# 基于混合匹配追踪算法的 MIMO 雷达稀疏成像方法

王 伟\* 张 斌 李 欣 (哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001)

摘 要:多输入多输出(MIMO)雷达作为一种新型的雷达体制,其成像兼具高分辨率与实时性的优点。由于观测区 域的稀疏性,MIMO 雷达成像可以用压缩感知的方法进行处理。而现有的 MIMO 雷达稀疏成像的贪婪恢复算法中, 正交匹配追踪算法(OMP)存在成像图像有伪影的缺点,子空间追踪算法(SP)则受到低分辨率的困扰。针对上述问 题,该文提出一种称为混合匹配追踪算法的压缩感知贪婪算法以实现 MIMO 雷达稀疏成像。通过将两种贪婪恢复 算法结合起来,利用 OMP 算法选择基信号的正交性和 SP 算法具有基信号选择的回溯策略,来重构出高分辨率 且没有伪影的雷达图像。仿真实验验证了所提算法的有效性。 关键词: MIMO 雷达,压缩感知;稀疏成像;贪婪算法 中图分类号: TN957.52 文献标识码:A 文章编号:1009-5896(2016)10-2415-08 DOI: 10.11999/JEIT151453

# An Imaging Method for MIMO Radar Based on Hybrid Matching Pursuit

WANG Wei ZHANG Bin LI Xin

(Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: MIMO radar is an emerging radar system that has significant potential. MIMO radar can provide high resolution and real-time imaging solution. Because of the sparsity of the observation zone, the task of MIMO radar imaging can be formulated as a problem of sparse signal recovery based on Compressed Sensing (CS). In MIMO radar imaging application based on CS, existing greedy algorithms, such as the Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithm and the Subspace Pursuit (SP) algorithm, suffer from artifacts and low-resolution, respectively. To deal with the drawback of existing greedy algorithms, a Hybrid Matching Pursuit (HMP) algorithm is proposed to combine the strengths of OMP and SP. By using of the orthogonality among selected basis-signals and the backtracking strategy for basis-signal reevaluation, the HMP algorithm can reconstruct high-resolution radar image with no artifacts. Simulation results demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

 ${\bf Key}$  words: MIMO radar; Compressive sensing; Sparse imaging; Greedy algorithm

# 1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达是一种 21 世纪新出 现的雷达系统<sup>[1,2]</sup>,它利用多个发射与接收天线同时 对目标进行观测。良好的阵列构型设计和波形分集 技术使得 MIMO 雷达能够获得远多于实际物理阵 元个数的观测通道和空间自由度,可以显著地改善参数的可辨识性,实现更为灵活的发射方向图设计, 改进目标检测和参数估计性能<sup>[3]</sup>。相比于传统成像雷 达,MIMO 雷达在成像的方位向分辨率、实时性和 运动补偿方面具有明显的性能优势。因此 MIMO 雷 达成像具有广泛的应用前景。

常见的 MIMO 雷达成像算法,诸如 BP(Back Projection)算法<sup>[4]</sup>或 DAS(Delay And Sum)类波束 形成算法,包括改进的 Kirchhoff 偏移算法<sup>[5]</sup>、衍射 堆栈算法<sup>[6]</sup>等,具有与匹配滤波和波束形成相似的形 式,其优点是算法简单易于实现,输出信噪比高,但是存在分辨率较低且旁瓣水平高,成像效果差的缺陷。

为了获得更好的成像效果,人们将压缩感知技术应用到 MIMO 雷达成像中。稀疏微波成像是指将 压缩感知与雷达成像有机结合形成的一种新的成像

收稿日期: 2015-12-22; 改回日期: 2016-06-17; 网络出版: 2016-08-26 \*通信作者: 王伟 wangwei407@hrbeu.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金(61571148),中国博士后特别资助 (2015T80328),中国博士后科学基金(2014M550182),黑龙江省博 士后特别资助(LBH-TZ0410),哈尔滨市科技创新人才专项 (2013RFXXJ016)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61571148), China Postdoctoral Special Funding (2015T80328), China Postdoctoral Science Foundation (2014M550182), Heilongjiang Province Postdoctoral Special Fund (LBH-TZ0410), Innovation of Science, Technology Talents in Harbin (2013RFXXJ016)

方法[7-9]。它通过寻找被观测目标的少量回波数据, 利用稀疏重构技术提取目标的空间位置、散射特征 和运动特征等参数。和传统的雷达成像算法相比, 压缩感知的引入可以显著地降低系统的数据采集率 和系统复杂度,而且稀疏重构算法潜在的超分辨能 力有进一步提升成像性能的能力。佛罗里达大学的 Li 教授等人<sup>[10]</sup>提出了许多适用于 MIMO 雷达稀疏 成像的稀疏重构算法,如循环自适应算法(Iterative Adaptive Approaches, IAA)和稀疏学习循环最小化 方法(Sparse Learning via Iterative Minimization, SLIM)<sup>[11]</sup>等。文献[12]提出了多波形自适应脉冲压缩 技术-超分辨率空间谱估计(Multi-waveform Adaptive Pulse Compression, Re-Iterative Super-Resolution, MAPC-RISR)的 MIMO 雷达 2 维超分 辨率成像算法。这些 MIMO 雷达成像算法都是将自 适应技术应用到2维联合滤波器权矢量的设计中, 通过迭代更新 2 维权矢量和获得的图像幅值,通过 一定的迭代次数最终得到高分辨率和低旁瓣的成像 结果。 但是,这些方法自适应维数巨大,算法的时 间复杂度过高,不仅难以进行实时成像,而且在常 用的处理器上运行都极为困难。文献[13,14]采用线 性规划的方法解决压缩感知问题,得到良好的效果。 但是,线性规划的方法有着运算量大,不易工程实 现的缺点。文献[15-17]将贝叶斯学习应用到穿墙雷 达成像中,但是该算法需要成像场景距离向目标点 分布的先验知识,而这在实际应用中大受限制。文 献[18]将压缩感知技术与传统的 DAS 波束形成算 法结合起来进行雷达成像。这种方法在数据恢复和 抗干扰方面表现出色,但是由 DAS 算法带来的低分 辨率和高旁瓣问题依然存在。贪婪恢复算法的代表 是正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 类算法, 这类算法包括 OMP<sup>[19,20]</sup>, CoSaMP<sup>[21]</sup>等。这种算法有着较低的运算负荷,较 高的成像分辨率,但是由于 OMP 算法在基信号选 择时只能扩充不能去除不良基信号的策略, OMP 类 恢复算法在雷达成像应用中会存在伪影点, 这不利 于目标的识别。文献[22]提出了被称为子空间追踪算 法(SP)的压缩感知贪婪算法,纠正了 OMP 算法中 存在伪影点的问题,但是在 MIMO 雷达成像应用中 其分辨率较 OMP 算法低。

本文提出一种新的压缩感知雷达成像重构算法,称之为混合匹配追踪算法(Hybrid Macthing Pursuit, HMP)。将 OMP 算法和子空间追踪 (Subspace Pursuit, SP)算法的优点结合起来,使得 它在选择基信号时保证了正交性,而在支撑集更新 时采用回溯策略,并将这种方法应用的 MIMO 雷达

成像场景中。通过这种操作,所提方法在付出一定 运算量的代价下可以保证很高的雷达图像重建分辨 率,且不会出现伪影现象。仿真实验证明了所提算 法的有效性和优越性。

## 2 MIMO 雷达成像模型

考虑单基地共址 MIMO 雷达,发射阵元和接收 阵元数分别为  $M \approx N$ ,且发射阵元、接收阵元分布 在 2 维平面上的同一基线上。MIMO 雷达成像几何 关系如图 1 所示。以成像场景中心为极坐标原点建 立坐标系,则第 m 个发射阵元和第 n 个接收阵元可 分别表示为  $(R_{\text{Tx},m}, \varphi_{\text{Tx},m}) \approx (R_{\text{Rx},m}, \varphi_{\text{Rx},m})$ 。其中 $\varphi$  是 收发阵元与 Y轴正向的夹角。设目标的第 k 个散射 点的直角坐标为  $r_k = (x_k, y_k)$ ,散射系数是  $\sigma(r_k)$ 。第 m 个发射天线到第 k 个散射点距离记为  $R^k_{\text{Tx},m}$ ,第 n个接收天线到第 k 个散射点的距离为  $R^k_{\text{Rx},m}$ ,天线阵 列基线到场景中心的距离是  $R_0$ 。



图 1 单基地 MIMO 雷达 2 维成像模型

第
$$m$$
个天线发射信号 $S_m(t)$ 可表示为  
 $S_m(t) = p_m(t) \exp(j2\pi f_c t)$  (1)

式中,  $p_m(t)$  是发射信号的归一化包络,  $f_c$  是载波频率。MIMO 雷达发射的是相位编码正交信号, 假设 其具有理想的自相关特性和互相关特性。

设成像场景中共有 K 个散射点,则 M 个发射信 号经过 K 个散射点反射到第 n 个接收阵元被接收的 叠加回波为

$$S_n(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sigma(\mathbf{r}_k) S_m\left(t - \tau_{n,m}(k)\right)$$
(2)

其中,  $\tau_{n,m}(k)$  是第 m 个发射阵元到第 k 个散射点再 到第 n 个接收阵元的整个辐射过程的路径延迟。根 据远场假设,则有  $|\mathbf{r}_k| \ll R_{\mathrm{Tx},m}, |\mathbf{r}_k| \ll R_{\mathrm{Rx},m}$ ,则第 m个发射阵元到第 k 个散射点的距离  $R_{\mathrm{Tx},m}^k$  和第 k 个散 射点到第 n 个发射阵元的距离  $R_{\mathrm{Rx},n}^k$  可近似为

$$R^k_{\mathrm{Tx},m} pprox R_{\mathrm{Tx},m} + oldsymbol{I}_{\mathrm{Tx},m} oldsymbol{r}_k, \ R^k_{\mathrm{Rx},n} pprox R_{\mathrm{Rx},n} + oldsymbol{I}_{\mathrm{Rx},n} oldsymbol{r}_k \ (3)$$

其中,  $I_{\text{Tx},m}$  和  $I_{\text{Rx},n}$  分别是第m 个发射阵元和第n 个接收阵元到成像场景中心的单位位置矢量,即

$$\mathbf{I}_{\mathrm{Tx},m} = (\sin \varphi_{\mathrm{Tx},m}, \cos \varphi_{\mathrm{Tx},m})$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{Rx},n} = (\sin \varphi_{\mathrm{Rx},n}, \cos \varphi_{\mathrm{Rx},n})$$

$$(4)$$

则延迟 $\tau_{nm}(k)$ 可以近似为

$$\tau_{n,m}(k) = \frac{R_{\mathrm{Tx},m}^{k} + R_{\mathrm{Rx},n}^{k}}{c}$$
$$\approx \frac{R_{\mathrm{Tx},m} + R_{\mathrm{Rx},n} + I_{\mathrm{Tx},m} r_{k} + I_{\mathrm{Rx},n} r_{k}}{c}$$
(5)

其中, c是电磁波传播速度, 式(5)中与 R<sub>Tx,m</sub> 和 R<sub>Rx,n</sub> 有关的项都属于固定已知项。

去载波后,通过相关处理器组(匹配滤波),利 用发射信号的正交性实现通道分离输出的第(*n*,*m*) 个通道信号是

$$S_{n,m}(t) = S_n(t) \otimes p_m^*(t)$$
  
=  $\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M p_m(t - \tau_{n,m}(k)) \exp(-j2\pi f_c \tau_{n,m}(k))$   
 $\otimes p_m^*(t)$  (6)

对其做傅里叶变换,并且代入路径延迟公式, 得到频域形式的输出为

$$z_{n,m}(f) = \sum_{k=1}^{K} \sigma(\mathbf{r}_{k}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{f_{c}+f}{c}(\mathbf{I}_{\mathrm{Tx},m}+\mathbf{I}_{\mathrm{Rx},n})\mathbf{r}_{k}}$$
(7)

式中,令

$$\boldsymbol{K}_{n,m}(f) = -\frac{f_c + f}{c} \left( \boldsymbol{I}_{\mathrm{Tx},m} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{Rx},n} \right)$$
(8)

其中,  $K_{n,m}(f) = (K_{n,m}^{x}(f), K_{n,m}^{y}(f))$ 是 MIMO 雷达第 (n,m)个观察通道的波数。

由于 MIMO 雷达存在许多不同收发组合,随着  $\varphi_{Tx,m}$ 和 $\varphi_{Rx,n}$ 的变化,它们将填充空间谱域一定范围 的支撑区分布。因此,可以得到相位分集 MIMO 雷 达在空间谱域的回波表达式。

$$z_{n.m}(\boldsymbol{K}_{n,m}(f)) = \sum_{k=1}^{K} \sigma(\boldsymbol{r}_{k}) \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\boldsymbol{K}_{n,m}(f)\boldsymbol{r}_{k}}$$
(9)

式(9)表明,经过匹配滤波后目标的散射系数与第 (*n*,*m*)个通道在空间谱的回波满足傅里叶变换关系。 设空间谱中每个通道均有 *q* 个采样样本,则式(9)可 表示为向量形式。

$$z_{n,m} = \begin{bmatrix} z_{n,m}(\boldsymbol{K}_{n,m}(f_1)) & \cdots & z_{n,m}(\boldsymbol{K}_{n,m}(f_q)) \end{bmatrix}$$
$$= \boldsymbol{A}_{n,m}\boldsymbol{\sigma}$$
(10)

其中, $z_{n,m}(\mathbf{K}_{n,m}(f_i))$ 是第(n,m)个通道的在空间谱域 的第i个观测样本,而 $A_{n,m}$ 是第(n,m)个通道的观 测矩阵, $\sigma \in C^{K \times 1}$ 是K个散射点构成的向量,且有

$$z_{n,m}(\boldsymbol{K}_{n,m}(f_i)) = \sum_{k=1}^{V} \sigma(\boldsymbol{r}_k) e^{j2\pi \boldsymbol{K}_{n,m}(f_i)\boldsymbol{r}_k}$$

$$f_i = \frac{B}{q} i, \quad i = 1, 2, \cdots, q$$

$$\boldsymbol{A}_{n,m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{n,m}(1) & \boldsymbol{a}_{n,m}(2) & \cdots & \boldsymbol{a}_{n,m}(K) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{a}_{n,m}(k) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi \boldsymbol{K}_{n,m}(f_1)\boldsymbol{r}_k} & e^{j2\pi \boldsymbol{K}_{n,m}(f_2)\boldsymbol{r}_k} & \cdots & e^{j2\pi \boldsymbol{K}_{n,m}(f_q)\boldsymbol{r}_k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma(\boldsymbol{r}_1) & \sigma(\boldsymbol{r}_2) & \cdots & \sigma(\boldsymbol{r}_K) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(11)

以上讨论皆是在连续的散射点空间进行的,而 稀疏成像算法都是基于离散化的目标场景网格实现 成像,因此设成像场景可以离散化为 V个网格点, 且将 N个接收阵元的回波 z<sub>n,m</sub> 列堆栈,并考虑实际 噪声的影响,可以得到离散空间 r<sub>K</sub> 的 MIMO 雷达 成像有噪回波模型:

$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_{1,1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{z}_{1,2}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{z}_{N,M}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{e}$$
 (12)

其中, *e* 是加性噪声,  $A = \begin{bmatrix} A_{1,1}^{T} & A_{1,2}^{T} & \cdots & A_{N,M}^{T} \end{bmatrix}^{T}$   $\in C^{Q \times V}$ , Q = NMq 是所有通道总的观测数据量,  $\sigma = C^{V \times 1}$  是成像场景所有网格点的散射系数向量。 若在网格点 *k* 处有目标,则  $|\sigma(\mathbf{r}_{k})| \neq 0$ ,反之,则  $|\sigma(\mathbf{r}_{k})| = 0$ 。

# 3 基于正交匹配追踪算法和子空间追踪算 法的稀疏信号恢复

注意到对于大多数成像场景中,目标区域具有 稀疏的特点,亦即散射系数向量 σ 中只有有限的几 个系数不为零,而压缩感知作为一种稀疏信号处理 方法可以有效地解决这类问题。本节介绍两种常用 的压缩感知贪婪重构算法,这两种算法也是本文算 法的基础。

#### 3.1 正交匹配追踪算法

正交匹配追踪算法是一种典型的贪婪重构算法。OMP 算法通过每次迭代从观测矩阵中选出与回 波或是回波残差相关最大的基信号,将该列扩充到 待测信号的支撑集,利用最小二乘法原理消除该列 在回波残差的影响,更新回波残差,然后从观测矩 阵中去除该列,然后迭代重复,直至算法收敛,迭 代结束。设待求信号 $\sigma$ 的总支撑集(即呈现场景内所 有的网格点位置)为 $\Lambda$ ,非零元的支撑集为 $\Lambda_0$  = supp( $\sigma$ ),则有 $\|\Lambda_0\|_1 = K$ ,设迭代变量为 p,OMP 算法的具体流程如表 1 所示。

### 3.2 子空间追踪算法

子空间算法(SP)也是一类基于迭代的贪婪算

表1 **正交匹配追踪**算法

算法1 正交匹配追踪算法

- 输入:回波采样向量z,观测矩阵A,稀疏度K。 输出:稀疏解 $\sigma$ 。
- 步骤 1 初始。 将残差向量初始化为测量向量 r = z,支 撑集初始化为  $\Lambda = \emptyset$ ;
- 步骤 2 迭代次数更新, p = p + 1;
- 步骤 3 支撑集更新 在第 p 次迭代时,对第 p 个原子选择的依据是

 $i = rg \max_i \left| (\boldsymbol{A}_{\scriptscriptstyle (i)})^{\mathrm{H}} \boldsymbol{r} \right|$ 

其中, $A_{(i)}$ 表示测量矩阵第i列,则估计的支撑集 更新为 $\Lambda^{(p)} = \{\Lambda^{(p-1)}, i\};$ 

步骤 4 残差更新:  $\boldsymbol{z}^p = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}} \left[ \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}} \right]^{-1} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{z}$ 

其中, A<sub>A</sub> 是由测量矩阵中的某些列所组成的, 而 这些列的选取是由其支撑集所决定的;

步骤 5 待测信号估计。根据已经估计到的支撑集 A,利用 最小二乘原理,求待测信号在在 A<sub>A</sub> 列张成的子空 间的正交投影,即

$$\tilde{\sigma}_{\boldsymbol{\Lambda}} = \left[ \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}} \right]^{-1} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{z}$$

步骤 6 终止迭代。当 σ 满足终止条件或是迭代次数等于 K,停止迭代过程,输出 σ, 否则,跳回步骤 2, 继续循环迭代。

法。与 OMP 算法每次迭代过程中选取测量矩阵一 个元素不同的是, SP 算法每次选取 K 个元素,这 样选择的目的是最大可能性地使测量向量 $\sigma$ 在这 K个元素所张成的子空间内。此外,对基信号的选择 首先扩充到 2K 个,然后支撑集的选取就变成从所 有 2K 个元素张成的子空间中和测量向量z 相关性 最大的那个子空间。而后,一旦恢复误差达到要求, 迭代停止。最终的估计结果和 OMP 算法相同,也 用最小二乘法。具体步骤见表 2。

# 4 基于混合匹配追踪算法的 MIMO 雷达成 像技术

综上, 两种贪婪算法的优缺点都很明显,且优势互补。考虑将两种贪婪算法结合起来,以期提高 MIMO 雷达成像效果。

采用标准 OMP 算法得到稀疏解的初值且确定 初始支撑集。

$$\sigma_{\rm omp} = \operatorname{omp}(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{A}, K) \tag{13}$$

式(12)是指在测量矩阵是A,稀疏度是K,测量向量是z的情况下标准 OMP 算法的输出,与算法 2相同。

$$\Lambda_{\rm old} = \max\_ \operatorname{ind} \left( \left| \boldsymbol{A}^{\rm H} \boldsymbol{z} \right|, K \right)$$
(14)

则残差初始化为

$$\boldsymbol{r}_{\text{old}} = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \left( \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{z} \qquad (15)$$

表 2 子空间追踪 算法

算法2 子空间追踪算法

输入:回波采样向量z,观测矩阵A,稀疏度K。

- 输出:稀疏解δ。
- 步骤1 初始化。首先定义支撑集 $A_{old} = \max_{ind} (|\mathbf{A}^{H}\mathbf{z}|, K)$ , 其中定义函数 $\max_{ind}(\mathbf{x}, P) \triangleq \{$ 返回 P索引, 索引代表 n 在向量  $\mathbf{x}$  中幅值最大的元素所在的位

置}。残差初始化为
$$r_{
m old} = z - A_{A_{
m old}} \left( \left( A_{A_{
m old}} 
ight)^{
m H} A_{A_{
m old}} 
ight)^{-1}$$

$$\cdot \left( oldsymbol{A}_{A_{
m dad}} 
ight)^{
m H} oldsymbol{z}$$
。  
步骤 2 支撑集扩充至 2 $K$ 个。

$$\Lambda_{\text{temp}} = \Lambda_{\text{old}} \cup \max_{\text{ind}} \left( \left| \boldsymbol{A}^{\text{H}} \boldsymbol{r} \right|, K \right)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\text{new}} = \max\_ \text{ind} \left( \left| \left( \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}_{\text{temp}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}_{\text{temp}}} \right|^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\Lambda}_{\text{temp}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{z} \right|, \boldsymbol{K} \right)$$

步骤4 残差更新:

$$m{r}_{ ext{new}} = m{z} - m{A}_{A_{ ext{new}}} \left( \left(m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{ ext{H}} m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{\!-1} \left(m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{\! ext{H}} m{z}$$

步骤 5 迭代终止判断。当残差满足范数关系  $\|\boldsymbol{r}_{od}\|_{2}^{2} >$  $\|\boldsymbol{r}_{new}\|_{2}^{2}$ 时,则令  $\boldsymbol{r}_{old} = \boldsymbol{r}_{new}$ 和  $\boldsymbol{\Lambda}_{old} = \boldsymbol{\Lambda}_{new}$ ,然后跳 回步骤 1 进行迭代;否则,迭代停止,计算和输出  $\tilde{\sigma} \circ \tilde{\sigma}_{\boldsymbol{A}_{old}} = \left(\left(\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{A}_{old}}\right)^{H} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{A}_{old}}\right)^{-1} \left(\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{A}_{old}}\right)^{H} \boldsymbol{z}$ 

依然采用标准 OMP 算法对式(15)所求的残差 进行处理,可以得到

$$\sigma_{\rm omp}^n = \operatorname{omp}\left(\boldsymbol{r}_{\rm old}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{K}\right) \tag{16}$$

利用式(16)将支撑集扩充至2K个

$$\Lambda_{\text{temp}} = \Lambda_{\text{old}} \cup \max \_ \text{ind}(|\sigma_{\text{omp}}^n|, K)$$
(17)

将原始测量信号向这 2*K* 个支撑集构成的子空间投影,可以得到更新的支撑集

$$A_{\text{new}} = \max \inf \left( \left\| \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{temp}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{A_{\text{temp}}} \right\|^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{temp}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{z} \right|, K \right)$$
(18)

利用式(18)更新残差

$$\boldsymbol{r}_{\text{new}} = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{A}_{A_{\text{new}}} \left( \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{new}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{A_{\text{new}}} \right)^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{new}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{z} \quad (19)$$

迭代更新残差值*r*和支撑集*A*,从而提高稀疏 解的恢复精度。 最终可以得到稀疏解

$$\sigma_{\Lambda} = \left( \left( \boldsymbol{A}_{\Lambda} \right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{\Lambda} \right)^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{\Lambda} \right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{z}$$
(20)

所提 MIMO 雷达稀疏信号恢复算法可以总结 如表 3 所示。

从表 3 的描述来看, HMP 算法中的每一次索引 选择的过程是利用 OMP 算法实现的,这种操作保 证了在基信号选择时的正交性,也就能在字典矩阵 具有傅里叶类似性质的时候可以区分相距很近的

#### 表 3 混合匹配追踪 算法

算法3 混合匹配追踪算法 输入:回波采样向量z,观测矩阵A,稀疏度K。 输出:稀疏解 $\sigma$ 。 初始化。首先定义支撑集  $\Lambda_{\text{old}} = \max_{\text{ind}}$ 步骤 1  $(|\sigma_{omp}|, K)$ , 其中 $\sigma_{omp} = omp(\mathbf{z}, \mathbf{A}, K)$ 定义为标 准 OMP 算法的计算结果。 残差初始化为  $r_{old}$  =  $oldsymbol{z} = oldsymbol{A}_{A_{ ext{old}}} \left( \left(oldsymbol{A}_{A_{ ext{old}}}
ight)^{ ext{H}} oldsymbol{A}_{A_{ ext{old}}} 
ight)^{ ext{H}} oldsymbol{A}_{A_{ ext{old}}} 
ight)^{ ext{H}} oldsymbol{z}$  , 步骤 2 支撑集扩充至 2K个。  $\Lambda_{\text{temp}} = \Lambda_{\text{old}} \cup \max \_ \operatorname{ind} \left( \left| \sigma_{\text{omp}}^n \right|, K \right)$ 其中,  $\sigma_{\text{omp}}^n = \text{omp}(\mathbf{r}_{\text{old}}, \mathbf{A}, K)$ 。 步骤 3 支撑集更新。新的支撑集为  $oldsymbol{A}_{ ext{new}} = ext{max\_ind} \left[ \left[ \left( oldsymbol{A}_{A_{ ext{temp}}} 
ight]^{ ext{H}} oldsymbol{A}_{A_{ ext{temp}}} 
ight]^{ ext{--1}} \left( oldsymbol{A}_{A_{ ext{temp}}} 
ight)^{ ext{H}} oldsymbol{z} 
ight], K 
ight]$ 步骤 4 残差更新:  $m{r}_{ ext{new}} = m{z} - m{A}_{A_{ ext{new}}} \left( \left(m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{ ext{H}} m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{-1} \left(m{A}_{A_{ ext{new}}}
ight)^{ ext{H}} m{z}$ 步骤 5 迭代终止判断。当残差满足范数关系  $|\mathbf{r}_{old}|_{2}^{2} >$  $\|\boldsymbol{r}_{\text{new}}\|_{2}^{2}$ 时,则令 $\boldsymbol{r}_{\text{old}} = \boldsymbol{r}_{\text{new}}$ 和 $\Lambda_{\text{old}} = \Lambda_{\text{new}}$ ,然后 跳回步骤1进行迭代;否则,迭代停止,计算和  $\hat{\sigma}$  .  $\hat{\sigma}_{A_{\text{old}}} = \left( \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{-1} \left( \boldsymbol{A}_{A_{\text{old}}} \right)^{\text{H}} \boldsymbol{z}$  .

空间面元。与此同时,在 HMP 算法中存在的回溯 选择操作与 SP 算法相同。这种操作的存在保证了 HMP 算法有能力剔除在前面的迭代过程中被选择 的病态的索引,向支撑集中添加新的潜力高的索引。 通过以上分析不难看出,HMP 算法在理论上比 OMP 算法和 S P 算法的性能都要好。

## 5 仿真实验与分析

仿真实验 MIMO 雷达的收发阵列都为均匀线 阵,4 个发射阵元在 X 轴上,坐标设为(0,4,8,12)× $\lambda/2$ ,接收阵元亦为4个,坐标为(0,1,2,3)× $\lambda/2$ 。 发射波形采用循环算法(Cyclic Algorithm-New, CAN)<sup>[23]</sup>设计的正交波形,每个发射波形包含码元 数为100,载频为10 GHz,带宽设为50 MHz,相 应的码元时宽是 0.02 μs,脉冲重复周期为 6 μs, 采样周期等于码元时宽。

## 5.1 点目标成像仿真

将成像区域网格化。设观测区域由 50 个距离单 元组成,方位角范围为-80°~80°,角度单元设为 5°。考虑两种点目标分布情况。第 1 种为只有一个 点目标,位于第 25 个距离单元,方位角为0°;第 2 种情况有 5 个目标,呈十字排列,坐标分别为(20,0°), (25,0°),(30,0°),(25,-20°)和(25,20°)。所有点目标 的后向散射系数都设为 1,设噪声为加性高斯白噪 声,信噪比为 30 dB,图 2 给出了标准 OMP 算法, SP 算法以及本文所提的 HMP 算法的成像结果。

从图 2 可以看出,对于单个点目标时 3 种不同的压缩感知恢复算法都在目标位置处形成了尖峰,表明了 3 种成像算法在单点聚焦成像时的正确性。其中子空间追踪算法(SP)在分辨率和旁瓣水平上没有其它两种贪婪恢复算法表现出色,表现为图 2(b)中出现低幅度值的旁瓣,而图 2(a)和图 2(c)中并没有这种情况。这与前面分析的算法性能是一致的,即 SP 算法的分辨率要低于 OMP 算法和本文所提的 HMP 算法。OMP 算法与本文所提的 HMP 算法成像结果基本相同。在对单点目标成像的应用场景中,OMP 算法并没有出现伪影。

图 3 给出了在多个点目标存在的情况下不同算 法的成像结果。为了更直观地比较各种算法的成像 性能,图 4 给出了多个点目标时成像结果的距离向 剖面图,对应的距离单元为 25。

从图 3 和图 4 可以看出,标准 OMP 算法在 5 个点目标位置都形成了峰值,表明 OMP 算法在多 点聚焦成像的可用性。但是存在明显的伪影点,不 利于目标的判读。这是由 OMP 算法对支撑集进行 扩充而从不加以删除的策略造成的。而 SP 算法在 5 个目标位置也形成了峰值,但是在图像的两端成像 质量急剧下降,旁瓣水平较高。这是因为 SP 算法 在迭代过程中,由于一次性选择多个基信号,许多 与回波向量高度相关的基信号同时被选取。这种选



图 2 单个点目标时 MIMO 雷达成像结果



图 3 多个点目标时 MIMO 雷达成像结果

取策略由于相邻基信号的相关性导致分辨率的损失。HMP 算法在 5 个目标位置处形成峰值,且旁瓣水平和分辨率都较 OMP 算法和 SP 算法好。这与前面的分析是一致的。HMP 算法中每一次支撑集选择过程是利用 OMP 算法实现的,这种操作保证了基信号选择的正交性,与此同时,在 HMP 算法迭代过程中与 SP 算法类似,可以去除在前面迭代过程中被选择的病态索引,因此 HMP 算法分辨率更高。

为了说明所提算法抗噪性,图 5 给出了 HMP 算法、OMP 算法、SP 算法以及最近新提出压缩采 样修正匹配追踪算法<sup>[24]</sup>(Compressive Sampling Modifying Matching Puresuit, CoSaMMP)和基于 变尺度法的贪婪重构算法<sup>[25]</sup>(Variable Metric Method based Gradient Pursuit, VMMGP)在不同 信噪比情况下重构误差的表现。设置信噪比从-30 dB 增加到 30 dB,步长为 5 dB,以重构误差作为 衡量成像效果的标准。从图 5 可以看出,这 5 种信 号重构算法的重构误差均随信噪比的提高而减小。 当信噪比大于-20 dB 时,HMP 算法的重构误差要 明显小于其它算法,且这 5 种贪婪重构算法的重构 误差均趋于平稳。在这 5 种算法中,HMP 算法的重 构误差最小,OMP 算法和 SP 算法重构误差最大,



图 4 多个点目标时成像结果的距离向剖面图

而 CoSaMMP 算法和 VMMGP 算法的重构精度虽然由于 OMP 算法和 SP 算法,但不及本文所提的 HMP 算法。这表明 HMP 算法的抗噪性要优于其它 4 种贪婪重构算法。

### 5.2 运算时间比较

为了比较不同的贪婪恢复成像算法的运算效率,本文分析不同成像场景时完成所有像素点聚焦成像所需的时间。仿真场景分辨率为50距离元×33 角度元。仿真平台 CPU 为 Intel Core i3-2130,内存为2G。3种不同的成像算法耗时如表4所示。

从表 4 可以看出,在相同的成像分辨率应用场 景中,对于 3 种压缩感知恢复算法,在单点目标和 多点目标情况下耗时是一样的。而在 3 种成像算法 运算复杂度的比较中,HMP 算法的运算时间要明显

表 4 不同 MIMO 雷达压缩感知成像算法运算时间比较

算法名称	成像目标数	时间(s)	算法迭代次数	
OMP	1 点	9.15	18	
OMP	5 点	9.24	18	
$^{\mathrm{SP}}$	1 点	12.36	25	
$^{\mathrm{SP}}$	5 点	12.63	35	
HMP	1 点	21.29	3	
HMP	5 点	21.51	3	



图 5 几种贪婪重构算法在不同信噪比下的重构误差

长于 OMP 算法和 SP 算法, 后两者的运算时间几乎 相同。这与前面算法复杂度分析的结果是一致的。 而 HMP 算法的成像效果是最好的。

### 6 结论

本文提出了一种混合匹配滤波稀疏信号恢复算 法并将其应用到 MIMO 雷达成像场景中。首先建立 了 MIMO 雷达稀疏成像模型,将雷达图像的聚焦问 题转化为稀疏信号的恢复重构问题。通过将 OMP 算法对基信号选择的正交性和 SP 算法对基信号选 择的回溯特点结合起来,本文所提的 HMP 算法可 以得到高分辨率的成像结果且没有伪影,但是运算 量会相应的增大。仿真实验证明了 HMP 算法可以 有效地抑制杂波,消除伪影,从而达到提高 MIMO 雷达系统对目标检测和识别的性能。

### 参考文献

- FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]. IEEE Radar Conference, Philadelphia, PA, USA, 2004: 71–78.
- [2] 刘涛. MIMO 雷达技术及其应用研究[J]. 无线互联科技, 2015, 6(12): 136-137. doi: 10.3969/j.issn.1672-6944.2015.12.064.
   LIU Tao. Research on MIMO radar technology and its application[J]. Wireless Internet Technology, 2015, 6(12): 136-137. doi: 10.3969/j.issn.1672-6944.2015.12.064.
- [3] BLISS D W and FORSYTHE K W. MIMO radar medical imaging: Self-interference mitigation for breast tumor detection[C]. The 40th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA, 2006: 1558–1562. doi: 10.1109/ACSSC.2006.355020.
- [4] 王伟,马跃华,王咸鹏. 一种高运算效率的 MIMO 雷达 BP 成 像算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(10): 2080-2085.
  WANG Wei, MA Yuehua, and WANG Xianpeng. High computation effciency BP imaging algorithm for MIMO radar[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(10): 2080-2085.
- [5] ZHUGE X D, YAROVOY A G, SAVELYEV T, et al. Modified Kirchhoff migration for UWB MIMO array-based radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(6): 2692–2703. doi: 10.1109/TGRS.2010. 2040747.
- [6] OGIWARA S and YAMAKOSHI Y. MIMO radar system for respiratory monitoring using Tx and Rx modulation with M-sequence codes[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2010, 93(9): 2416–2423. doi: 10.1587/ transcom.E93.B.2416.
- [7] BARANIUK R and STEEGHS P. Compressive radar imaging[C]. 2007 IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, 2007: 128–133. doi: 10.1109/RADAR.2007.374203.

[8] 杨杰,廖桂生,李军.基于波形选择的 MIMO 雷达三维稀疏 成像与角度误差校正方法[J].电子与信息学报.2014,36(2):
 428-434. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00500.

YANG Jie, LIAO Guisheng, and LI Jun. Three dimensional MIMO radar imaging using sparse model based on Waveform Selection and Calibration Method in the Presence of Angle Imperfections[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(2): 428–434. doi: 10.3724/SP.J.1146. 2013.00500.

 [9] 丁丽. MIMO 雷达稀疏成像的失配问题研究[D]. [博士论文], 中国科学技术大学, 2014.
 DING Li. Ressearch on observation matrix mismatch for

MIMO radar sparse imaging[D]. [Ph.D. dissertation], University of Science and Technology of China, 2014.

- [10] WILLIAM R, PETRE S, LI J, et al. Iterative adaptive approaches to MIMO radar imaing[J]. IEEE Journal of Selected Thopics in Signal Processing, 2010, 4(1): 5–20. doi: 10.1109/JSTSP.2009.2038964.
- [11] TAN X, ROVERTS W, LI J, et al. Sparse learning via iterative minimization with application to MIMO radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 59(3): 1088–1101. doi: 10.1109/TSP.2010.2096218.
- [12] 王伟,马跃华,郝燕玲. 基于 MAPC-RISR 的 MIMO 雷达距离-角度二位超分辨率成像算法[J]. 中国科学:信息科学, 2015, 45(3): 372-384. doi: 10.1360/N112014-00044.
  WANG Wei, MA Yuehua, and HAO Yanling. High-resolution MIMO radar range-angle 2D imaging algorithm based on MAPC-RISR[J]. Scientia Sinica Informationis, 2015, 45(3): 372-384. doi: 10.1360/N112014-00044.
- [13] HIGGINS T, BLUNT S D, SHACKELFORD A K, et al. Space-range adaptive processing for waveform-diverse radar imaging[C]. IEEE Radar Conference, Arlington, VA, USA, 2010: 321–326. doi: 10.1109/RADAR.2010.5494604.
- [14] HUANG Q, QU L, WU B, et al. UWB through-wall imaging based on compressive sensing[J]. IEEE Traqnsactions on Geoscience and Reomote Sensing, 2010, 48(3): 1408–1415. doi: 10.1109/TGRS.2009.2030321.
- [15] TANG V H, Bouzerdoum A, Phung S L, et al. Enhanced through-the-wall radar imaging using Bayesian compressive sensing[C]. SPIE, 2013, 8717: 1–12. doi: 10.1117/12.2014814.
- [16] WU Q, ZHANG Y D, AMIN M G, et al. Through-the-wall radar imaging based on modified Bayesian compressive sensing[C]. IEEE China Summit Internation Conference on Signal Information Process, Xi'an, China, 2014: 232–236. doi: 10. 1109/ChinaSIP.2014.6889238.
- [17] WU Q, ZHANG Y D, AMIN M G, et al. Multi-static passive SAR imaging based on Bayesian compressive sensing[C]. SPIE Compressive Sensing Conference, Valtimore, MD, USA, 2014: 9109. doi: 10.1117/12.2050524.

- [18] 庄燕滨,王尊志,肖贤建.基于最大后验概率估计的压缩感知 算法[J]. 计算机科学, 2015, 42(11): 279-283.
  ZHUANG Yanbin, WANG Zunzhi, and XIAO Xianjian.
  Reconstruction algorithm in compressed sensing based on maximum posterior estimation[J]. *Computer Science*, 2015, 42(11): 279-283.
- [19] PATI Y C, REZAIIFAR R, KRISHNAPREASAD P S, et al. Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]. 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA, 1993: 40–44.
- [20] TROPP J A and GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666. doi: 10.1109/TIT.2007.909108.
- [21] 晋良念,钱玉彬,申文亭.基于改进 OMP 的超宽带穿墙雷达稀疏成像方法[J]. 计算机技术与应用,2015,41(11):135-139. JIN Liangnian, QIAN Yubin, and SHEN Wenting. Sparse imaging for ultra-wideband through-the-wall radar based on modified OMP algorithm[J]. Computer Technology and Its Application, 2015, 41(11):135-139.
- [22] DAI W and MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE

Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230–2249. doi: 10.1109/TIT.2009.2016006.

- [23] HE H, STOICA P, LI J, et al. Designing unimodular sequence sets with good correlations-including an application to MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(11): 4391–4405. doi: 10.1109/TSP.2009.2025108.
- [24] 甘伟,许录平,张华,等.一种贪婪自适应压缩感知重构[J]. 西安电子科技大学学报,2012,39(3):50-57.
  GAN Wei, XU Luping, ZHANG Hua, et al. Greedy adaptive recovery algorithm for compressed sensing[J]. Journal of Xidian University, 2012, 39(3): 50-57.
- [25] 刘盼盼,李雷. 王浩宇. 压缩感知中基于变尺度法的贪婪重构 算法的研究[J]. 通信学报, 2014, 35(12): 98-115. LIU Panpan, LI Lei, and WANG Haoyu. Research on gredddy reconstruction algorithms of compressed sensing based on variable metric method[J]. Journal on Communications, 2014, 35(12): 98-115.
- 王 伟: 男, 1979 年生, 教授, 博士, 研究方向为 MIMO 雷达 信号处理、组合导航系统和无线电导航.
- 张 斌: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号 处理、压缩感知应用.