# 小样本下基于改进的直接数据域方法的 DOA 估计方法

解 虎\*<sup>©®</sup> 党红杏<sup>®</sup> 谭小敏<sup>®</sup> 冯大政<sup>®</sup>

<sup>®</sup>(中国空间技术研究院西安分院 西安 710100)
<sup>®</sup>(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要:针对小样本甚至单个样本情况下,大部分高分辨 DOA 估计方法性能下降,不能对临近目标有效分辨的问题,该文提出一种新的基于直接数据域技术的 DOA 估计方法,基本思想是通过损失空域自由度达到提高时域样本的目的。首先对阵列进行划分,构造多个新的低维数据矢量,其次利用远场窄带信号的复包络在阵列的各个阵元上的幅度响应是近似相同的特点,构造新的约束。实验表明,在小样本下该文算法 DOA 的分辨能力优于传统直接数据域方法。

关键词: DOA 估计; 小样本; 高分辨; 子阵平滑; 直接数据域方法(D³)

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2016)09-2371-06

**DOI**: 10.11999/JEIT151398

# DOA Estimation Based on the Improved Direct Data Domain Method with One Sample

XIE Hu<sup>©®</sup> DANG Hongxing<sup>©</sup> TAN Xiaomin<sup>©</sup> FENG Dazheng<sup>®</sup>

<sup>©</sup>(Xi'an Branch, China Academy of Space Technology, Xi'an 710100, China)

<sup>®</sup>(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Many of the high-resolution Direction Of Arrival (DOA) estimation methods fail to estimate the DOAs of incoming signals and distinguish the two close signals under small sample support; especially only one snapshot is available. To handle this problem, a novel DOA method based on improved Direct Data Domain (D³) technique is proposed. The basic ideal of the proposed method is to augment the time domain samples by sacrificing the space domain degree. Firstly, by splitting the entire array into many overlapping sub-array, many low-dimension samples can be obtained. Secondly, utilizing the property of far-filed narrowband signal that its amplitude response on each array is the same, a new constraint is imposed. Experimental results indicate that the resolution of the propsed method is superior to the conventional algorithms.

Key words: DOA estimation; Small sample support; High-resolution; Sub-array sliding; Direct Data Domain (D<sup>3</sup>)

#### 1 引言

DOA 估计问题<sup>[1]</sup>是阵列信号处理中的基本问题,一直以来都是学者们的研究热点。DOA 估计的主要目标是在噪声环境下,分辨两个在方位向非常接近的目标,在雷达、声呐、通信、地震监测等领域有着广泛的应用。常用的 DOA 估计方法分为两类,即参数化估计和非参数化估计。对于非参数估计方法,主要有波束形成(BF)法,基于子空间方法的 MUSIC 和 CAPON 法等。基于最大似然的参数化估计方法分为:确定最大似然和统计最大似然。总的来说 DOA 估计面临两大挑战:阵列流形失配问题和快变环境下样本较少问题。对于大多数的高分辨 DOA 估计方法而言,例如: MUSIC, CAPON

法等,还面临着强相关信号的去相关问题。

由于直接数据域方法<sup>[2]</sup>可直接针对待检测样本进行检测,对非均匀干扰环境具有很好的抑制效果<sup>[2,3]</sup>,被广泛地应用于阵列信号处理的各个领域:DOA 谱估计<sup>[4,5]</sup>、波束形成<sup>[6,7]</sup>、自适应滤波<sup>[8-10]</sup>等。针对直接数据域(D³)方法在期望信号存在角度偏差,将产生严重的信号对消的问题,文献[11]提出了一种基于凸规划的稳健 D³方法。文献[9]将 D³方法应用于波束形成,先根据波束指向或者预成波束方向给出合适的主辩宽度,然后在旁瓣区域约束最高旁瓣电平的高度,达到旁瓣抑制的效果。文献[12]提出一种基于 D³的单帧快拍 2 维空时谱估计方法,然后推算出协方差矩阵,对非平稳杂波进行有效抑制。

本文针对大规模阵列小样本环境下的 DOA 估

计方法进行研究,对传统的直接数据域方法进行深 入分析, 在传统 D3 方法的基础上, 对划分出的各子 阵输出幅度进行约束。本文的主要创新点有两个: (1)充分利用了远场窄带信号在阵列上的复包络几 乎保持不变这一特性, 以空域换时域的思想解决目 标源快变环境下(样本较少)的 DOA 估计问题,以少 量样本甚至单个的样本达到 DOA 估计的目的; (2) 由于采用了子阵平滑技术, 因此对于可以实现对相 关, 甚至相干信号的估计。算法的优势体现在: (1) 快速收敛,即采用极少的样本即可实现对多个目标 的 DOA 估计,不需估计目标源数目; (2)可以对相 关甚至相干信号进行 DOA 估计; (3)分辨率高, 在 小样本环境下实现对两个临近信号的有效分辨。此 外由于传统的 D³方法分为前向法、后向法以及前后 向混合法3种,由于3种方法本质上相同,本文仅 对前向法进行分析。由于 DOA 估计与自适应波束 形成算法的原理相同,本文方法还可适用于波束形 成、空时自适应处理等方面。

## 2 信号模型

假设-N元均匀线阵,接收来自远场的M个窄带信号,那么t时刻接收信号为

$$\boldsymbol{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} s_i(t) \, \boldsymbol{a}(\theta_i) + \boldsymbol{n} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}$$
 (1)

其中, $\boldsymbol{x}(t)$  为  $N \times 1$  的接收信号矢量, $\boldsymbol{n}(t)$  为接收噪声矢量, $\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \cdots, s_M(t)]$  为 M 个远场信号 t 时刻在阵列上的幅相响应, $\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \boldsymbol{a}(\theta_2), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_M)]$  为阵列流形矩阵, $\boldsymbol{a}(\theta_i)$  为第 i 个信号的导向矢量。

$$\boldsymbol{a}(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta_i)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta_i)(N-1)} \end{bmatrix}^{T}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & e^{jf_i} & \cdots & e^{jf_i(N-1)} \end{bmatrix}^{T}$$
(2)

其中,d 为阵元间距, $\lambda$  为雷达工作波长, $\theta_i$  为第 i 个信号的方位角, $f_i = 2\pi d \sin(\theta_i)/\lambda$  为空域频率。式 (1)可以改写为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} s_i(t) \mathbf{a}(\theta_i) + \sum_{\theta_k \in \Theta} s_k(t) \mathbf{a}(\theta_k)$$
$$= \sum_{\theta_j \in \overline{\Theta}} s_j(t) \mathbf{a}(\theta_j) = \mathbf{A}(\overline{\Theta}) \mathbf{s}(t)$$
(3)

其中, $\overline{\Theta} = \Theta \cup \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$  为整个角域空间(实际是将可能的角域空间以一定间隔平均划分得到), $\Theta$  为除信号方位外的可能的角域空间集合, $\mathbf{A}(\overline{\Theta})$  为超完备的阵列流形矩阵, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_Q(t)]$  为对应的空域幅度谱,Q 为集合 $\Theta$ 的大小,相应的 $|\mathbf{s}(t)|^2$ 为空域功率谱。式(3)本质上是将噪声看成是来

自不同方位的噪声的和,DOA 估计的本质是空间功率谱估计,即估计信号源 s(t)。下一节将重点研究如何采用一个样本来实现功率谱 $|s(t)|^2$ 的估计。

# 3 基于改进的 D3 的 DOA 估计方法

直接数据域方法的基本思想<sup>[13-15]</sup>是通过相邻两个子阵对期望信号的对消,得到干扰(即除期望信号以外的所有信号)空间,再利用得到的干扰空间达到对干扰的抑制,进而实现对期望信号幅度的估计。如图 1 所示。

图 1 D<sup>3</sup> 方法的子阵划分示意图

可以 N 元均匀线阵划分为  $P = N - K + 1 \cap K$  元子阵,根据式(1),第m 个子阵的接收数据可以表示为(为书写方便,忽略时间t)

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{m} = \boldsymbol{x}(m:K+m-1) 
= \sum_{i=1}^{M} s_{i} \boldsymbol{a}(\theta_{i})_{m:K+m-1} + \boldsymbol{n}(m:K+m-1) 
= e^{\mathrm{j}(m-1)f_{i}} s_{1} \boldsymbol{a}(\theta_{1})_{1:K} + \sum_{i=2}^{M} e^{\mathrm{j}(m-1)f_{i}} s_{i} \boldsymbol{a}(\theta_{i})_{1:K} 
+ \boldsymbol{n}(m:K+m-1), \quad m = 1,2,\dots,P$$
(4)

将这P个子阵数据排成矩阵格式:

$$\overline{\boldsymbol{X}} = [\overline{\boldsymbol{x}}_1, \overline{\boldsymbol{x}}_2, \cdots, \overline{\boldsymbol{x}}_P] \in \mathbb{C}^{K \times P}$$
 (5)

假设首先估计第 1 个信号源的幅度  $s_1(t)$ ,称为期望信号,那么其他 M-1 个信号都是干扰。若要估计期望目标的幅度,首先要知道干扰的空间并对其加以抑制。根据  $D^3$  方法[2],得到

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{m,m+1} = \boldsymbol{x}(m:K+m-1) - e^{-\mathrm{j}f_1}\boldsymbol{x}(m+1:K+m)$$

$$= e^{j(m-1)f_i} s_1 \boldsymbol{a}(\theta_1)_{1:K} + \sum_{i=2}^{M} e^{j(m-1)f_i} s_i \boldsymbol{a}(\theta_i)_{1:K}$$

$$- e^{-jf_1} \left( e^{jmf_1} s_1 \boldsymbol{a}(\theta_1)_{1:K} + \sum_{i=2}^{M} e^{jmf_i} s_i \boldsymbol{a}(\theta_i)_{1:K} \right)$$

$$+ \left( \boldsymbol{n}(m:K+m-1) - e^{-jf_1} \boldsymbol{n}(m+1:K+m) \right)$$

$$= \sum_{i=2}^{M} e^{j(m-1)f_i} \left( 1 - e^{j(f_i - f_1)} \right) s_i \boldsymbol{a}(\theta_i)_{1:K} + \widetilde{\boldsymbol{n}}_K$$
 (6)

其中, $\tilde{n}_m = n(m:K+m-1) - e^{-if_n}n(m+1:K+m)$ ,这样的数据一共有P-1个,由式(6)可以看出, $\tilde{x}$ 中

仅包含除期望信号以外的干扰信号,但是干扰的幅度受到了调制,调制因子为 $(1-e^{i(f-f_i)})$ 。令

$$\widetilde{\boldsymbol{X}} = [\widetilde{\boldsymbol{x}}_{1,2}, \widetilde{\boldsymbol{x}}_{2,3}, \dots, \widetilde{\boldsymbol{x}}_{P-1,P}] \in \mathbb{C}^{K \times (P-1)}$$
 (7)

估计 $s_1$ ,相当于求解一个 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ ,使得

$$\mathbf{w}^{\mathrm{H}} \mathbf{a}(\theta_i)_{1:K} = 0; \ i = 2, 3, \cdots, M$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{H}} \mathbf{a}(\theta_1)_{1:K} = 1$$
(8)

那么有

$$E\left\{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\overline{\boldsymbol{x}}_{m}\right\}$$

$$= E\left\{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-1)f_{1}}s_{1}\boldsymbol{a}(\theta_{1})_{1:K} + \sum_{i=2}^{M}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-1)f_{i}}s_{i}\boldsymbol{a}(\theta_{i})_{1:K} + \boldsymbol{n}\left(m:K+m-1\right)\right\}\right\} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-1)f_{1}}s_{1}$$
(9)

进而通过 $\mathbf{w}^{\mathrm{H}}$ 可以得到多组对于 $s_1$ 的估计。

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \overline{\boldsymbol{X}} = [\hat{s}_{1}^{1}, \mathrm{e}^{\mathrm{j}f_{1}} \hat{s}_{1}^{2}, \cdots, \mathrm{e}^{\mathrm{j}(P-1)f_{1}} \hat{s}_{1}^{P}]$$

$$= [\hat{s}_{1}^{1}, \hat{s}_{1}^{2}, \cdots, \hat{s}_{1}^{P}] \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & e^{if_{1}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{j(P-1)f_{1}} \end{bmatrix}$$

$$= [\hat{s}_{1}^{1}, \hat{s}_{1}^{2}, \cdots, \hat{s}_{1}^{P}] \boldsymbol{\Lambda}$$
(10)

其中,

$$\boldsymbol{\Lambda} = \operatorname{diag}\left(1, e^{\mathrm{j}f_1}, \cdots, e^{\mathrm{j}(P-1)f_1}\right) \tag{11}$$

因而通过P个子阵估计得到的 $s_1$ 向量为

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{\Lambda} \overline{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{1}^{1} & \hat{s}_{1}^{2} & \cdots & \hat{s}_{1}^{P} \end{bmatrix}^{\mathrm{H}}$$
 (12)

然而,实际中 $\theta_i$ ;  $i=2,3,\cdots,M$  是未知的,可以利用式(6)求得条件式(8)的一个近似值,通过式(13) 所示的优化函数来求解 $\boldsymbol{w}$ 

$$\min_{\boldsymbol{w}} \ \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \widetilde{\boldsymbol{X}} \widetilde{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} + \mu \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \overline{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Lambda} \overline{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} + \lambda \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \overline{\boldsymbol{X}} \overline{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} \bigg]$$
s.t. 
$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_{1})_{1:K} = 1$$

其中,第 1 项是为了使得  $\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}(\theta_i)_{1:K}=0; i=2,3,\cdots,M$  尽可能的小,后两项的目的是为了保证估计得到的  $P \cap s_1$  尽可能的小且平均。具体来说,第 2 项是所估计得到  $P \cap s_1$  的方差,方差越小说明所估计的  $s_1$  就尽可能的相似,第 3 项是对估计的  $s_1$  进行幅度约束,使得估计得到的  $s_1$  要小,以保证式(13)存在唯一的最优解;  $\mu$  ,  $\lambda$  为对应的权重(正则化)因子;

 $B \in \mathbb{R}^{P \times P}$  为计算向量方差的固定矩阵

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{I} - \frac{1}{P} \mathbf{1} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

求解式(13)得到权向量:

$$\boldsymbol{w} = \left(\widetilde{\boldsymbol{X}}\widetilde{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} + \mu \overline{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{H}} (\mu \boldsymbol{B} + \lambda \boldsymbol{I}) \boldsymbol{\Lambda} \overline{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}}\right)^{-1} \boldsymbol{a}(\theta_{1})_{1:K} \quad (15)$$

信号的功率估计:

$$\left|\hat{s}_{1}\right|^{2}=rac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left|\hat{s}_{1}^{i}\right|^{2}=rac{1}{P}oldsymbol{w}^{\mathrm{H}}oldsymbol{\overline{X}}oldsymbol{\overline{X}}^{\mathrm{H}}oldsymbol{w}$$

通过对整个角域空间进行扫描,得到所有方位上的功率谱,即空域谱。

#### 4 多快拍联合的 DOA 估计

第 3 节讨论的都是单快拍信号的处理,这里介绍基于 D³的多快拍 DOA 估计方法。从单快拍向多快拍扩展是十分直接的,令第 l 个快拍构造的子阵数据矩阵为

$$\overline{\boldsymbol{X}}^{l} = \left[\overline{\boldsymbol{x}}_{1}^{l}, \overline{\boldsymbol{x}}_{2}^{l}, \cdots, \overline{\boldsymbol{x}}_{P}^{l}\right]$$

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \left[\overline{\boldsymbol{X}}^{1}, \cdots, \overline{\boldsymbol{X}}^{l}, \cdots, \overline{\boldsymbol{X}}^{L}\right] \in \mathbb{C}^{K \times (P \times L)}$$
(16)

根据式(6)得到的对应的差分数据为

$$\widetilde{\boldsymbol{X}}^{l} = \left[\widetilde{\boldsymbol{x}}_{1,2}^{l}, \widetilde{\boldsymbol{x}}_{2,3}^{l}, \cdots, \widetilde{\boldsymbol{x}}_{N-K,N-K+1}^{l}\right] 
\widetilde{\boldsymbol{X}} = \left[\widetilde{\boldsymbol{X}}^{l}, \cdots, \widetilde{\boldsymbol{X}}^{L}\right] \in \mathbb{C}^{K \times ((P-1) \times L)}$$
(17)

结合式(13)、式(16)和式(17),基于改进的  $D^3$ 的多快拍联合 DOA 估计的代价函数写为

$$\min_{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \overrightarrow{\boldsymbol{X}} \overrightarrow{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \left( \sum_{l=1}^{L} \overline{\boldsymbol{X}}^{l} \boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{H}} (\mu \boldsymbol{B} + \lambda \boldsymbol{I}) \boldsymbol{\Lambda} (\overline{\boldsymbol{X}}^{l})^{\mathrm{H}} \right) \boldsymbol{w} \right) 
\text{s.t.} \quad \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_{1})_{1:K} = 1$$
(18)

其对应的解为

$$\boldsymbol{w} = \left( \overrightarrow{\boldsymbol{X}} \overrightarrow{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} + \left( \sum_{l=1}^{L} \overline{\boldsymbol{X}}^{l} \boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{H}} (\mu \boldsymbol{B} + \lambda \boldsymbol{I}) \boldsymbol{\Lambda} \left( \overline{\boldsymbol{X}}^{l} \right)^{\mathrm{H}} \right) \right)^{-1} \boldsymbol{a} (\theta_{1})_{1:K}$$

$$(19)$$

信号的功率估计为

$$\left|\hat{s}_{1}\right|^{2} = \frac{1}{P \times L} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \widehat{\boldsymbol{X}} \widehat{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}$$
 (20)

通过改变估计角度,即可估计出整个空域的功率谱, 实现 DOA 估计,本文算法的实现步骤如下:

步骤 1 根据式(4)构造样本矩阵  $\overline{X}^l$ 。

步骤 2 给定一个空域角度,根据式(5)估计出于扰矩阵  $\vec{x}$ 。

步骤 3 结合式(19)、步骤 1 和步骤 2 得到的  $\overline{X}^l$  和  $\overline{X}$ ,求解得到权值 w。

步骤 4 利用 w 估计出角度方向的功率值,重复步骤 2-步骤 4,得到整个空域的功率谱。

#### 5 算法讨论

前面对本文算法的基本思路进行了详细的理论 推导,这里从适用条件和参数选择两个方面对本文 算法进行讨论和分析。 本文算法的适用条件和范围主要包括 3 点:首先,要求子阵之间应该满足自相似条件,即不同子阵的导向矢量之间应当线性相关,即只差一个固定的常数;其次,要求目标源为窄带信号且与阵列之间满足远场条件;再者,所提主要针对的是目标快变环境下的 DOA 估计问题,因此算法所需要的样本数较少,收敛速度快。理论上,参数选择合理,即使是单帧信号也可实现对目标 DOA 的估计。

正则化参数  $\mu$  ,  $\lambda$  对算法的性能起着决定性的作用,但是最优的正则化参数的选择一直没有有效的方法。这里给出本文方法正则化参数选择的定性分析。  $\lambda$  控制着所估计幅度的大小,  $\lambda$  越大,那么估计所得  $\hat{s}_1$  也就越小,不符合算法的要求。一般来说, $\lambda$  的选择不宜太大,否则会导致算法性能严重下降,本文中设定  $\lambda=0.01~\mu$ 。  $\mu$  决定着估计的向量  $\hat{s}$  的方差,  $\mu$  越大,多个子阵估计得到的  $\hat{s}_1$  也就越一致,反之亦然。

子阵大小的选择:理论上子阵规模越大,目标分辨率越高,反之亦然。然而由于可用的样本较少,我们用充足的空域采样(阵元数多)来弥补时域样本的不足,若子阵太大,所能得到弥补样本就越少;反之子阵太小,则会导致空域分辨能力不足。实际中需要结合可用样本数和待估计目标源数目共同决定子阵的大小,一般来说要保证得到的低维数据矢量的个数要大于目标源数目。

计算量分析: 计算  $\overline{X}$  所需的计量为  $(N-1) \times L$  次复数乘法, 计算协方差矩阵的计算量为  $K \times (K-1) \times L \times P$  次复数乘法, 计算矩阵求逆的计算量约为  $O(K^3)$ , 因此功率谱的计算量为  $(N-1) \times L + K^2 \times L \times P + O(K^3)$ 。

#### 6 仿真实验

为了验证本文算法的有效性,实验中将与传统的基于 D³的 DOA 估计方法(D³-DOA)、匹配法、MUSIC 法、CAPON 进行比较。对单快拍样本情况,

本文仅与  $D^3$ -DOA 方法和 BF 方法进行比较,因为此时 MUSIC 和 CAPON 法失效。实验中采用 N=32 均匀线阵,阵元间距为半波长,角度搜索精度为0.1。

实验1 本文算法随参数变化时 DOA 估计谱峰 对比 首先考虑单快拍下,本文算法随正则化参数  $\mu$  以及子阵大小 K 的谱峰变化对比。假设有来自远 场的方位为[-3,0,10,13]°的4个信号源, 信噪比SNR =20 dB。图 2 所示为单快拍情况下,本文算法在不 同的正则化参数 μ 下的功率谱, 其中子阵阵元数目 K = 20。由图可以看出,  $\mu$  越大, 谱峰越尖锐, 目 标源可分辨度好,估计的目标 DOA 越准确,但同 时噪声的功率估计也变大, 使得信号容易淹没在噪 声中; 反之, μ越小, 谱峰越光滑, 对目标源的分 辨能力变差,但是噪声的功率得到很好的控制,估 计得到的信噪比较高。图 3 所示为单快拍情况下, 本文算法在不同的子阵规模下的功率谱,其中正则 化参数为 $\mu = 50$ 。理论上子阵规模越大,目标分辨 率越高, 反之亦然。然而由于可用的样本较少, 我 们以充足的空域采样(阵元数多)来弥补时域样本的 不足, 若子阵太大, 所能得到弥补样本就越少; 反 之子阵太小,则会导致空域分辨能力不足,图 3 恰 好验证了这一点。图 4 所示为单快拍下,本文算法 与传统 D<sup>3</sup>方法、滑窗 MUSIC 和匹配法的比较,其 中子阵大小K = 20,正则化参数 $\mu = 50$ ,信噪比为 SNR = 20 dB.

为了更好地展现本文算法在多拍样本下的优势,假设有来自远场的 $[-25^\circ,-10^\circ,-3^\circ,0^\circ,10^\circ,13^\circ]$ 的 6 个信号源,每个信号的信噪比均为 SNR=20 dB,子阵阵元数 K=20,样本数 L=5。图 5 所示为多快拍下,本文算法与其他 4 种算法的比较,各个信号源之间互不相关。由图 5 可以看出,当样本数增加时,本文算法和平滑 MUSIC 的性能得到了

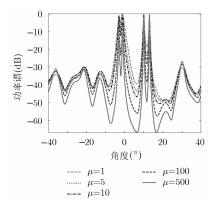


图 2 单快拍下本文算法在不同 $\mu$ 下的 DOA 估计谱(K = 20, SNR=20 dB)

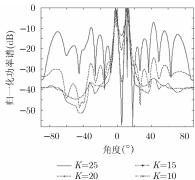


图 3 单快拍下本文算法在不同 K 下的 DOA 估计谱( $\mu = 50$ , SNR=20 dB)

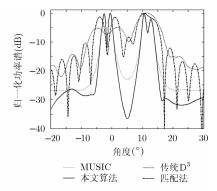


图 4 单快拍下不同算法之间的 DOA 估计 谱比较(K = 20,  $\mu = 50$ , SNR=20 dB)

一定的提升,明显优于其他 3 种算法的性能。滑窗 MUSIC 方法的谱峰比本文算法更窄,分辨精度高,但是其谱峰高度与信号的能量无关,因此对信号的 功率估计不准,且对目标数目较为敏感,而本文算法的 DOA 估计能力略弱于平滑 MUSIC,但是由于增加了对信号幅度的约束,因此估计的信号功率更加准确。

实验 2 本文算法与其他算法的蒙托卡罗实验结果比较 实验 1 主要对不同条件几种算法的功率谱进行了比较,实验结果较为直观。为了更全面地比较多种算法的性能,本实验主要从统计实验的角度来比较几种算法。图 6 和图 7 主要比较不同算法的角度分辨能力,以正确分辨概率作为主要对比参数。一次正确分辨定义为:以一定门限为基准,大于该门限的目标数目与假设的目标数目一致(以归一化后的空域谱的—10 dB 作为门限),且估计的信号方位角与真实的方位角差值的绝对值之和相加小于 0.5°,则判定为一次正确分辨。分辨概率定义为:多次独立实验中正确分辨的次数与总实验数的比值,本文的独立实验次数均为 200 次。

图 6 所示为单快拍下的不同算法的分辨概率随两个信源角度间隔的变化曲线,其中一个信号固定

为0°,另一个信号从1°按照0.2°的间隔递增至8°,其他参数为K=20,SNR=20, $\mu=50$ 。由图可以看出本文算法的角度分辨能力略弱于平滑 MUSIC,但随着角度间隔的增加,正确率分辨概率要高于MUSIC方法,这是由于 MUSIC方法的谱峰估计不准导致的。与图 6 不同,图 7 考虑 7 个信号源,其中 6 个固定信号,角度为 $[0^\circ,12^\circ,20^\circ,35^\circ,-15^\circ,-30^\circ]$ ,剩余信号从  $1^\circ$ 按照  $0.2^\circ$ 的间隔递增至  $8^\circ$ 。图 7 为L=5个快拍下的分辨概率随角度间隔的变化曲线,可以看出本文算法的性能明显优于其他算法,较单帧信号的性能也有一定提升,其中平滑MUSIC 的性能较差主要是由于对信号的幅度估计不准,导致信号源数目估计不准导致的。

图 8 所示为单帧信号下,RMSE 随信噪比变化曲线,两个目标的方位角为[0,8]。如图 8 所示,本文算法的性能在同等条件下要明显优于传统 D³,但是略弱于平滑 MUSIC。这是因为 MUSIC 需要已知目标数目,且估计的谱峰高度与目标的实际功率没有必然联系,因此 DOA 估计精度高,相比之下,本文算法的 RMSE 与平滑 MUSIC 相当,但是谱峰高度代表了目标的功率,因此从功率谱估计角度,本文算法要优于 MUSIC 方法。图 9 为 RMSE 随样

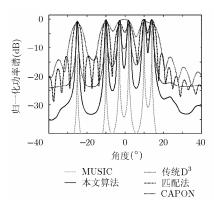


图 5 多快拍下不同算法之间的 DOA 估计谱比较(K = 20; L = 5; SNR=20 信号之间相互独立)

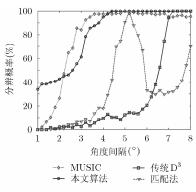


图 6 单快拍下分辨概率 与角度间隔的关系

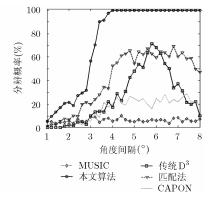


图 7 L=5 快拍下分辨 概率与角度间隔的关系

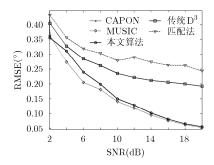


图 8 RMSE 随信噪比变化曲线

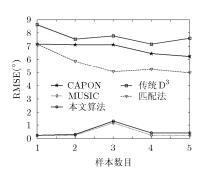


图 9 RMSE 随样本数目变化曲线

本数目变化曲线,其参数为: K=20, SNR=20  $\mu=50$ ,6 个目标源的方位角为[ $-25^{\circ}$ , $-10^{\circ}$ , $-3^{\circ}$ , $-0^{\circ}$ , $10^{\circ}$ , $13^{\circ}$ ]。可以看出本文算法和平滑 MUSIC 在快拍数小于信源数目时,性能明显优于其他算法,而且本文算法和平滑 MUSIC 的性能相当。

#### 7 结论

针对目标源快变环境下,可用的独立同分布样本数目急速减少,进而导致传统的 DOA 估计方法性能下降,甚至失效的问题,本文提出一种基于改进的直接数据域技术的 DOA 估计方法。本文算法的基本思想是时域采样不足的条件下,用空域自由度来弥补时域自由度,同时利用远场窄带信号的先验信息,对多个子阵估计得到期望方位信号的幅相响应估计进行约束。本文算法在分辨率和 DOA 估计精度方面与传统的滑窗 MUSIC 相当,但是不需要已知目标数目,而且本文算法估计得到的 DOA 功率谱幅度更加准确。实验结果验证了本文算法在小样本环境下的高分辨性能和准确的谱估计能力。

### 参考文献

- KRIMAND H and VIBERG M. Two decades of array signal processing research: The parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67–94.
- [2] SARKAR T, WANG H, SHENNYUN P, et al. A deterministic least-squares approach to space time adaptive processing (STAP)[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2001, 49(1): 91–103.
- [3] PILLAI S U, KIM Y L, and GUERCI J R. Generalized forward/backward subaperture smoothing techniques for sample starved STAP[J]. *IEEE Transactions on Signal* Processing, 2000, 48(12): 3569–3574.
- [4] CHOI W and SARKAR T K. Minimum norm property for the sum of the adaptive weights for a direct data domain least squares algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and* Propagation, 2006, 54(3): 1045–1050.
- [5] AZARBAR A and DADASHZADEH G. A new DOA estimation based on direct data domain algorithm[C]. IEEE GCC Conference and Exhibition, Dubai, 2011: 205–208.
- [6] XING Gaoxiang and CAI Zhiming. A sidelobe constraint direct data domain least square algorithm[C]. 2nd International Congress on Image and Signal Processing, Tianjin, 2009: 1–4.
- [7] BURINTRAMART S, YILMAZER N, and SARKAR T K.

- Multiple constraint space-time adaptive processing using Direct Data Domain Least Squares (D3LS) approach[C]. IEEE National Radar Conference, Boston, 2007: 768–771.
- [8] WICKS M C, RANGASWAMY M, ADVE R, et al. Spacetime adaptive processing: A knowledge-based perspective for airborne radar[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 23(1): 51–65.
- [9] 幸高翔, 张卫, 蔡志明, 等. 加权直接数据域波束形成[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(10): 2323-2326.

  XING G X, ZHANG W, CAI Z M, et al. Weighted direct data domain beamforming algorithm[J]. Systems Engineering & Electronics, 2009, 31(10): 2323-2326.
- [10] 杨志伟, 贺顺, 廖桂生, 等. 任意线阵的直接数据域空时自适应处理方法[J]. 电子学报, 2011, 39(12): 2900-2904.

  YANG Z W, HE Shun, LIAO G S, et al. Direct data domain approach with space-time adasptive processing for arbitrary linear array[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(12): 2900-2904.
- [11] DIEGO C and WOLFRAM B. A robust direct data domain approach for STAP[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(3): 1283–1294.
- [12] 杨志伟,廖桂生,贺顺,等.直接数据域的自适应匹配滤波方法[J]. 电子学报, 2010, 38(7): 1616-1620.
  YANG Z W, LIAO G S, HE Shun, et al. Direct data domain approach with adaptive match filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1616-1620.
- [13] BURINTRAMART S, SARKAR T K, ZHANG Y, et al. Performance comparison between statistical-based and direct data domain STAPs[J]. Digital Signal Processing, 2007, 17(4): 737–755.
- [14] 文才, 王彤, 吴建新. 直接数据域迭代空时自适应处理方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(5): 831-837.
  WEN C, WANG T, and WU J X. Direct data domain approach with iterative space-time adaptive processing[J]. Systems Engineering & Electronics, 2014, 36(5): 831-837.
- [15] ADVE R S and SARKAR T K. Compensation for the effects of mutual coupling on direct data domain adaptive algorithms[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2000, 48(1): 86-94.
- 解 虎: 男,1987年生,博士后,研究方向为阵列信号处理和空时自适应信号处理.
- 冯大政: 男,1959年生,博士生导师,研究方向为雷达信号处理、信号参数估计、仿大脑信息处理、场景感知、模式识别等