

对称稳定分布噪声下基于广义相关熵的 DOA 估计新方法

王 鹏^① 邱天爽*^① 任福全^① 李景春^② 谭海峰^{②③}

^①(大连理工大学电子信息与电气工程学部 大连 116024)

^②(国家无线电监测中心 北京 100037)

^③(北京邮电大学信息与通信工程学院 北京 100876)

摘 要: 针对稳定随机变量有限二阶矩不存在的特点, 该文定义了一种新的广义相关熵, 并从理论上证明了对称稳定分布随机变量广义相关熵的有界性。此外, 提出了一种稳定分布噪声下基于最小广义相关熵准则的 DOA 估计新方法, 给出了一种迭代优化算法并通过仿真实验分析了算法的收敛性。仿真结果表明, 与现有基于分数低阶矩的 FLOM-MUSIC、基于类相关熵的 CRCO-MUSIC 以及基于 lp 范数的 ACO-MUSIC 算法相比, 所提方法可以获得更好的估计结果, 尤其是在高脉冲性噪声环境下具有更加明显的优势。

关键词: 波达方向估计; 相关熵; 广义相关熵; 稳定分布噪声; MUSIC 算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)08-2007-07

DOI: 10.11999/JEIT151217

A Novel Generalized Correntropy Based Method for Direction of Arrival Estimation in Symmetric Alpha Stable Noise Environments

WANG Peng^① QIU Tianshuang^① REN Fuquan^① LI Jingchun^② TAN Haifeng^{②③}

^①(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

^②(State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China)

^③(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: To overcome the limitation that the alpha stable distributed variable possesses infinite second-order moment, a novel generalized correntropy is defined and the bounded property of the generalized correntropy for the symmetric alpha stable variable is proved. Furthermore, a novel minimum generalized correntropy criterion based DOA estimation method for impulsive noise is proposed, and an iterative optimization algorithm is presented, the convergence of which is analyzed by simulation experiments. The simulation results demonstrate that the proposed method can get better estimation results than the fractional lower order moments based FLOM-MUSIC, the correntropy-like based CRCO-MUSIC and the lp norm based ACO-MUSIC methods, especially in the highly impulsive noise environments.

Key words: Direction Of Arrival (DOA) estimation; Correntropy; Generalized correntropy; Alpha stable distributed noise; MUSIC algorithm

1 引言

DOA(Direction Of Arrival)估计是阵列信号处理中的基本问题之一, 广泛应用于雷达、声呐以及无线电通信等领域^[1]。多重信号分类^[2](Multiple Signal Classification, MUSIC)算法能够实现 DOA 的超分辨率估计, 但是传统算法多假设背景噪声服

从高斯分布。实际上, 由于受到自然因素(如大气噪声、海杂波等)以及人为因素(如电动机等电磁设备)的影响, 噪声可能呈现较强的脉冲性, 此时利用 Alpha 稳定分布^[3]进行描述更加合适。与高斯分布随机变量不同, Alpha 稳定分布随机变量不具有有限二阶矩, 传统 MUSIC 方法不再适用。

为抑制 Alpha 稳定分布噪声的影响, 文献[4-8]提出了基于分数低阶统计量(Fractional Lower Order Statistics, FLOS)的 DOA 估计方法。该类方法虽取得了较好的估计效果, 但存在一定的局限性: (1)阶次 p 必须满足 $1 \leq p < \alpha$ ^[4-6] 或 $0 < p < \alpha/2$ ^[7,8] 以保

收稿日期: 2015-11-03; 改回日期: 2016-03-03; 网络出版: 2016-05-09

*通信作者: 邱天爽 qitutsh@dlut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61139001, 61172108, 81241059)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61139001, 61172108, 81241059)

证 FLOS 是有界的, 因此特征指数 α 的估计效果将会影响算法性能; (2) 文献[4,5,7,8]中的算法只适用于圆对称信号。为克服以上局限性, 文献[9]提出了基于类 M 估计的 DOA 估计方法, 文献[10,11]提出了基于类相关熵的 CRCO-MUSIC 算法, 文献[12]提出了基于 lp 范数的 ACO-MUSIC 算法。虽然上述算法在抗噪性能以及信号适用性方面取得了更好的效果, 但是在 $\alpha < 1$ 的高脉冲性噪声环境下, 算法性能显著下降。

为了更好地抑制脉冲噪声, 提高 DOA 估计算法的鲁棒性, 本文定义了一种新的广义相关熵, 提出了一种基于最小广义相关熵准则的 DOA 估计新方法。该方法无需构造协方差矩阵, 通过优化算法直接实现信号子空间的估计, 为利用相关熵实现 DOA 估计提供了一种新思路。仿真结果表明, 本文算法在高脉冲性噪声环境下能够获得更好的估计结果。

2 稳定分布与相关熵

2.1 稳定分布

对称 Alpha 稳定(Symmetric Alpha Stable, S α S)分布随机变量常用其特征函数进行描述^[3]。

$$\varphi(\omega) = \exp\{j\mu\omega - \gamma|\omega|^\alpha\} \quad (1)$$

其中, $0 < \alpha \leq 2$ 称为特征指数, 用来度量概率密度函数的拖尾厚度, $\gamma > 0$ 是分散系数, 用以度量样本的分散程度, μ 是位置参数, 当 $1 < \alpha \leq 2$ 时, 该参数表示该随机变量的均值, 当 $0 < \alpha < 1$ 时, 该参数则表示该随机变量的中值。特别地, 当 $\alpha = 2$ 时, S α S 分布退化为高斯分布。当 $\alpha < 2$ 时, S α S 随机变量不存在有限的二阶矩, 因此基于二阶统计量的传统 DOA 估计算法在稳定分布噪声环境下性能严重退化。

2.2 相关熵

相关熵作为一种随机变量局部相似性的度量^[13], 广泛应用于时延估计^[14]、自适应滤波^[15,16]、图像处理^[17]以及医学信号处理^[18]等领域, 其定义为

$$V_\sigma(X, Y) = E[\kappa_\sigma(X - Y)] \quad (2)$$

$$\kappa_\sigma(\bullet) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\bullet)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

其中, X 和 Y 是随机变量, $\kappa_\sigma(\bullet)$ 是核函数, σ 是核长, $E[\bullet]$ 表示数学期望。在实际应用中, 由于概率密度函数未知, 常利用时间平均对统计平均进行估计。假设一组观测值 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$, 则相关熵估计如式(4):

$$\hat{V}_\sigma(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_\sigma(x_i - y_i) \quad (4)$$

3 基于广义相关熵的 DOA 估计

3.1 问题描述

假设均匀等距线阵由 M 个阵元组成, 阵元间距为 d , 存在 P 个频率已知的窄带信源, 信源之间相互独立, 入射角度分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$, 以第 1 个阵元为参考阵元, 则第 m 个阵元 t 时刻的输出可以表示为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^P s_i(t) e^{j2\pi\sin\theta_i(m-1)d/\lambda} + n_m(t) \quad (5)$$

其中, $s_i(t)$ 为第 i 个信源的复包络, λ 表示信号波长且满足 $d \leq \lambda/2$, $n_m(t)$ 表示服从 S α S 分布的加性噪声, 各阵元噪声相互独立, 噪声与信号之间相互独立。进一步将式(5)写成矩阵形式:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1) \ \mathbf{x}(2) \ \dots \ \mathbf{x}(N)]$ 为接收数据矩阵, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T$ 为接收数据矢量, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1)\mathbf{s}(2) \ \dots \ \mathbf{s}(N)]$ 为信号矩阵, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_P(t)]^T$ 为信号矢量, $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(1) \ \mathbf{n}(2) \ \dots \ \mathbf{n}(N)]$ 为噪声矩阵, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T$ 为噪声矢量, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_P)]$ 为阵列流形, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 为方向矢量。

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1 \ \dots \ e^{j2\pi\sin\theta_i(m-1)d/\lambda} \ \dots \ e^{j2\pi\sin\theta_i(M-1)d/\lambda}]^T \quad (7)$$

根据低秩近似理论^[19], \mathbf{X} 可以利用低秩矩阵 $\hat{\mathbf{X}}$ 进行近似:

$$\min_{\hat{\mathbf{X}}} \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2, \quad \text{s.t.} \quad \text{rank}(\hat{\mathbf{X}}) \leq P \quad (8)$$

其全局最优解如下:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{U}_s \mathbf{D}_s \mathbf{V}_s^H \quad (9)$$

$$\text{SVD}(\mathbf{X}) = \mathbf{U}_s \mathbf{D}_s \mathbf{V}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{D}_n \mathbf{V}_n^H \quad (10)$$

其中, SVD(\bullet) 表示奇异值分解, \mathbf{D}_s 是由 P 个最大奇异值组成的对角矩阵, \mathbf{U}_s 和 \mathbf{V}_s 分别为对应的左特征向量和右特征向量。由矩阵相关理论可知, 矩阵 \mathbf{U}_s 与 \mathbf{A} 张成相同的子空间。将式(8)的代价函数进一步写为

$$J_F(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}) = \|\mathbf{X} - \mathbf{YZ}\|_F^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |x_{mn} - (\mathbf{YZ})_{mn}|^2 \quad (11)$$

其中, $\mathbf{Y} \in \mathcal{C}^{M \times P}$ 与 $\mathbf{Z} \in \mathcal{C}^{P \times N}$ 分别为列满秩和行满秩矩阵, M 和 N 分别表示阵元个数与快拍次数, $\|\bullet\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数。由上可知, 最小化式(11)的最优解就是 $\mathbf{Y} = \mathbf{U}_s$, $\mathbf{Z} = \mathbf{D}_s \mathbf{V}_s^H$ 。

定义残差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{X} - \mathbf{YZ}$, 在 S α S 分布噪声环境下, 残差矩阵的每一行可以看作是服从该分布的随机变量(记作 r_m)的样本实现, 将式(11)进一步写成:

$$J_F(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}) = \sum_{m=1}^M N \cdot \widehat{E}[|r_m|^2] \quad (12)$$

其中, $\widehat{E}[|r_m|^2]$ 表示对随机变量 r_m 的二阶原点矩的估计, 表达式为

$$\widehat{E}[|r_m|^2] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |r_{mn}|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |x_{mn} - (\mathbf{Y}\mathbf{Z})_{mn}|^2 \quad (13)$$

由于服从 $S\alpha S$ 分布的随机变量不具有有限的二阶矩, 基于式(11)算法的性能必然下降。

3.2 广义相关熵

为抑制稳定分布噪声的影响, 受相关熵启发, 本文定义了一种新的广义相关熵:

$$C_\sigma(X, Y) = E[(X - Y)^2 \kappa_\sigma(X - Y)] \quad (14)$$

可以证明, 对称稳定分布随机变量的广义相关熵是有界的。

定理 1 假设存在两个独立同分布的对称稳定分布随机变量 X 和 Y , 定义 $r = X - Y$, 则广义相关熵 $C_\sigma(X, Y)$ 是有界的。

证明 根据广义相关熵的定义可知

$$C_\sigma(X, Y) = E[(X - Y)^2 \kappa_\sigma(X - Y)] \quad (15)$$

由 $S\alpha S$ 分布的性质^[3]可知, $r = X - Y$ 同样服从 $S\alpha S$ 分布。根据数学期望的定义, 式(15)可进一步写为

$$C_\sigma(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} r^2 f(r) dr \quad (16)$$

其中, $f(r)$ 表示随机变量的概率密度函数。

根据概率密度函数与特征函数之间的关系, 将式(1)所示的特征函数代入, 可得

$$\begin{aligned} C_\sigma(r) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} \\ &\quad \cdot r^2 e^{j\mu\omega - \gamma|\omega|^\alpha} e^{-j\omega r} dr d\omega \\ &\leq \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} r^2 dr e^{-\gamma|\omega|^\alpha} d\omega \end{aligned} \quad (17)$$

又因为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} r^2 dr = \sqrt{2\pi\sigma^3} \quad (18)$$

所以, 式(17)可以进一步简化为

$$\begin{aligned} C_\sigma(r) &\leq \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma|\omega|^\alpha} d\omega \\ &= \frac{\sigma^2}{\pi} \left[\int_0^1 e^{-\gamma\omega^\alpha} d\omega + \int_1^{+\infty} e^{-\gamma\omega^\alpha} d\omega \right] \\ &< \frac{\sigma^2}{\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\gamma\omega^2} d\omega \\ &= \frac{\sigma^2}{\pi\gamma} \end{aligned} \quad (19)$$

此外, 显而易见的, 有 $C_\sigma(r) \geq 0$ 恒成立。因此, 对称稳定分布随机变量的广义相关熵是有界的。

证毕

3.3 基于最小广义相关熵准则的 DOA 估计算法

假设一组观测值 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$, 利用时间平均对统计平均进行估计, 则广义相关熵估计如下:

$$\widehat{C}_\sigma(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \kappa_\sigma(x_i - y_i) \quad (20)$$

利用广义相关熵替换式(11)中的二阶矩, 本文提出如式(21)所示的代价函数。

$$\begin{aligned} J_C(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \widehat{C}(r_m) \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{|r_{mn}|^2}{2\sigma^2}} |r_{mn}|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

为了更好地说明广义相关熵对稳定分布噪声的抑制作用, 将式(21)进一步写为

$$\begin{aligned} J_C(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{|r_{mn}|^2}{2\sigma^2}} |r_{mn}|^2 \\ &= \frac{1}{MN} \|\mathbf{W}^{1/2} \odot \mathbf{R}\|_F^2 \\ &= \frac{1}{MN} \|\mathbf{W}^{1/2} \odot \mathbf{X} - \mathbf{W}^{1/2} \odot \mathbf{Y}\mathbf{Z}\|_F^2 \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{B} \odot \mathbf{C}$ 表示矩阵对应元素相乘, $\mathbf{B}^{1/2}$ 表示对矩阵中每个元素进行开方运算, \mathbf{R} 为残差矩阵, \mathbf{W} 为加权矩阵, 其第 m 行 n 列元素 $w_{m,n}$ 为

$$w_{mn} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-|r_{mn}|^2/(2\sigma^2)} \quad (23)$$

图 1 给出了核长 $\sigma = 1$ 时的加权因子。从图中可以看出, 当残差较大时, 加权因子迅速趋于 0, 可以有效抑制稳定分布噪声中的野点。

利用最小广义相关熵准则 (Minimum Generalized Correntropy Criterion, MGCC), 最小化式(21)就可以实现信号子空间的估计 $\widehat{\mathbf{Y}}$, 进而实现空间谱的估计:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \left(\mathbf{I} - \widehat{\mathbf{Y}} (\widehat{\mathbf{Y}}^H \widehat{\mathbf{Y}})^{-1} \widehat{\mathbf{Y}}^H \right) \mathbf{a}(\theta)} \quad (24)$$

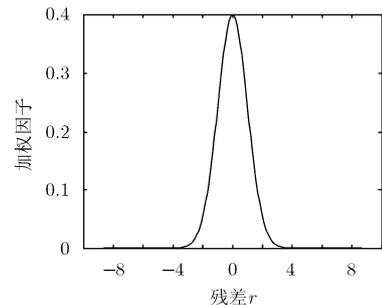


图 1 加权因子幅度图

3.4 算法实现步骤

对比式(22)和式(11)发现可利用奇异值分解实现最小化式(21)的求解,但是由于加权矩阵 \mathbf{W} 与待求解矩阵 \mathbf{Y} 和 \mathbf{Z} 有关,无法单次获得最优解,因此本文采用 IR-SVD^[12]方法,主要步骤如下:

步骤 1 随机生成列满秩矩阵 $\mathbf{Y}^{(0)}$ 与行满秩矩阵 $\mathbf{Z}^{(0)}$, 设定迭代次数 $k = 0$, 初始误差为 $\varepsilon^{(0)}=1$, 迭代停止误差 ε_s 以及最大迭代次数 K ;

步骤 2 计算第 k 次迭代的残差矩阵 $\mathbf{R}^{(k)} = \mathbf{X} - \mathbf{Y}^{(k)}\mathbf{Z}^{(k)}$ 与加权因子矩阵 $\mathbf{W}^{(k)}$ (式(23));

步骤 3 对加权后的矩阵进行奇异值分解 SVD $\{[(\mathbf{W}^{(k)})^{1/2} \odot \mathbf{X}] = \mathbf{U}_s^{(k)}\boldsymbol{\Sigma}_s^{(k)}(\mathbf{V}_s^{(k)})^H + \mathbf{U}_n^{(k)}\boldsymbol{\Sigma}_n^{(k)}(\mathbf{V}_n^{(k)})^H$, 其中, $\boldsymbol{\Sigma}_s^{(k)}$ 包含 P 个最大奇异值, $\mathbf{U}_s^{(k)} \in \mathbb{C}^{M \times P}$ 和 $\mathbf{V}_s^{(k)} \in \mathbb{C}^{P \times N}$ 分别是其对应的左特征向量和右特征向量;

步骤 4 更新参数估计结果 $\mathbf{Y}^{(k+1)} \leftarrow \mathbf{U}_s^{(k)}, \mathbf{Z}^{(k+1)} \leftarrow \boldsymbol{\Sigma}_s^{(k)}(\mathbf{V}_s^{(k)})^H$;

步骤 5 计算迭代误差 $k = k+1, \varepsilon^{(k)} = [J_C(\mathbf{Y}^{(k)}, \mathbf{Z}^{(k)}) - J_C(\mathbf{Y}^{(k-1)}, \mathbf{Z}^{(k-1)})] / J_C(\mathbf{Y}^{(k-1)}, \mathbf{Z}^{(k-1)})$, 如果满足 $k < K$ 并且 $\varepsilon^{(k)} > \varepsilon_s$, 重复步骤 2-步骤 5;

步骤 6 按式(24)计算空间谱,通过搜索峰值实现 P 个信源 DOA 的估计。

4 仿真实验

假设均匀等距阵阵元数目 $M=8$, 阵元间距 $d = \lambda/2$, 入射信号功率相等且为 1, 调制方式为 QPSK, 入射方向分别为 $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = 20^\circ$ 。假设噪声服从 SoS 分布, 采用广义信噪比 (Generalized Signal-to-Noise Ratio, GSNR) 度量信号与噪声之间的强弱

$$\text{GSNR} = 10 \lg \left(E(|s(t)|^2) / \gamma \right) \quad (25)$$

其中, $s(t)$ 表示信号, γ 为噪声的分散系数。

本文采用两个指标对算法性能进行评价: DOA

估计成功率和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)。当 2 个信源的入射角度估计误差都不超过 3° 时, 则认为此次 DOA 估计是成功的。估计成功率是估计成功次数与随机实验次数之比。DOA 估计的 RMSE 定义为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\hat{x}_1(l) - x_1)^2} + \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\hat{x}_2(l) - x_2)^2} \right) \quad (26)$$

其中, L 是估计成功次数, \hat{x}_1 与 \hat{x}_2 是参数 x_1 与 x_2 的估计值。本文结果由 300 次随机实验统计得到。

本文同时仿真了文献[2]中的经典 MUSIC 算法、文献[5]中基于分数低阶矩的 FLOM-MUSIC 算法、文献[10]中基于类相关熵的 CRCO-MUSIC 算法、文献[12]中基于 l_p 范数的 ACO-MUSIC 算法以及本文的 MGCC-MUSIC 算法。

实验 1 算法收敛性能 设定迭代停止条件 $\varepsilon_s = 10^{-6}, K=100$ 。图 2 给出了不同噪声环境下本文算法的迭代误差、子空间距离以及代价函数的变化曲线。其中, 子空间距离定义为 $d(\hat{\mathbf{Y}}^{(k)}, \mathbf{A}) = \frac{\|\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{Y}}^{(k)}} - \mathbf{P}_{\mathbf{A}}\|_2}{\|\mathbf{P}_{\mathbf{A}}\|_2}$, 式中 $\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H, \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{Y}}^{(k)}} = \hat{\mathbf{Y}}^{(k)} \cdot \left((\hat{\mathbf{Y}}^{(k)})^H \hat{\mathbf{Y}}^{(k)} \right)^{-1} (\hat{\mathbf{Y}}^{(k)})^H$ 。从图中可以看出, 当迭代误差满足 $\varepsilon^{(k)} < 10^{-6}$ 时, 子空间距离以及代价函数基本稳定, 即以此为迭代停止条件是合适的。

实验 2 核长的选择 图 3 给出了不同噪声环境下算法性能随核长 σ 的变化曲线, 其中快拍数 $N=100$ 。可以发现, 当核长满足 $\sigma \in [1.3, 2.5]$ 时, 本文算法可以达到较好的估计结果。因此, 在后续仿真实验中, 核长参数均取 $\sigma = 1.5$ 。此外, 还可以发现, 当 $\sigma \in [1.3, 2.5]$ 时, 噪声的特征指数对算法性能影响很小。

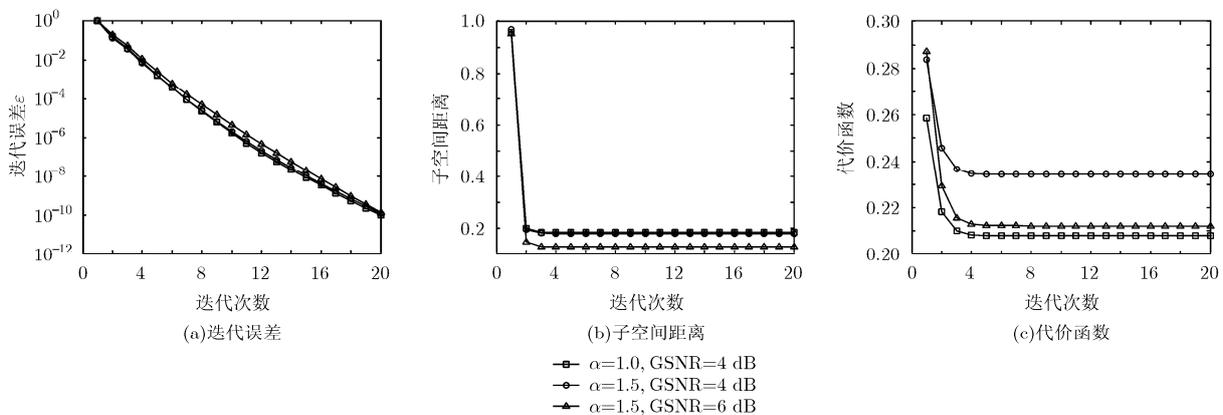


图 2 算法迭代收敛曲线

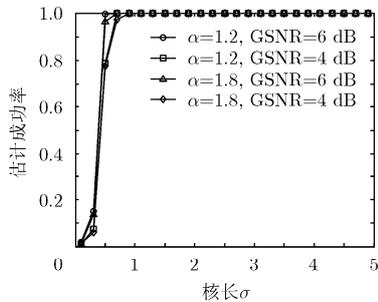
实验 3 GSNR 对算法性能的影响 图 4 给出了不同 GSNR 下的估计结果，其中噪声的特征指数 $\alpha=1.5$ ，快拍数 $N=100$ 。可以看出，随着 GSNR 的提高，所有算法性能均有显著提高。与其它 4 种算法相比，经典 MUSIC 算法在稳定分布噪声环境下的性能较差。在低信噪比环境下，MGCC-MUSIC 算法与 CRCO-MUSIC 算法可以获得更高的估计成功率，而且 MGCC-MUSIC 算法具有更低的估计误差；而在高信噪比环境下，MGCC-MUSIC 算法则与 ACO-MUSIC 算法性能相当。

实验 4 快拍数对算法性能的影响 图 5 给出了快拍数 N 对算法性能的影响。设定 $S\alpha S$ 噪声特征指数 $\alpha=1.5$ ，GSNR 为 4 dB。可以发现，除经典 MUSIC 算法外，其它 4 种算法的 RMSE 均随着快拍数的增加而减小，其中 MGCC-MUSIC, CRCO-MUSIC 以及 ACO-MUSIC 3 种算法的估计成功概率相近，但

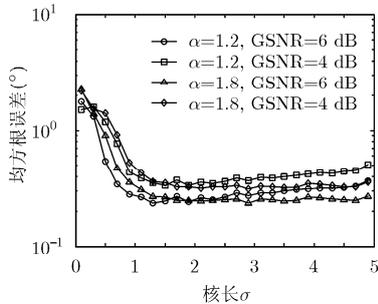
是 MGCC-MUSIC 算法可以获得更低的估计误差。

实验 5 稳定分布噪声特征指数的影响 图 6 给出了不同噪声特征指数下算法的估计结果，其中快拍数 $N=100$ ，GSNR 为 4 dB。可以看出，在高脉冲性噪声环境下，本文算法具有非常明显的优势。此外，与图 2 和图 3 现象一致，噪声特征指数 α 对本文算法性能的影响较小。

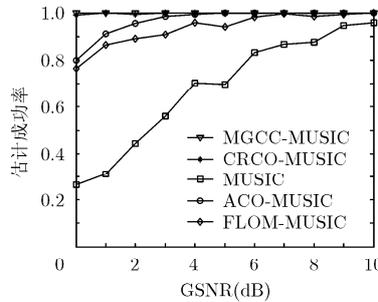
实验 6 角度分辨率 图 7 给出了不同算法的角度分辨能力。信源 1 的入射角度 θ_1 从 0° 变化至 18° ，信源 2 的入射角度固定为 $\theta_2 = 20^\circ$ ，噪声特征指数 $\alpha = 1.5$ ，GSNR 为 4 dB。从图中可以看出，本文算法能够分辨的最小角度差为 6° ，优于其它算法。此外，还可以发现，当两个信源的角度差较小时，本文方法的估计成功率更高，而当两个信源的角度差较大时，本文方法则在 RMSE 方面具有微弱的优势。



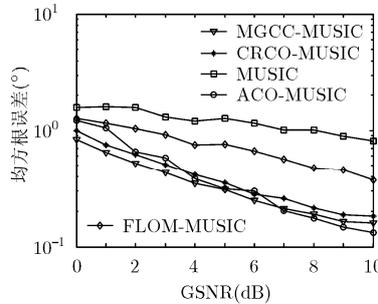
(a) DOA 估计成功率



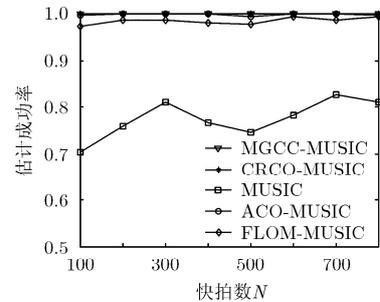
(b) DOA 估计 RMSE



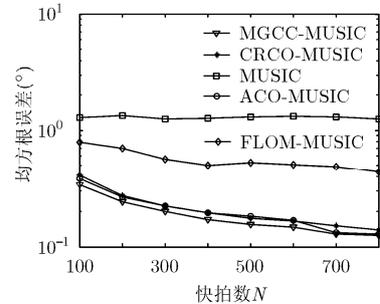
(a) DOA 估计成功率



(b) DOA 估计 RMSE



(a) DOA 估计成功率

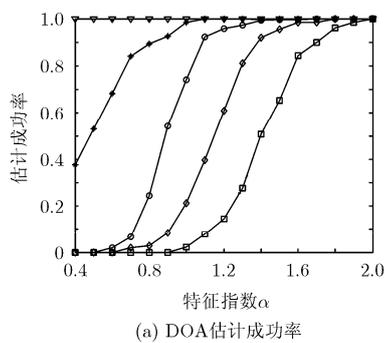


(b) DOA 估计 RMSE

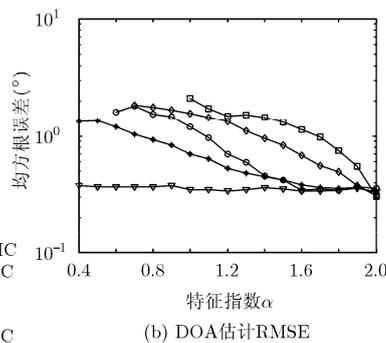
图 3 算法性能随核长的变化曲线

图 4 算法性能随 GSNR 的变化曲线

图 5 算法性能随快拍数的变化曲线



(a) DOA 估计成功率



(b) DOA 估计 RMSE

图 6 算法性能随特征指数的变化曲线

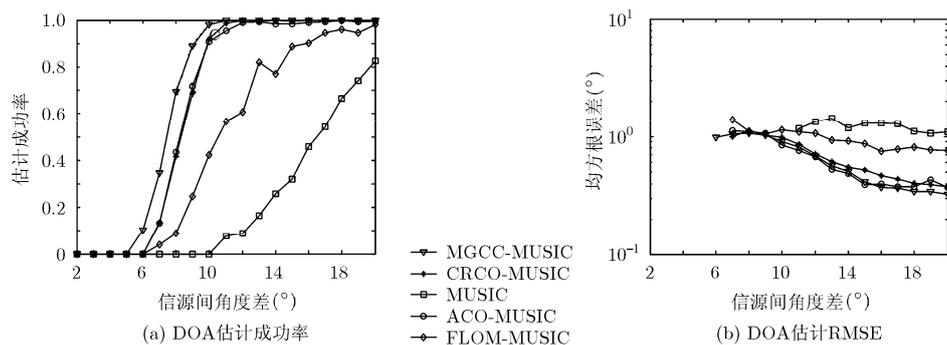


图7 算法的角度分辨率

5 结论

本文定义了一种新的广义相关熵, 证明了对称稳定分布随机变量广义相关熵的有界性, 并基于最小广义相关熵准则提出了一种稳定分布噪声下的 DOA 估计新方法。该方法无需构造协方差矩阵, 通过求解优化问题直接实现信号子空间的估计。为实现优化问题的求解, 本文给出了一种迭代优化算法, 并通过仿真实验分析了算法的收敛性。最后, 本文分析了核长、广义信噪比、快拍数、噪声特征指数以及信源间入射角度差对算法性能的影响。仿真结果表明, 本文算法可以获得更好的估计结果, 尤其是在高脉冲性噪声环境下具有更加明显的优势。

参考文献

- [1] KRIM H and VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 64-97. doi: 10.1109/79.526899.
- [2] SCHMIDE R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280. doi: 10.1109/tap.1986.1143830.
- [3] SHAO M and NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986-1010. doi: 10.1109/5.231338.
- [4] TSAKALIDES P and NIKIAS C L. The robust covariation-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(7): 1623-1633. doi: 10.1109/78.510611.
- [5] LIU T and MENDEL J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(8): 1605-1613. doi: 10.1109/78.934131.
- [6] ZHANG J F and QIU T S. A novel covariation based noncircular sources direction finding method under impulsive noise environments[J]. *Signal Processing*, 2014, 98: 252-262. doi: 10.1016/j.sigpro.2013.11.031.
- [7] BELKACEMI H and MARCOS S. Robust subspace-based algorithms for joint angle/Doppler estimation in non-Gaussian clutter[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(7): 1547-1558. doi: 10.1016/j.sigpro.2006.12.015.
- [8] YOU G H, QIU T S, and SONG A M. Novel direction findings for cyclostationary signals in impulsive noise environments[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2013, 32(6): 2939-2956. doi: 10.1007/s00034-013-9597-0.
- [9] 张金凤, 邱天爽, 宋爱民, 等. Alpha 稳定分布噪声环境下类 M 估计相关的 DOA 估计新算法[J]. *通信学报*, 2013, 34(5): 71-78. doi: 10.3969/j.issn.1000-436x.2013.05.008.
- [10] ZHANG J F, QIU T S, SONG A M, et al. A novel correntropy based DOA estimation algorithm in impulsive noise environments[J]. *Signal Processing*, 2014, 104: 346-357. doi: 10.1016/j.sigpro.2014.04.033.
- [11] 邱天爽, 张金凤, 宋爱民, 等. 脉冲噪声下基于广义类相关熵的 DOA 估计新方法[J]. *信号处理*, 2012, 28(4): 463-466.
- [12] QIU Tianshuang, ZHANG Jinfeng, SONG Aimin, et al. The generalized correntropy-analogous statistics based direction of arrival estimation in impulsive noise environments[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(4): 463-466.
- [13] ZENG W J, SO H C, and HUANG L. lp -MUSIC: Robust direction-of-arrival estimator for impulsive noise environments[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(17): 4296-4308. doi: 10.1109/tsp.2013.2263502.
- [14] LIU W F, POKHAREL P P, and PRINCIPE J C. Correntropy: properties and applications in non-Gaussian signal processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(11): 5286-5298. doi: 10.1109/tsp.2007.896065.

- [14] 宋爱民, 邱天爽, 佟祉谏. 对称稳定分布的相关熵及其在时间延迟估计上的应用[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(2): 494-498. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00309.
- SONG Aimin, QIU Tianshuang, and TONG Zhijian. Correntropy of the symmetric stable distribution and its application to the time delay estimation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(2): 494-498. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00309.
- [15] WU Z Z, SHI J H, ZHANG X, *et al.* Kernel recursive maximum correntropy[J]. *Signal Processing*, 2015, 117: 11-26. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.04.024.
- [16] CHEN B D, LEI X, LIANG J L, *et al.* Steady-state mean-square error analysis for adaptive filtering under the maximum correntropy criterion[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(7): 880-884. doi: 10.1109/LSP.2014.2319308.
- [17] WANG L F and PAN C H. Robust level set image segmentation via a local correntropy-based K-means clustering[J]. *Pattern Recognition*, 2014, 47(5): 1917-1925. doi: 10.1016/j.patcog.2013.11.014.
- [18] MELIA U, GUAITA M, VALLVERDU M, *et al.* Correntropy measures to detect daytime sleepiness from EEG signals[J]. *Physiological Measurements*, 2014, 35(10): 2067-2083. doi: 10.1088/0967-3334/35/10/2067.
- [19] MARKOVSKY I. Low Rank Approximation: Algorithms, Implementation, Applications[M]. London, UK, Springer-Verlag London, 2011: 60-64.
- 王 鹏: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、非高斯非平稳信号处理.
- 邱天爽: 男, 1954 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非平稳非高斯统计信号处理、数字信号处理等.
- 任福全: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为图像处理、成像与压缩感知等.
- 李景春: 男, 1966 年生, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等.
- 谭海峰: 男, 1977 年生, 高级工程师, 主要研究方向为无线电频谱工程以及无线电监测等.