稀疏信道下基于稀疏贝叶斯学习的精简星座盲均衡算法

张　凯*　　于宏毅　　胡赟鹏　　沈智翔
(信息工程大学信息系统工程学院　郑州　450001)

摘　要：针对稀疏信道的盲均衡问题，在精简星座均衡算法框架下建立线性模型，利用稀疏信道下均衡器固有的稀疏特性，引入具有稀疏促进作用的先验分布对均衡器系数加以约束，使用稀疏贝叶斯学习方法迭代求解均衡器系数得到最大后验估计值。该文提出的均衡方法属于数据复用类均衡算法的范畴，能够适用于数据较短的应用场合。与随机梯度方法相比，算法性能受均衡器长度影响较小，收敛后误符号率性能更好，仿真实验验证了算法的有效性。

关键词：数字通信；盲均衡；稀疏信道；精简星座算法；稀疏贝叶斯学习
中图分类号：TN914.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2016)09-2255-06
DOI: 10.11999/JEIT151307

Reduced Constellation Equalization Algorithm for Sparse Multipath Channels Based on Sparse Bayesian Learning

ZHANG Kai　　YU Hongyi　　HU Yunpeng　　SHEN Zhixiang
(*Institute of Information System Engineering*, *Information Engineering University*, *Zhengzhou* 450001, *China*)

Abstract: This paper deals with blind equalization of sparse multipath channels. A linear model is built under the framework of Reduced Constellation Algorithm (RCA). And the inherent sparse nature of the equalizer is exploited by employing a sparse promoting prior distribution. Then, the sparse Bayesian learning iterative inference method is applied to the proposed model in order to obtain the optimal sparse equalizer. The new proposed algorithm, which belongs to data recycling equalization algorithm domain, can be applied to short packet data applications. Compared with traditional Stochastic Gradient Descent (SGD) method, the new proposed algorithm performs more steadily under different equalizer order and has superior steady-state Symbol-Error-Rate (SER) performance. The effectiveness of the proposed algorithm is verified by simulations.

Key words: Digital communication; Blind equalization; Sparse channel; Reduced Constellation Algorithm (RCA); Sparse Bayesian learning

1　引言

在数字通信系统中，作为克服符号间串扰的重要手段，盲均衡技术得到了广泛的研究。在众多盲均衡算法中，Bussgang 类盲均衡算法是目前应用最广泛的一类盲均衡算法[1]，其依据不同准则设计非线性代价函数，采用随机梯度法对均衡器系数进行调整，最具代表性[2]的有常模算法(Constant Modulus Algorithm, CMA)、精简星座算法(Reduced Constellation Algorithm, RCA)、多模算法(Multi-Modulus Algorithm, MMA)等。该类算法具有原理简单、易于实现等优点，但也存在收敛速度慢，需要较大的数据量，对步长因子及均衡器长度敏感等问题。在突发通信等数据量较短的应用场合，其应用受限。文献[3]提出了数据复用的思想，即重复使用同一段接收数据进行迭代运算，该方法降低数据长度的要求，但其仍存在收敛速度慢、收敛特性不稳定且对步长因子和均衡器长度敏感等问题。

在许多高速无线通信系统中，信道往往呈现稀疏特性[4,5]，即信道响应的能量集中在少数几个抽头上，而大多数抽头能量很小或者为零。文献[6]和文献[7]分析指出，稀疏信道符号间隔破零均衡器也为稀疏的，文献[8]将该结论扩展到了判决反馈均衡器的应用。利用均衡器稀疏特性可以降低均衡器维度，降低求解计算量，提升收敛速度和收敛稳健性[9−11]。本文针对稀疏信道的盲均衡问题，研究了基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)[12,13]的稀疏盲均衡器设计方法。首次基于精简星座均衡算法的代价函数，通过引入扰动误差项建立线性模型，将代价函数最小化问题转化为线性模型的求解问题。在贝叶斯框架下，利用稀疏信道均衡器固有的

收稿日期：2015-11-23；改回日期：2016-04-08；网络出版：2016-05-25
*通信作者：张凯　zk_xxgc@163.com
基金项目：国家自然科学基金(61201380, 61501517)
Foundation Items: The National Natual Science Foundation of China (61201380, 61501517)

稀疏特性，引入具有稀疏促进作用的先验分布对均衡器系数加以约束，然后利用稀疏贝叶斯学习的方法对线性方程进行迭代求解，最终得到稀疏的均衡器系数矢量。由于引入稀疏先验约束，均衡器非零元位置及取值在迭代过程中自动调整，克服了传统基于随机梯度求解时，性能易受均衡器长度影响的问题，仿真实验验证了算法的优越性。

2 系统模型和 RCA 算法概述

2.1 系统模型

考虑如图 1 所示的数字通信系统模型。发送信号通过信道后，接收信号可表示为

$$x_k = h_k \otimes s_k + v_k = \sum_{i=1}^{M} h_i s_{k-i} + v_k,\quad k = 0,1,\cdots,K-1 \tag{1}$$

其中，s_k 为等效基带符号序列；x_k 为接收信号序列，长度为 K；$\boldsymbol{h} = [h_1, h_2, \cdots, h_M]^{\mathrm{T}}$ 为多径信道冲击响应；v_k 是与发送序列相互独立的零均值加性高斯白噪声。

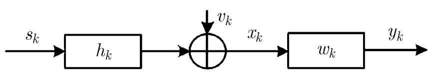

图 1 带有线性均衡器的通信系统模型

均衡器输出为

$$y_k = w_k \otimes x_k = \sum_{i=1}^{L} w_i x_{k-i} \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{w} = [w_1, w_2, \cdots, w_L]^{\mathrm{T}}$ 为 L 个均衡器抽头系数组成的矢量。

将式(2)写成矩阵形式：

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{w} \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{X}$ 为 $K \times L$ 的 Toeplitz 卷积矩阵，其表达式如下：

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ x_2 & x_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_K & x_{K-1} & \cdots & x_{K-L+1} \end{bmatrix} \tag{4}$$

2.2 精简星座均衡算法概述

精简星座算法(Reduced Constellation Algorithm, RCA)由文献[14]中提出，其基本原理如图 2 所示，通过使均衡器输出 y_k 与其对应精简星座点 $R_{\mathrm{RCA}} \cdot \mathrm{csgn}(y_k)$ 距离最小设计均衡器。代价函数为

$$J_{\mathrm{RCA}} = E\left[\left|y_k - R_{\mathrm{RCA}} \cdot \mathrm{csgn}(y_k)\right|^2\right] \tag{5}$$

其中，$\mathrm{csgn}(y_k) = \mathrm{sgn}(y_{R,k}) + j\,\mathrm{sgn}(y_{I,k})$ 为复的 signum 函数，$y_{R,k}$ 和 $y_{I,k}$ 分别表示为均衡器输出 y_k 的实部和虚部，R_{RCA} 为发送符号统计量的函数[2]，$E[\cdot]$ 为求期望运算。

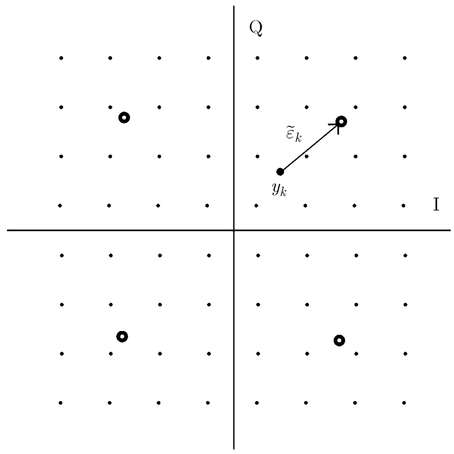

图 2 精简星座算法(RCA)原理

RCA 在最小均方误差准则下，通过使上述代价函数最小化求解均衡器系数 $\boldsymbol{w}$，即

$$\widehat{\boldsymbol{w}} = \arg\min_{\boldsymbol{w}} J_{\mathrm{RCA}} \tag{6}$$

常用随机梯度方法对式(6)进行求解，均衡器权系数更新公式为

$$\boldsymbol{w}_{k+1} = \boldsymbol{w}_k - \lambda\left[y_k - R_{\mathrm{RCA}} \cdot \mathrm{csgn}(y_k)\right]\boldsymbol{x}_k \tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{x}_k = [x_k, x_{k-1}, \cdots, x_{k-L+1}]^{\mathrm{T}}$，$\lambda$ 为迭代步长因子，其取值直接影响算法收敛速度以及稳定状态下的均衡器性能。

3 基于稀疏贝叶斯的精简星座盲均衡算法

3.1 算法推导

在精简星座均衡方法框架下，引入扰动项，可以建立式(8)的线性模型：

$$\boldsymbol{t} = R_{\mathrm{RCA}} \cdot \mathrm{csgn}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{w} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1\ \varepsilon_2 \cdots \varepsilon_K]^{\mathrm{T}}$ 为 $K \times 1$ 的扰动项矢量，其表示均衡输出与其对应精简星座点之间的误差。我们的目标是在已知 $\boldsymbol{t}$ 和 $\boldsymbol{X}$ 的条件下，求解 $\boldsymbol{w}$。文献[6~8]分析指出，稀疏信道下，符号间隔线性均衡器为稀疏的。利用该特性，可以利用稀疏求解的方法进行均衡器设计。发送符号经过多径信道，接收端采样序列存在一定的符号间干扰，相邻样点间具有较强的相关性，造成卷积矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的列与列(行与行)之间是相关的。对于这样一种存在较强列相关性的矩阵，绝大多数的稀疏求解方法(如 Lasso 算法、基追踪(Basis Pursuit, BP)算法及匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法)性能会变得很差[15]，而稀疏贝叶斯学习方法仍然具有较好的性能。

假设扰动矢量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 服从零均值方差为 σ^2 的复高斯分布，则 $\boldsymbol{t}$ 的条件概率密度函数(似然函数)为

$$\mathrm{p}\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2\right) = \left(\pi\sigma^2\right)^{-K} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma^2}\|\boldsymbol{t} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{w}\|^2\right\} \tag{9}$$

稀疏贝叶斯学习的基本思想是：首先给待估参数加入具有稀疏促进作用的先验分布，然后在贝叶斯框架下求其最大后验估计值。

$$\widehat{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{MAP}}=\arg\min_{\boldsymbol{w}}\frac{\|\boldsymbol{t}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{w}\|^2}{\sigma^2}+\lg|\boldsymbol{\Gamma}|+\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{w}\quad(10)$$

式(10)中，等号右边第 1 项来自于似然函数，后两项来源于均衡器系数的先验分布，其中$\boldsymbol{\Gamma}$为均衡器系数矢量的协方差矩阵。下面给出基于稀疏贝叶斯的迭代求解过程。

假设均衡器系数的先验分布为：$\boldsymbol{w}\sim CN(0,\boldsymbol{\Gamma})$，其中，$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_L)$，$\alpha_k,k=1,2,\cdots,L$为对应均衡器系数的方差，称为超参数。均衡器各系数值是否为零取决于其对应的超参数，当$\alpha_l\to 0$时，相应的均衡器系数w_l也趋于零。

由式(10)可以看出，均衡器系数最大后验估计值包含未知参数$\alpha_k,k=1,2,\cdots,L$和σ^2，需要对待估参数$\boldsymbol{w}$，未知参数$\alpha_k,k=1,2,\cdots,L$和σ^2进行联合求解，直接对全后验概率$p(\boldsymbol{w},\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2|\boldsymbol{t})$最大化，求解复杂度较大，将全后验概率分解为

$$p\left(\boldsymbol{w},\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\middle|\boldsymbol{t}\right)=p\left(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{t},\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\right)p\left(\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\middle|\boldsymbol{t}\right)\quad(11)$$

式(11)中，等号右边第 1 项为待估参数$\boldsymbol{w}$的后验分布，由贝叶斯准则可知：

$$\begin{aligned}p\left(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{t},\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\right)&=\frac{p\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2\right)p(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{\Gamma})}{p\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\right)}\\&\propto\exp\left\{-(\boldsymbol{w}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{w}-\boldsymbol{\mu})\right\}\end{aligned}\quad(12)$$

其中，$\boldsymbol{\mu}=\sigma^{-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{t}$为均衡器矢量$\boldsymbol{w}$的后验均值，$\boldsymbol{\Sigma}=(\boldsymbol{\Gamma}^{-1}+\sigma^{-2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X})^{-1}$为其后验协方差矩阵。一旦获得$\boldsymbol{\Gamma}$和$\sigma^2$，将其代入后验均值表达式即可得到均衡器的最大后验估计[16] $\widehat{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{MAP}}=\boldsymbol{\mu}$。

下一个目标是计算$\boldsymbol{\Gamma}$和σ^2，式(11)中右边第 2 项可分解为

$$p\left(\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\middle|\boldsymbol{t}\right)=p\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\right)p(\boldsymbol{\Gamma})p\left(\sigma^2\right)\Big/p(\boldsymbol{t})\quad(13)$$

由于分母$p(\boldsymbol{t})$与$\boldsymbol{\Gamma}$和σ^2无关，在超参数均匀分布的假设下，我们仅需要对边缘概率$p(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2)$进行最大化，即可得到$\boldsymbol{\Gamma}$和$\sigma^2$的最大似然估计值。

$$\begin{aligned}p\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\Gamma},\sigma^2\right)&=\int p\left(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2\right)p(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{\Gamma})\mathrm{d}\boldsymbol{w}\\&=(2\pi)^{-K}\left|\sigma^2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\right|^{-1}\\&\quad\cdot\exp\left\{-\boldsymbol{t}^{\mathrm{H}}\left(\sigma^2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\boldsymbol{t}\right\}\end{aligned}\quad(14)$$

使式(14)最大化，得到[12]

$$\alpha_i^{\mathrm{new}}=\mu_i^2\big/\gamma_i\quad(15)$$

$$\left(\sigma^2\right)^{\mathrm{new}}=\|\boldsymbol{t}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{\mu}\|_2^2\Bigg/\left(K-\sum_i\gamma_i\right)\quad(16)$$

其中，$\gamma_i=1-\alpha_i^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{ii}$，$\boldsymbol{\Sigma}_{ii}$为第$i$个均衡器系数的方差。

上述求解方法为一个迭代求解的过程，在迭代的过程中，很多超参数变为无限小，后验均值无限接近零，当超参数低于某一预设门限时，可将与其对应的均衡器系数值强制置零，最终得到最大后验估计值$\widehat{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{MAP}}$中只有极少数非零元素，从而得到稀疏解。从上面的分析，可以得到基于稀疏贝叶斯学习的均衡算法计算流程如表 1 所示。

表 1 基于稀疏贝叶斯学习的均衡算法计算步骤

步骤 1 初始化相关参数
均衡器矢量初始化；
目标矢量初始化：$\boldsymbol{t}=R_{\mathrm{RCA}}\cdot\mathrm{csgn}(\boldsymbol{y})$，其中$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{w}$；
超参数：$\alpha_k=1,k=1,2,\cdots,L$，$\sigma^2=1$，超参数下界：$\alpha_{\min}=10^{-15}$；
迭代次数：$p=0$。
步骤 2 迭代求解
(1)计算后验均值及协方差矩阵 $\boldsymbol{\mu}=\sigma^{-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{t}$，$\boldsymbol{\Sigma}=(\boldsymbol{\Gamma}^{-1}+\sigma^{-2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X})^{-1}$
(2)超参数更新，$\gamma_i=1-\alpha_i^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{ii}$，$\alpha_i^{\mathrm{new}}=\frac{\mu_i^2}{\gamma_i}$，$\left(\sigma^2\right)^{\mathrm{new}}=\frac{\|\boldsymbol{t}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{\mu}\|_2^2}{K-\sum_i\gamma_i}$；
(3)删除使$\alpha_i<\alpha_{\min}$的项，且令$\mu_i=0$；
(4)计算均衡器输出：$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{\mu}$；
(5)目标矢量更新：$\boldsymbol{t}=R_{\mathrm{RCA}}\cdot\mathrm{csgn}(\boldsymbol{y})$；
(6)若$\sum_i\left(\alpha_i^{\mathrm{new}}-\alpha_i\right)^2<10^{-6}$或$p>20$，则结束循环，否则重新从(1)开始。
步骤 3 最终均衡器输出：$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{MAP}}$。

3.2 算法性能分析

3.1 节中提出的基于稀疏贝叶斯迭代求解的均衡算法具有如下特性：

(1)算法属于数据重用类均衡算法的范畴。重复使用同一段数据进行迭代求解，接收数据较短时，依然具有较好的性能，可应用于突发通信等数据量较短的场合。

(2)算法稳健。基于随机梯度求解的方法收敛特性及稳态性能易受均衡器长度及步长因子等条件的影响。本文算法在稀疏贝叶斯框架下进行求解，影响算法性能的因素为：超参数初始值和均衡器长度。超参数在迭代过程中自适应求解，其初始值仅对收敛速度产生一定影响，不会影响最终的算法性能。由于对均衡器系数加入稀疏约束的先验分布，迭代过程中，均衡器非零元位置及取值自动调整，降低了均衡器长度对算法性能的影响，将在第 4 节通过

仿真实验加以验证。

(3)较低的计算量。由式(7)可计算出，基于随机梯度的求解算法：每次迭代需要 $L+2$ 次乘法运算和 $L+1$ 次加法运算。一般至少需要数千次迭代才能收敛，且均衡器长度越长，收敛速度越慢。

基于稀疏贝叶斯迭代求解各步骤计算量如下：

(a)后验均值计算：KL^2+KL+L 次乘法，KL^2+K 次加法；

(b)后验协方差矩阵计算：$KL^2+L^2+L+O(L^3)$ 次乘法，$(K+1)L^2$ 次加法，其中，矩阵求逆采用 Cholesky 分解需要 $O(L^3)$ 次乘法[12]；

(c)超参数更新：$(K+4)L+K$ 次乘法，$2(K+L)$ 次加法；

(d)均衡及目标矢量更新：$(L+1)K$ 次乘法，KL 次加法。

从上面分析可以看出，每一轮迭代需要 $O(L^3)+(2K+1)L^2+(3K+6)L+2K$ 次乘法和 $(2K+1)L^2+(K+2)L+3K$ 次加法运算，这里一次迭代相当于随机梯度方法进行 K 次迭代。在每次迭代中，将对应于 $\alpha_i<\alpha_{\min}$ 的均衡器系数强制置零，随着迭代的进行，L 逐渐减小，且由第 4 节分析来看，算法收敛所需迭代次数对均衡器长度不敏感，一般十次左右即可收敛。实际仿真实验来看，在算法收敛阶段，基于稀疏贝叶斯学习的方法计算量大于基于随机梯度的方法。由于算法收敛阶段，需要较大的计算量，对于数据速率较高的场合，受处理器速率限制，无法做到实时处理，一般用作离线处理。

均衡阶段，由于基于稀疏贝叶斯学习的方法得到的是稀疏解，即很多均衡器系数为零，不需要参与运算，计算量正比于非零元的数目。而随机梯度的方法需要使用所有均衡器系数对信号进行滤波运算，计算量取决于均衡器的长度。在均衡器总长一定的情况下，本文方法得到均衡器在均衡阶段具有更小的计算量。

4 算法仿真及结果分析

实验条件如下：(1)均衡器阶数 L，采用中心抽头初始化，即均衡器中心系数为 1，其它为 0；(2)分别采用剩余码间干扰(ISI)和稳态误符号率两个指标对算法收敛特性和稳态性能进行度量。

仿真 1 以剩余码间干扰(ISI)为指标，对本文提出的算法收敛性能进行分析。剩余 ISI 计算为

$$\mathrm{ISI}=\frac{\sum_k |c_k|^2-\max_k |c_k|^2}{\max_k |c_k|^2} \tag{17}$$

其中，$c_k=h_k\otimes w_k$ 为信道与均衡器的卷积。

图 3 和图 4 所示为不同数据块长度、不同均衡器长度下剩余 ISI 随迭代次数变化的曲线。发送符号为独立同分布的 16QAM 信号，噪声为加性高斯白噪声，信噪比 SNR=20 dB，信道为 6 径 FIR 信道[8]，非零元数目为 3，信道冲击响应如表 2 所示。均衡器长度 L 分别取 11, 21 和 31。图 3 和图 4 中数据块长度分别取 600 和 1000。从收敛速度看，均衡器长度越长，收敛速度越慢，但总体差别不大，如图 3 中，L=11 时，算法需要 9 次迭代达到收敛，L=21 和 31 时，也仅需要 12 次迭代即可完成收敛；K=1000 时，均衡器长为 11 时，算法收敛约需要进行 7 次迭代运算，L=21 和 31 时，算法需要 10 次迭代实现收敛。从算法收敛后，剩余 ISI 角度看，K=600 和 1000 时，均衡器长度 L=21 时，剩余 ISI 最小，L=11 时最大，稳态最大 ISI 和最小 ISI 差分别为 1 dB (K=600)和 2 dB (K=1000)。可以看出，在不同均衡器长度、不同数据块长度下，本文提出的算法表现出较高的稳定性。

表 2 信道 1 冲击响应

k	1	2	3	4	5	6
h_k	1	0	0	0.2828 + j0.2828	0	0.1299 + j0.075

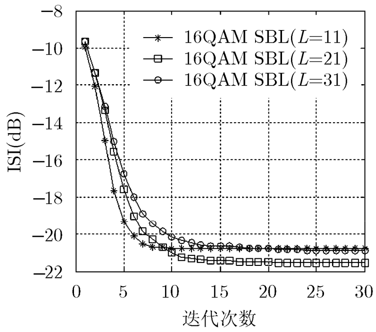

图 3 不同迭代次数下平均剩余 ISI 曲线(K=600)

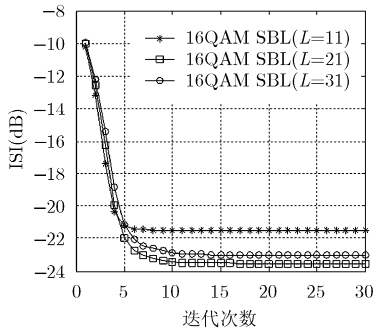

图 4 不同迭代次数下平均剩余 ISI 曲线(K=1000)

仿真 2　由于稳态误符号率能够反映算法在不同信噪比下的性能，因此采用误符号率(SER)指标对算法的稳态性能进行分析，并同采用数据重用的随机梯度 RCA 求解方法(RC-SGD-RCA)性能进行对比。同样采用表 2 所示的 FIR 信道，发送信号采用独立同分布的 16QAM 调制信号。图 5 和图 6 为两种算法收敛后的误符号率曲线，其中，图 5 固定均衡器长度为 21，观测符号长度 K 分别取 800, 1000 和 1200，而图 6 中，观测信号长度固定为 1000，而均衡器长度 L 分别取 11, 21 和 31。RC-SGD-RCA 算法仿真中，数据复用长度为观测数据块长度，迭代步长因子 $\mu=0.005$ 。

从图 5 和图 6 可以看出，由于利用均衡器稀疏特性，通过加入具有稀疏促进作用的先验分布对均衡器系数加以约束，本文提出的基于稀疏贝叶斯学习(SBL)的均衡算法性能明显优于基于数据复用的随机梯度求解方法，且在高信噪比下优势体现更加明显。此外，本文算法误符号率性能在均衡器长度及观测长度在一定范围内变化时具有较强的稳健性，而 RC-SGD-RCA 则易受二者的影响。

仿真中发现，基于稀疏贝叶斯学习的均衡算法收敛后，非零元数目约占均衡器总长度的 2/3，因此，均衡阶段可以减少 1/3 的计算量。在算法收敛阶段，RC-SGD-RCA 方法受均衡器长度影响较大，其收敛曲线如图 7 所示，其中，观测信号长度取 1000，信噪比 SNR 为 20 dB。可以看到，均衡器长度 L=11 时，收敛速度最好，大约需要 2000 次迭代实现收敛，性能也最差。L=21/31 时，大约需要 4000 次迭代实现收敛。结合 3.2 节中算法计算量公式可知，本文算法在收敛阶段需要更大的计算量。

仿真 3　采用国际电联(ITU)Vehicular A 信道[17]对算法性能进行进一步验证。信道时延扩展为 11 个符号间隔，非零径数目为 6，非零径时延均匀分布，且径增益服从零均值复高斯分布，其方差随时延呈负指数衰减。发送信号采用独立同分布的 16QAM 调制信号。图 8 和图 9 为本文算法(SBL)和 RC-SGD-RCA 算法收敛后的误符号率曲线，其中，图 8 固定均衡器长度为 31，观测符号长度 K 分别取 800, 1000 和 1200，而图 9 中，观测信号长度固定为 1000，而均衡器长度 L 分别取 21, 31 和 41。RC-SGD-RCA 算法仿真中，迭代步长因子 $\mu=0.01$ 。可以看出，本文处理方法性能优于数据复用的随机梯度求解方法，且具有较强的稳健性，与仿真 2 结论一致。

5　结束语

针对稀疏信道下盲均衡问题，在简化星座均衡算法框架下建立线性模型，将均衡器系数视为随机变量，使用稀疏贝叶斯学习的方法求解均衡器后验均值作为其估计值，得到具有稀疏特性的均衡器系数。通过引入具有稀疏特性的先验分布对均衡器系数加以约束，在迭代的过程中，均衡器非零元位置及取值自适应调整，算法收敛特性及稳态误符号率性能受均衡器长度影响较小。本算法属于数据复用类均衡算法的范畴，重复使用同一段数据进行迭代求解，可以应用于突发通信等数据较短的场合。

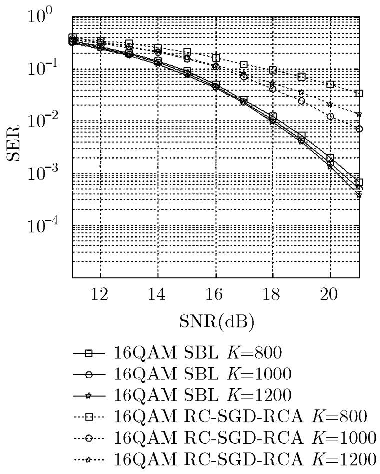

图 5 不同观测长度下两种算法误符号率性能对比(信道 1)

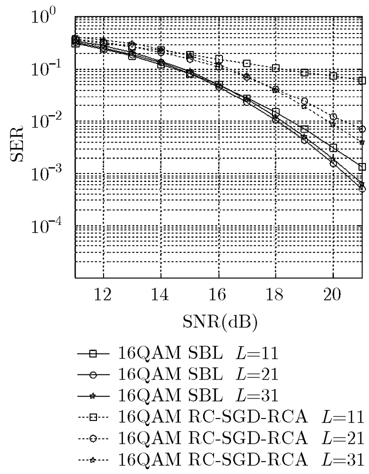

图 6 不同均衡器长度下两种算法误符号率性能对比(信道 1)

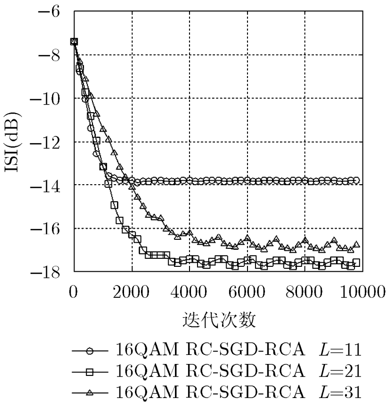

图 7 RC-SGD-RCA 算法不同迭代次数下平均剩余 ISI 曲线(信道 1)

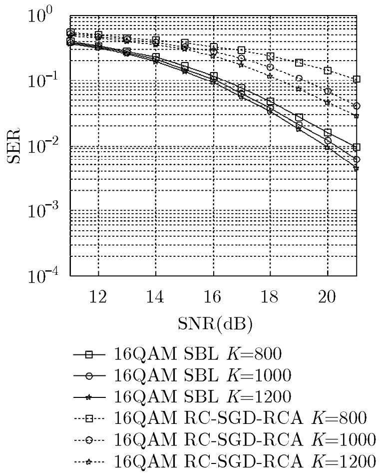

图 8 不同观测长度下两种算法误符号率性能对比(信道 2)

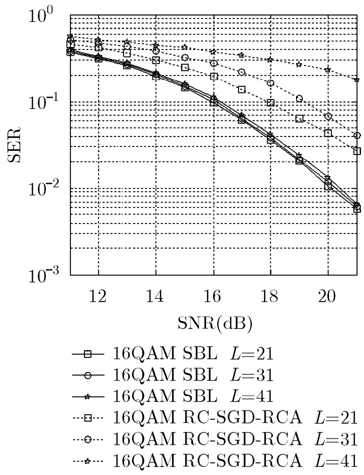

图 9 不同均衡器长度下两种算法误符号率性能对比(信道 2)

参 考 文 献

[1] 阮秀凯, 蒋啸, 刘莉, 等. 一族新的 Bussgang 类指数拓展多模盲均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2188–2193. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01544.
RUAN Xiukai, JIANG Xiao, LIU Li, *et al.* A novel Bussgang category of blind equalization with exponential expanded multi-modulus algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(9): 2188–2193. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01544.

[2] YANG J, WERNER J J, and DUMONT G A. The multimodulus blind equalization and its generalized algorithms[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2002, 20(5): 997–1015.

[3] HAN H D and DING Z. Steepest descent algorithm implementation for multichannel blind signal recovery[J]. *IET Communications*, 2012, 6(18): 3196–3203.

[4] ZHOU F, TAN J, FAN X, *et al.* A novel method for sparse channel estimation using super-resolution dictionary[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2014, 2014(1): 1–11.

[5] SENOL H. Joint channel estimation and symbol detection for OFDM systems in rapidly time-varying sparse multipath channels[J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 82(3): 1161–1178.

[6] GELLER B, CAPELLANO V, BROSSIER J M, *et al.* Equalizer for video rate transmission in multipath underwater communications: Special issue on acoustic communications[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1996, 21(2): 150–155.

[7] BERBERDIS K and RONTOGIANNIS A A. Efficient decision feedback equalizer for sparse multipath channels[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Istanbul, Turkey, 2000: 2725–2728.

[8] LEE F K H and MCLANE P J. Design of nonuniformly-spaced tapped-delay-line equalizers for sparse multipath channels[C]. Global Telecommunications Conference, Mumbai, India, 2001, 2: 1336–1343.

[9] VLACHOS E, LALOS A S, and BERBERIDIS K. Stochastic gradient pursuit for adaptive equalization of sparse multipath channels[J]. *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, 2012, 2(3): 413–423.

[10] HELMY A, HEDAYAT A, and AL-DHAHIR N. Robust weighted sum-rate maximization for the multi-stream MIMO interference channel with sparse equalization[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2015, 60(10): 3645–3659.

[11] SILVA L and GOMES J. Sparse channel estimation and equalization for underwater filtered multitone[C]. OCEANS 2015, Genova, Italy, 2015: 1–8.

[12] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1: 211–244.

[13] HANSEN T L, BADIU M, FLEURY B H, *et al.* A sparse Bayesian learning algorithm with dictionary parameter estimation[C]. Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop, A Coruña, Spain, 2014: 385–388.

[14] GODARD D N. Method and device for training an adaptive equalizer by means of an unknown data signal in a transmission system using double sideband-quadrature carrier modulation [P]. U.S. Patent 4, 309, 770. 1982.

[15] WIPF D P. Sparse estimation with structured dictionaries[C]. Advances in Neural Information Processing Systems, Granada, Spain, 2011: 2016–2024.

[16] KAY S. M. (美), 罗鹏飞, 张文明, 等译. 统计信号处理基础: 估计与检测理论[M]. 北京，电子工业出版社, 2003: 277–334.

[17] GOMAA A and AL-DHAHIR N. Sparse FIR equalization: a new design framework[C]. Vehicular Technology Conference, Budapest, Hungary, 2011: 1–5.

张　凯： 男，1988 年生，博士生，研究方向为通信信号处理、信道估计.

于宏毅： 男，1963 年生，教授，研究方向为无线通信.

胡赟鹏： 男，1978 年生，副教授，研究方向为无线通信.

沈智翔： 男，1985 年生，讲师，研究方向为无线通信.