_{1,1}^y\right),\exp\left(\kappa_{1,2}^y\right),\cdots,\exp\left(\kappa_{1,K}^y\right)\right\}$；$\kappa_{1,k}^y=-\mathrm{j}2\pi\Delta_y\varepsilon_{y,k}^f/\lambda$，$\kappa_{1,k}^x=-\mathrm{j}2\pi\Delta_x\varepsilon_{x,k}^f/\lambda$；$\varepsilon_{x,k}^f=\sin\vartheta_k\cos\phi_k$，$\varepsilon_{y,k}^f=\cos\vartheta_k\cos\phi_k$。则进一步由联合流型矢量和式(11)可得

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{x2}\boldsymbol{V} &= \boldsymbol{K}_{x1}\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Psi}_x\\ \boldsymbol{K}_{y2}\boldsymbol{V} &= \boldsymbol{K}_{y1}\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Psi}_y\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

其中，$\boldsymbol{K}_{x1}=\left(\boldsymbol{I}_6\otimes\boldsymbol{J}_{x1}\overline{\boldsymbol{J}}_x\right)$，$\boldsymbol{K}_{x2}=\left(\boldsymbol{I}_6\otimes\boldsymbol{J}_{x2}\overline{\boldsymbol{J}}_x\right)$；$\boldsymbol{K}_{y1}=\left(\boldsymbol{I}_6\otimes\boldsymbol{J}_{y1}\overline{\boldsymbol{J}}_y\right)$，$\boldsymbol{K}_{y2}=\left(\boldsymbol{I}_6\otimes\boldsymbol{J}_{y2}\overline{\boldsymbol{J}}_y\right)$；则通过最小二乘(LS)方法可得

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\Psi}_x=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_x\boldsymbol{F}&=\left[\left(\boldsymbol{K}_{x1}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_{x1}\boldsymbol{V}\right)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{K}_{x1}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_{x2}\boldsymbol{V}\right)\\ \boldsymbol{\Psi}_y=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_y\boldsymbol{F}&=\left[\left(\boldsymbol{K}_{y1}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_{y1}\boldsymbol{V}\right)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{K}_{y1}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_{y2}\boldsymbol{V}\right)\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

通过对 $\boldsymbol{\Psi}_x,\boldsymbol{\Psi}_y$ 特征分解可得 $\varepsilon_{x,k}^f=\angle\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_x^k\right)\Big/\left(2\pi\Delta_x/\lambda\right)$，$\varepsilon_{y,k}^f=\angle\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_y^k\right)\Big/\left(2\pi\Delta_y/\lambda\right)$。同时阵元间基线的扩展 $\left(\Delta_x,\Delta_y\gg\lambda/2\right)$ 可以有效提高方位角度的估计精度，但会造成周期性模糊，此时周期性模糊值可表示为

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{x,k}^{f,m}&=\varepsilon_{x,k}^f+m\lambda/\Delta_x\left\lfloor\left(-1-\varepsilon_{x,k}^f\right)\Delta_x/\lambda\right\rfloor\\ &\le m\le\left\lceil\left(-1-\varepsilon_{x,k}^f\right)\Delta_x/\lambda\right\rceil\\ \varepsilon_{y,k}^{f,n}&=\varepsilon_{y,k}^f+n\lambda/\Delta_y\left\lfloor\left(-1-\varepsilon_{y,k}^f\right)\Delta_y/\lambda\right\rfloor\\ &\le n\le\left\lceil\left(-1-\varepsilon_{y,k}^f\right)\Delta_y/\lambda\right\rceil\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

式中，$\lfloor\bullet\rfloor$ 和 $\lceil\bullet\rceil$ 分别表示向下和向上取整。对应的低精度无模糊余弦估计值 $\left(\varepsilon_{x,k}^c,\varepsilon_{y,k}^c\right)$（其中 $\varepsilon_{x,k}^c=\sin\widehat{\vartheta}_k^c\cos\widehat{\phi}_k^c$，$\varepsilon_{y,k}^c=\cos\widehat{\vartheta}_k^c\cos\widehat{\phi}_k^c$）可以作为参考值，即可确定最优的周期模糊数 $\widehat{m}$，$\widehat{n}$，在使用低精度无模糊余弦估计值来进行解周期模糊前，先要进行参数的配对，则经过参数自动配对[11,12]后，对应的无模糊高精度 2 维余弦估计值为

$$\left.\begin{aligned}\widehat{\varepsilon}_{x,k}^f&=\varepsilon_{x,k}^f+\widehat{m}\lambda/\Delta_x\\ \widehat{m}&=\arg\min_m\left|\varepsilon_{x,k}^c-\varepsilon_{x,k}^f-m\lambda/\Delta_x\right|\\ \widehat{\varepsilon}_{y,k}^f&=\varepsilon_{y,k}^f+\widehat{n}\lambda/\Delta_y\\ \widehat{n}&=\arg\min_n\left|\varepsilon_{y,k}^c-\varepsilon_{y,k}^f-n\lambda/\Delta_y\right|\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

则对应的无模糊高精度 2 维方位、俯仰估计值为

$$\left.\begin{aligned}\widehat{\vartheta}_k^f&=\angle\left(\widehat{\varepsilon}_{y,k}^f+\mathrm{j}\widehat{\varepsilon}_{x,k}^f\right)\\ \widehat{\phi}_k^f&=\arccos\left(\sqrt{\left(\widehat{\varepsilon}_{x,k}^f\right)^2+\left(\widehat{\varepsilon}_{y,k}^f\right)^2}\right)\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

3.3.2 极化辅角与极化相位联合估计　由式(2)可得，三正交偶极子构成的矢量传感器中，电场与磁场分量在 z 轴的分量具有极化域旋转不变性，由式(12)定义电场与磁场分量在 z 轴的比值为极化因子，即

$$\varLambda_k=\frac{g_3^k}{g_6^k}=\frac{-\sin\gamma_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k}}{\cos\gamma_k} \tag{28}$$

显然 $\varLambda_k\,(k=1,2,\cdots,K)$ 仅与极化参量有关，则对应的旋转不变关系为 $\boldsymbol{J}_p^2\boldsymbol{g}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)=\varLambda_k\boldsymbol{J}_p^1\boldsymbol{g}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)$，其中，$\boldsymbol{J}_p^1=[\boldsymbol{0}_{1\times5},1]$，$\boldsymbol{J}_p^2=[\boldsymbol{0}_{1\times2},1,\boldsymbol{0}_{1\times3}]$；对应整个收发流型矢量可得

$$\begin{aligned}&\left(\boldsymbol{J}_p^2\otimes\boldsymbol{I}_{M_c}\right)\tilde{\boldsymbol{c}}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)\\ &\quad=\varLambda_k\left(\boldsymbol{J}_p^1\otimes\boldsymbol{I}_{M_c}\right)\tilde{\boldsymbol{c}}(\vartheta_k,\phi_k,\gamma_k,\eta_k)\end{aligned} \tag{29}$$

进一步考虑所有 K 个目标可得 $\boldsymbol{K}_p^2\widetilde{\boldsymbol{C}}=\boldsymbol{K}_p^1\widetilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\Phi}_p$；其中 $\boldsymbol{K}_p^2=\left(\boldsymbol{J}_p^2\otimes\boldsymbol{I}_{M_c}\right)$，$\boldsymbol{K}_p^1=\left(\boldsymbol{J}_p^1\otimes\boldsymbol{I}_{M_c}\right)$，$\boldsymbol{\Phi}_p=\mathrm{diag}[\varLambda_1,\varLambda_2,\cdots,\varLambda_K]$。由式(11)可得 $\boldsymbol{K}_p^2\boldsymbol{V}=\boldsymbol{K}_p^1\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Psi}_p$，则进一步通过 LS 方法可得

$$\boldsymbol{\Psi}_p=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_p\boldsymbol{F}=\left[\left(\boldsymbol{K}_p^1\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_p^1\boldsymbol{V}\right)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{K}_p^1\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{K}_p^2\boldsymbol{V}\right) \tag{30}$$

通过特征分解即可获得极化辅角与极化相位 (γ,η) 的联合估计

$$\widehat{\gamma}_k=\tan^{-1}\left(\left|-\widehat{\varLambda}_k\right|\right),\quad \widehat{\eta}_k=\angle\left(-\widehat{\varLambda}_k\right) \tag{31}$$

式中，$\widehat{\varLambda}_k\,(k=1,2,\cdots,K)$ 对应 $\boldsymbol{\Psi}_p$ 的第 k 个特征值。

4 算法性能分析

4.1 降维处理信噪比增益

与文献[20]类似可得，本文经过降维处理前后获得的信噪比增益 $\mathrm{SNR}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{E}}$ 为

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{E}}=\frac{\left(2M_x+2M_y-3\right)^2}{4M_xM_y-3}=\mathrm{SNR}_{\mathrm{g}}^{+} \tag{32}$$

其中，$\mathrm{SNR}_{\mathrm{g}}^{+}$ 对应标量传感器配置下对应的信噪比增益。显然，通过降维处理将高维回波数据转换到低维的同时，能够获取较高的信噪比增益，这对后续进一步提高目标角度参量的联合估计性能和估计精度具有重要意义；同时相同阵元条件下，矢量传感器配置下的十字型阵列 MIMO 雷达与标量传感器阵列配置下的十字型阵列 MIMO 雷达，通过降维处理可以获得相同的输出信噪比增益，这是由于两者的降维处理均属于阵元级，矢量传感器对应的极化域扩展并不改变 MIMO 雷达虚拟阵列结构。

4.2 算法复杂度分析

本节主要比较本文算法与文献[10,14]算法的运

算复杂度。其中文献[10]RD-Unitary-ESPRIT 算法收、发阵列均采用标量传感器配置的矩形阵列，算法总的运算复杂度为：$O\left\{4M_tM_r\overline{M}_x\overline{M}_yQ+\overline{M}_x^3\overline{M}_y^3+2\overline{M}_x^2\overline{M}_y^2Q+2\overline{M}_x\overline{M}_yQ+5K^3+6\overline{M}_x\overline{M}_yK^2-2K^2\left(2\overline{M}_x+\overline{M}_y\right)\right\}$。文献[14]RD-MUSIC 算法总的运算复杂度为 $O\left\{4M_t^2M_r^2Q+8M_t^3M_r^3+4M_r(M_t-1)K^2+2K^2\left(3M_t-2\right)+7K^3+n\left[4M_r^2\left(M_t+2M_tM_r\right)+4M_t^2M_r^2\left(2M_tM_r+2M_r-K\right)\right]\right\}$（$n$ 为谱搜索步数）。本文算法总的运算量为：$O\left\{6M_e^2M_cQ+6M_cQK+5\left(M_c-K\right)K^2+6\left(M_{ex}+M_{ey}\right)K^2+M_cK^2+8K^3\right\}$。其中 $M_e=2M_x+2M_y-3$，$M_{ex}=4M_x-4+\left(2M_x-2\right)\left(2M_y-2\right)$，$M_{ey}=4M_y-4+\left(2M_x-2\right)\left(2M_y-2\right)$，$M_c=4M_xM_y-3$，$M_t{=}M_{tx}N_{ty}$，$M_r{=}M_{rx}N_{ry}$，$\overline{M}_x{=}M_{tx}{+}M_{rx}-1$，$\overline{M}_y=N_{ty}+N_{ry}-1$，为了在相同孔径下比较不同算法间的运算复杂度，假设 $M_e=M_t=M_r$，$M_x=M_y$，显然与文献算法相比，本文算法通过降维变换，同时采用传播算子估计信号子空间，无需特征分解，具有更低的运算复杂度。

5 仿真实验与分析

假设十字型阵列配置下的共址 MIMO 雷达，雷达收发阵列结构如图 1 所示，其中接收阵列采用三正交偶极子构成的共点式电磁矢量传感器，以 Hadamard 编码信号为发射波形，分别进行以下仿真实验。

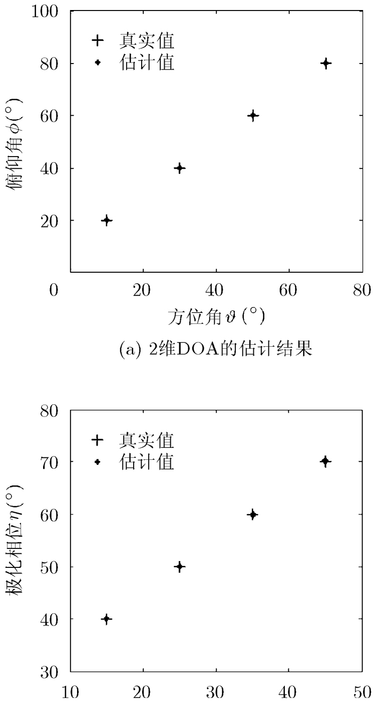
实验 1 算法有效性验证 假设 MIMO 雷达收、发阵列配置满足 $M_x=4,M_y=5$，收、发阵元间距为 $\varDelta_x=\varDelta_y=10\lambda$；远场空域存在 $K=4$ 个独立目标，对应的俯仰、方位 2 维角度为 $\vartheta=\{10°,30°,50°,70°\}$，$\phi=\{20°,40°,60°,80°\}$；对应的极化辅角和极化相位为 $\gamma=\{15°,25°,35°,45°\}$，$\eta=\{40°,50°,60°,70°\}$；信噪比 SNR = 15 dB，数据快拍为 $Q=500$，进行 200 次 Monte-Carlo 实验，仿真结果如图 2 所示。显然，本文算法能够实现目标 2 维方位角度和 2 维极化参数的有效估计及参数的自动配对，同时估计的 2 维方位角度和 2 维极化参数比较集中而没有出现散布，一定程度上也反映了算法的稳健性。

实验 2 算法估计性能的比较 假设 MIMO 雷达收、发阵列配置满足 $M_x=M_y=4$，即 $M_t=M_r=13$；远场空域存在 $K=3$ 个独立目标，俯仰、方位角和 2 维极化参数为 $(\vartheta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1)=(10°,20°,15°,25°)$，$(\vartheta_2,\phi_2,\gamma_2,\eta_2)=(30°,40°,35°,30°)$，$(\vartheta_3,\phi_3,\gamma_3,\eta_3)=(50°,60°,55°,40°)$；数据快拍为 $Q=500$，其余条件不变，进一步与文献[21,22]ESPRIT 算法、文献[12]Unitary-ESPRIT 算法、文献[10]RD-Unitary-ESPRIT 算法及文献[14] RD-MUSIC 算法进行参数估计性能的比较；仿真结果如图 3 所示，其中 CRB 采用文献[15]推导方式。同时为了获得相同的孔径，ESPRIT, Unitary-ESPRIT 及 RD-MUSIC 算法采用 $M_t=M_r=13$ 的均匀线阵； RD-Unitary-ESPRIT 算法中收、发阵列均采用方形阵，收、发阵列配置 $M_{tx}=N_{ty}=M_{rx}=N_{ry}=7$，即 $M_t=M_t=49$。由图 3 仿真结果可知，随着信噪比的增大，以上几种算法参数估计的 RMSE 逐渐变小，估计精度越来越高，这一点很好理解；与文献算法仅利用阵元间距短基线(半波长)进行参数估计相比，本文算法通过扩展阵元间基线长度来获取 2 维 DOA 的高精度估计，同时利用采用三正交偶极子的矢量传感器获得 2 维 DOA 的无模糊快速估计，进一步解决高精度 DOA 的周期模糊，最终获取无模糊的高精度 2 维 DOA 估计，估计精度要优于文献算法；同时与文献[10]收发均采用方形阵列相比，本文采用收发十字型阵列在获取 2 维平移不变性的同时，能够有效减少收发阵元数目，提高阵元利用效率；此外三正交偶极子构成的矢量传感器具有极化域旋转不变特性，可以用来获取极化辅角与极化相位的联合估计，与采用 RD-MUSIC 算法性比，本文算法无需谱搜索，在获得接近与 RD-MUSIC 算法的估计精度，具有更低的运算复杂度。

实验 3 算法估计性能与参数之间的关系 信噪比 SNR = 15 dB，其余条件不变，比较算法估计性能与基线长度($\varDelta_x=\varDelta_y$)之间的关系，仿真结果如图 4 所示；显然随着阵元间长基线长度的增大，基于矢量传感器电场分量与磁场分量归一化矢量叉乘获得的 2 维 DOA 估计几乎是保持不变的，同时对应的方位估计是低精度无模糊的；而解模糊后的高精度估计误差随着长基线长度的增大存在基线模糊门限[23]，众所周知，阵元间基线的扩展会产生波束栅瓣，则当阵元间长基线长度小于模糊门限时，基线长度的增加会使得长基线对应的栅瓣宽度减小，从而改善参数估计精度；而当基线长度高于基线模糊门限时，栅瓣进一步减小会造成解模糊处理时正确解模糊的概率降低，进而使得估计性能恶化，即随着基线长度的变化，算法估计精度是有界的。

6 结论

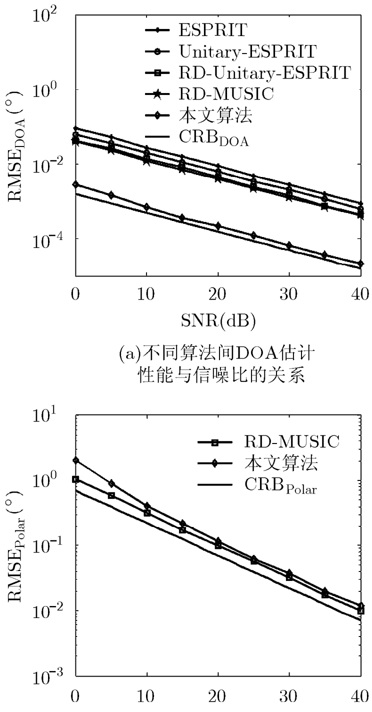
本文针对单基地 MIMO 雷达的多维参数联合估计问题，基于矢量传感器配置下的十字型阵列 MIMO 雷达系统，提出一种 2 维高精度 DOA 与极



(a) 2维DOA的估计结果

(b) 2维极化参数的估计结果

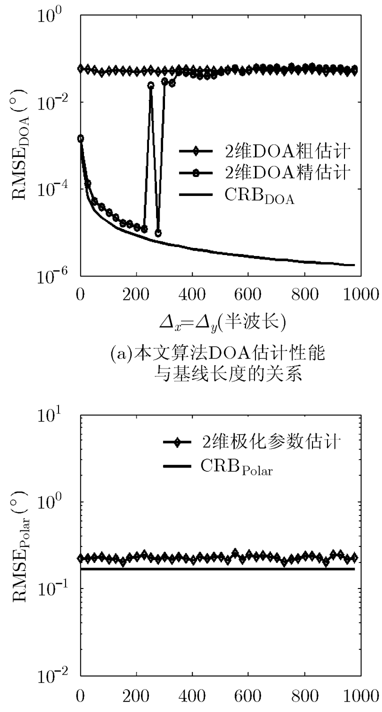
图2　本文算法2维参数的联合估计结果



(a)不同算法间DOA估计性能与信噪比的关系

(b)不同算法间极化参数估计性能与信噪比的关系

图3　不同算法间多维参数的联合估计性能与信噪比的关系



(a)本文算法DOA估计性能与基线长度的关系

(b)本文算法极化参数估计性能与基线长度的关系

图4　本文算法多维参数估计性能与基线长度($\Delta_x=\Delta_y$)间的关系

化参数联合估计算法。理论分析和实验仿真表明，算法通过降维变换和传播算子算法，有效降低数据处理维数和算法运算复杂度的同时，能够获得较高的信噪比增益；在获取2维无模糊高精度DOA与2维极化参数联合估计的同时，能够实现参数的自动配对；该矢量传感器MIMO雷达阵列，可同时获取MIMO雷达的波形分集和矢量传感器的极化分集，无需额外增加阵元和硬件开销，即可有效扩展阵列孔径，提高参数估计性能。值得注意的是，本文分析基于收、发十字型阵列配置的矢量阵列MIMO雷达，当收、发阵列采用诸如矩形、L型等平面阵列配置时，算法同样适用。

参 考 文 献

[1] HULEIHEL W, TABRIKIAN J, and SHAVIT R. Optimal adaptive waveform design for cognitive MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(20): 5075–5089. doi: 10.1109/TSP.2013.2269045.

[2] WANG P, LI H B, and HIMED B. A parametric moving target detector for distributed MIMO radar in non-homogeneous environment[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(9): 2282–2294. doi: 10.1109/TSP.2013.2245323.

[3] ZHANG X, HUANG Y, CHEN C, *et al.* Reduced-complexity Capon for direction of arrival estimation in a monostatic multiple -input multiple-output radar[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2012, 6(8): 796–801. doi: 10.1049/iet-rsn.2011.0343.

[4] ZHANG X and XU D. Low-complexity ESPRIT-based DOA estimation for colocated MIMO radar using reduced-dimension transformation[J]. *Electronics Letters*, 2011, 17(47): 283–284. doi: 10.1049/el.2010.3279.

[5] 文才, 王彤. 单基地MIMO雷达降维酉ESPRIT算法[J].系统工程与电子技术, 2014, 36(6): 1062–1067. doi: 10.3969/j.issn.1001- 506X.2014.06.08.
WEN C and WANG T. Reduced-dimensional unitary ESPRIT algorithm for monostatic MIMO radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(6): 1062–1067. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.06.08.

[6] WANG W, WANG X, SONG H, *et al.* Conjugate ESPRIT for DOA estimation in monostatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(7): 2070–2075. doi: 10.1016/j.sigpro.2013.01.007.

[7] LI J F, ZHANG X F, CHEN W Y, *et al.* Reduced-dimensional ESPRIT for direction finding in monostatic MIMO radar with double parallel uniform linear arrays[J]. *Wireless Personal Communications*, 2014, 77(1): 1–19. doi: 10.1007/s11277-013-1491-3.

[8] 王伟, 王晓萌, 李欣, 等. 基于 MUSIC 算法的 L 型阵列

MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(8): 1954–1959. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01281.
WANG W, WANG X M, LI X, *et al*. Reduced-dimensional DOA estimation based on MUSIC algorithm in MIMO radar with L-shaped array[J]. *Journal of Electronics &Information Technology*, 2014, 36(8): 1954–1959. doi: 10.3724/ SP.J.1146. 2013.01281.

[9] 梁浩, 崔琛, 代林, 等. 基于 ESPRIT 算法的 L 型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(8): 1928–1935. doi: 10.11999/JEIT141295.
LIANG H, CUI C, DAI L, *et al*. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in MIMO radar with L-shaped array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 1928–1935. doi: 10.11999/JEIT141295.

[10] LI J F and ZHANG X F. Unitary reduced-dimensional estimation of signal parameters via rotational invariance techniques for angle estimation in monostatic multiple-input-multiple-output radar with rectangular arrays [J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2014, 8(6): 575–584. doi: 10.1049/iet-rsn.2013.0269.

[11] ZHENG G M and CHEN B X. Unitary dual-resolution ESPRIT for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2015, 26(1): 159–178. doi: 10.1007/s11045-013-0244-5.

[12] ZHENG G M, CHEN B X, and YANG M L. Unitary ESPRIT algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(3): 179–181. doi: 10.1049/el.2011.3657.

[13] JIANG H, WANG D F, and LIU C. Joint estimation of DOD/DOA/polarization parameters of bistatic MIMO radar[J]. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2010, 17(5): 32–37. doi: 10.1016/S1005-8885(09)60504-5.

[14] ZHOU M and ZHANG X F. Joint estimation of angle and polarization for bistatic MIMO radar with polarization sensitive array using dimension reduction MUSIC[J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 81(3): 1333–1345. doi: 10.1007/s11277-014- 2187-z.

[15] 王克让, 朱晓华, 何劲. 基于矢量传感器 MIMO 雷达的 DOD/DOA 和极化联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(1): 160–165. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00576.
WANG K R, ZHU X H, and HE J. Joint DOD DOA and polarization estimation for MIMO radar with electromagnetic vector sensors[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(1): 160–165. doi: 10.3724/ SP.J.1146.2011.00576.

[16] 王克让, 何劲, 贺亚鹏, 等. 基于矢量传感器的扩展孔径双基地MIMO 雷达多目标定位算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34 (4): 582–586. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00801.
WANG K R, HE J, HE Y P, *et al*. Extended-aperture mulit-target location algorithm for MIMO radars with vector sensors[J]. *Journal of Electronics &Information Technology*, 2012, 34(4): 582–586. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00801.

[17] 郑桂妹, 杨明磊, 陈伯孝, 等. 干涉式矢量传感器 MIMO 雷达的 DOD/DOA 和极化联合估计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(11): 2635-2641. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00407.
ZHENG G M, YANG M L, CHEN B X, *et al*. Joint DOD/DOA and polarization estimation for interferometric MIMO radar with electromagnetic vector sensors[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(11): 2635–2641. doi: 10.3724/SP.J.1 146.2012.00407.

[18] GU C, HE J, Li H, *et al*. Target localization using MIMO electromagnetic vector array systems[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(7): 2103–2107. doi:10.1016/j.sigpro.2013.02.005.

[19] 郑桂妹, 陈伯孝, 杨明磊. 基于矢量传感器 MIMO 雷达的发射极化优化 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(3): 565–570. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00648.
ZHENG G M, CHEN B X, and YANG M L. Transmitted polarization optimization for DOA estimation based on vector sensor MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(3): 565–570. doi: 10.3724/ SP.J.1146.2013.00648.

[20] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于 ESPRIT 算法的十字型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(1): 80–89. doi: 10.11999/JEIT150402.
LIANG H, CUI C, and YU J. Reduced-dimensional DOA stimation based on ESPRIT algorithm in monostatic MIMO radar with cross array [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 80–89. doi: 10.11999 /JEIT150402.

[21] CHEN D F, CHEN B X, and GUO D Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770–771. doi: 10.1049/el:20080276.

[22] CHEN J L, GU H, and SU W M. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422–1423. doi: 10.1049/el:20089089.

[23] LEMMA A N, VEEN A J, and DEPRETTERE E F. Multiresolution ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1722–1726. doi: S 1053-587X (99)03682-X.

梁 浩： 男，1987 年生，博士，主要研究方向为阵列信号处理以及 MIMO 雷达信号处理.

崔 琛： 男，1962 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为雷达信号处理.

余 剑： 男，1980 年生，讲师，硕士，主要研究方向为雷达信号处理以及雷达对抗技术.

郝天铎： 男，1989 年生，博士生，研究方向为认知雷达信号处理.