

改进的多信道 S-ALOHA 暂态性能分析办法及其应用

简鑫* 曾孝平 谭晓衡 田蜜 苗丽娟

(重庆大学通信工程学院 重庆 400030)

摘要: 海量机器类终端(或 MTC 终端)同步入网时, 其业务呈现瞬时突发性, 这使得基于齐次或复合泊松假设的多信道 S-ALOHA 稳态性能分析办法难以直接应用。该文以第 i 个随机接入时隙内第 j 次进行随机接入的用户数 $M_i(j)$ 作为状态变量, 提出了一种沿 $M_i(j)$ 的 j 方向迭代进行多信道 S-ALOHA 暂态性能分析的办法及其近似形式。该迭代办法可建立第 i 个随机接入时隙内第 j 次进行随机接入的用户数与第 x 个随机接入时隙内新到用户数的直接关系(其中 $x < i$), 也可给出接入时延概率密度函数、概率分布函数和均值的求解办法。以 3GPP MTC 业务参考模型进行数值仿真, 验证了所提迭代办法及其近似形式的有效性。相关研究可为承载网络的优化设计提供参考。

关键词: 物联网; 机器类通信; 突发性业务; 多信道 ALOHA; 暂态性能分析

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)08-1894-07

DOI: 10.11999/JEIT151207

Improved Transient Performance Analysis Algorithm of Multichannel S-ALOHA and Its Applications

JIAN Xin ZENG Xiaoping TAN Xiaoheng TIAN Mi MIAO Lijuan

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Concurrent data transmission from massive Machine Type Communications (MTC) devices makes the traffic pattern of MTC more bursty, which invalidates the commonly-used methodologies of traffic engineering for multichannel S-ALOHA under the assumption of homogeneous or compound Poisson process. By usage of the number of contending devices that transmit the j -th preamble at the i -th Random Access (RA) slot as state variable, an innovative iterative process with its simplified form is proposed to acquire the dynamic process of multichannel S-ALOHA. It reveals the direct relation between the number of contending devices that transmit the j -th preamble at the i -th RA slot and the newly arrived devices before i -th RA slot. It also presents an analytical way to compute the probability density function, cumulative density function and mean of access delay. Numerical results by the use of MTC traffic models proposed by 3GPP are conducted to validate the effectiveness of the proposed iterative process and its simplified form. These works provide engineers insights to design enhanced overload control mechanism for MTC applications.

Key words: Internet of things; Machine type communication; Burstness traffic; Multichannel S-ALOHA; Transient performance analysis

1 引言

随机接入过程是终端获取上行同步、初始化无线链路的基本步骤, 在移动蜂窝网络中扮演重要角色, 分为竞争类和非竞争类两种模式^[1]。多信道 S-ALOHA 作为典型的竞争类随机接入协议, 工作原理简单, 广泛用于公用陆地移动通信和卫星通信

等领域^[2]。通过设业务到达过程为齐次/复合泊松过程或独立同分布的伯努利过程, 以某时隙内重传用户数、队列排头分组重传次数或信道忙闲状态作为状态变量, 研究者们对多信道 S-ALOHA 的稳态性能进行了深入而详尽的分析, 完成了其稳定性分析和稳定化设计^[3-6]。上述建模假设与稳态性能分析办法促进了电信网和计算机通信网的普及和推广^[6]。然而当海量机器类终端(或 MTC 终端)同步入网时, 大量 MTC 终端会因响应同一事件或执行相关事件监测而在短时间内向承载网络发起短暂和急促的会话申请^[7-10]。该特性难以采用经典的齐次或复合泊松过程进行描述, 也使得基于稳态假设的网络性能分析办法难以直接应用^[11], 迫切需要完善非泊松业

收稿日期: 2015-10-29; 改回日期: 2016-02-19; 网络出版: 2016-04-14

*通信作者: 简鑫 jianxin@cqu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(91438104, 61571069, 61501065), 中央高校基本科研业务费(106112015CDJXY160002)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (91438104, 61571069, 61501065), Fundamental Research Funds for the Central Universities (106112015CDJXY160002)

务下多信道 S-ALOHA 的暂态性能分析办法。

因缺少实际应用场景的持续推动,多信道 S-ALOHA 暂态性能分析的研究相对较少。文献[12]首次通过计算机仿真的方式给出了单信道 ALOHA 受脉冲负载激励时的暂态性能,并定义积压下降时间(backlog fall time)作为暂态性能的评价指标。文献[13]采用扩散近似法(diffusion approximation)研究了单信道 ALOHA 受伯努利过程激励时积压用户数的暂态性能。针对 MTC 业务,文献[14-16]以第 i 个随机接入时隙(RA slot)内第 j 次进行随机接入的用户数($M_i(j)$)作为状态变量,沿 $M_i(j)$ 的 i 方向迭代给出了多信道 S-ALOHA 的暂态性能分析办法。其中,文献[14]和文献[15]主要研究基于组特性的寻呼机制,因此设所有用户均在寻呼周期的第 1 个 RA 时隙申请接入(即 one slot access);文献[16]综合考虑 LTE 协议的各项因素,研究了多信道 S-ALOHA 受 Beta(3,4)分布激励时的暂态性能。本文则沿 $M_i(j)$ 的 j 方向迭代,建立了第 i 个 RA 时隙内第 j 次进行随机接入的用户数($M_i(j)$)与第 x 个 RA 时隙内新到用户数($M_x(1)$)的直接关系(其中 $x < i$),给出了随机接入时延概率密度函数(PDF)、概率分布函数(CDF)和均值的求解办法。所提迭代办法特别适合可动态调节业务到达过程的控制机制的性能分析,如预退避或 ACB 机制等。更进一步,当某段时间范围内申请随机接入的用户数(含新到和退避用户)变化不大时,本文还给出了所提迭代方法的近似形式。以 3GPP MTC 业务参考模型为例进行了数值仿真,验证了上述迭代过程及其近似形式的有效性。相关研究可为承载网络的优化设计提供参考。

2 MTC 业务到达过程

运用流量分析理论完成承载网络的性能分析与优化设计必须给出业务到达过程的统计描述和服务机制的统计建模。本节介绍 3GPP MTC 业务参考模型,第 3 节介绍改进的多信道 S-ALOHA 暂态性能分析办法。

为描述海量 MTC 终端同步入网时业务到达过程的统计特性,3GPP TR 37.868 提出两类参考流量模型,其基本出发点可概述为^[7]:如图 1 所示,MTC 终端以固定周期 T 将采集的数据传送给基站,所有 MTC 终端需要在时间范围 τ 内完成数据传输,一般情况下 $\tau \ll T$ 。参考模型 1 设 MTC 终端的接入强度服从有效数据传输时间范围 $[0, \tau]$ 内的均匀分布,用于模拟 MTC 终端以非同步的方式接入网络的场景。参考模型 2 则假设 MTC 终端的接入强度服从 $[0, \tau]$ 内的 Beta(3,4)分布,用于模拟 MTC 终端



图 1 MTC 周期性通信示意图

以高度同步的方式接入网络的极端场景。参考模型 1 和参考模型 2 的 τ 分别为 60 s 和 10 s。因此,时间 $[t_i, t_{i+1}] \in [0, \tau]$ 范围内 MTC 终端的接入强度为

$$n_i = N \int_{t_i}^{t_{i+1}} p(t) dt \quad (1)$$

其中, N 表示 MTC 终端总数; $p(t)$ 为 Beta 分布的 PDF, 即

$$p(t) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{t^{\alpha-1}(\tau - t)^{\beta-1}}{\tau^{\alpha+\beta-1}}, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\alpha > 0, \beta > 0$ 为 Beta 分布的形状参数,均匀分布是 $\alpha = 1, \beta = 1$ 的 Beta 分布。式(1)实质上求取的是 $[t_i, t_{i+1}]$ 范围内申请随机接入的 MTC 终端数。

3 改进的多信道 S-ALOHA 暂态性能分析

多信道 S-ALOHA 暂态性能分析的关键在于寻找合适的状态变量描述整个系统随时间的变化过程。文献[14-16]以第 i 个 RA 时隙内第 j 次进行随机接入的用户数作为状态变量,即 $M_i(j)$ 。本文将沿用该状态变量但采用不同的迭代方向进行分析。

3.1 沿 i 方向迭代

首先简要介绍文献[14-16]给出的沿 $M_i(j)$ 的 i 方向迭代的分析方法。由 $M_i(j)$ 定义可知,第 i 个 RA 时隙内新到用户数为

$$M_i(1) = N \int_{i T_{RA}}^{(i+1) T_{RA}} p(t) dt \quad (3)$$

其中, T_{RA} 表示 RA 时隙周期。第 i 个 RA 时隙内进行随机接入的用户数可表示为

$$M_i = \sum_{j=1}^{R_{\max}} M_i(j) \quad (4)$$

其中, R_{\max} 表示允许的最大重传次数。由于终端前导码发送过程可建模为将 M_i 个无差别的球(用户)等概率的放入 m 个无差别的瓮(前导码)的瓮模型,那么第 i 个 RA 时隙内用户接入成功和冲突的概率可分别表示为

$$P_{su}(i) = \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{M_i-1}, \quad P_{cu}(i) = 1 - P_{su}(i) \quad (5)$$

其中, m 表示第 i 个 RA 时隙内的可用前导码数。据此可得第 i 个 RA 时隙内第 j 次进行随机接入的成功和冲突的用户数为

$$M_{i,su}(j) = M_i(j) P_{su}(i) \quad (6)$$

$$M_{i,cU}(j) = M_i(j)P_{cU}(i) \quad (7)$$

接入冲突的用户经过随机退避后将在后续 RA 时隙内再次申请接入, 该过程可建模为

$$M_i(j) = \frac{1}{W_{BF}} \sum_{k=1}^{W_{BF}} M_{i-k,cU}(j-1), \quad j \geq 2 \quad (8)$$

其中 W_{BF} 表示退避窗口的大小。据此式(8)可解释为第 $i-k, k \in [1, W_{BF}]$ 个 RA 时隙内第 $j-1$ 次进行随机接入并冲突的用户将以 $1/W_{BF}$ 的概率落在第 i 个 RA 时隙内并再次申请随机接入。至此已建立 $M_i(j)$ 沿 i 方向的迭代关系, 逐次迭代可完成多信道 S-ALOHA 的暂态性能分析。

$$\begin{aligned} M_i(j) &= \frac{1}{W_{BF}} \sum_{k_1=1}^{W_{BF}} M_{i-k_1}(j-1)P_{cU}(i-k_1) \\ &= \frac{1}{W_{BF}^2} \sum_{k_1=1}^{W_{BF}} \sum_{k_2=1}^{W_{BF}} M_{i-k_1-k_2}(j-2)P_{cU}(i-k_1) \\ &\quad \cdot P_{cU}(i-k_1-k_2) \\ &= \frac{1}{W_{BF}^3} \sum_{k_1=1}^{W_{BF}} \sum_{k_2=1}^{W_{BF}} \sum_{k_3=1}^{W_{BF}} M_{i-k_1-k_2-k_3}(j-3) \\ &\quad \cdot P_{cU}(i-k_1)P_{cU}(i-k_1-k_2) \\ &\quad \cdot P_{cU}(i-k_1-k_2-k_3) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} M_i(j) &= \frac{1}{W_{BF}^{j-1}} \sum_{k=j-1}^{(j-1)W_{BF}} M_{i-k}(1) \sum_{K_{\Sigma}(j-1)=k} P_{cU}(i-k_1) \\ &\quad \cdot P_{cU}(i-k_1-k_2) \cdots P_{cU}(i-k) \\ &= \sum_{k=j-1}^{(j-1)W_{BF}} M_{i-k}(1)P_{cU}(i-k, j-1)/W_{BF}^{j-1}, \quad j \geq 2 \end{aligned} \quad (10)$$

3.2 沿 j 方向迭代

尽管式(5)-式(8)已经给出了多信道 S-ALOHA 的暂态性能分析办法, 然而 $M_i(j)$ 的计算却依赖于 $M_{i-k}(j-1), P_{cU}(i-k)$ 与 M_{i-k} 之间复杂的耦合关系, 无法清晰地阐述多信道 S-ALOHA 的工作过程。因此本文提出沿 $M_i(j)$ 的 j 方向迭代的分析办法, 完善了式(5)-式(8)的分析办法, 发现一些新的研究结果。

式(9)给出了沿 $M_i(j)$ 的 j 方向迭代的前 3 步。运用数学归纳法, 式(9)可表示为式(10)。其中,

$$K_{\Sigma}(j-1) = \sum_{l=1}^{j-1} k_l = k \quad (11)$$

此时 $k_l \in [1, W_{BF}], k \in [j-1, (j-1)W_{BF}]$ 。式(10)便是本文给出的迭代办法。它最大的优点是建立了 $M_i(j)$ 与 $M_{i-k}(1)$ 的直接关系, 即完整地描述了第 $i-k$ 个 RA 时隙内的新到用户如何经过 $j-1$ 次随机退避在第 i 个 RA 时隙内申请第 j 次随机接入的过程, 即清晰地描述了多信道 S-ALOHA 的动态工作过程。

接下来, 本小节将详细描述该过程。每次随机退避, 接入冲突的用户将被均匀地分配到大小为

W_{BF} 的退避窗口内; W_{BF}^{j-1} 综合考虑了 $j-1$ 次随机退避的整体效果; $P_{cU}(i-k, j-1)$ 则计算了 $j-1$ 次接入冲突的总冲突概率。求解式(11)中的 k_l 可指出接入冲突发生的 RA 时隙, 其解的个数等于第 $i-k$ 个 RA 时隙内的新到用户经过 $j-1$ 次随机退避最终在第 i 个 RA 时隙内进行第 j 次随机接入的方式数。

$P_{cU}(i-k_1)P_{cU}(i-k_1-k_2) \cdots P_{cU}(i-k)$ 给出了 k_l 某个解下的接入冲突概率, 其外围的叠加项综合考虑的 k_l 不同解的整体效果, 因此 $P_{cU}(i-k, j-1)$ 表示的是 $j-1$ 次接入冲突的总冲突概率。当式(11)无解时, 对应的 $P_{cU}(i-k, j-1) = 0$ 。那 k_l 的解的个数究竟是多少呢? 也就是说第 $i-k$ 个 RA 时隙内的新到用户经过 $j-1$ 次随机退避有多少种方式可以让其在第 i 个 RA 时隙内进行第 j 次随机接入。令 $P_{j-1,k}$ 表示式(11)的解的个数, 尽管本文没能给出 $P_{j-1,k}$ 的解析解, 但仍可给出其迭代计算办法, 即

$$P_{j,k} = \sum_{r=1}^{W_{BF}} P_{j-1,k-r} \quad (12)$$

$$P_{1,k} = \begin{cases} 1, & k \in [1, W_{BF}] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

这是因为 $K_{\Sigma}(j) = \sum_{l=1}^{j-1} k_l + k_j = K_{\Sigma}(j-1) + k_j = k$, 令 $k_j = r, K_{\Sigma}(j-1) = k-r$, 其解的个数为 $P_{j-1,k-r}$; 又因为 $k_j = r \in [1, W_{BF}]$, 将 $P_{j-1,k-r}$ 在 $r \in [1, W_{BF}]$ 范围内叠加即可得到 $P_{j,k}$ 。当 $W_{BF} = k$ 时, $P_{j,k}$ 等效为将 k 个无差别的球放入 j 个无差别的瓮且每个瓮不为空的组合数, 即 $P_{j,k} = C_{k-1}^{j-1}$ 。然而这种情况几乎不可能在实际的 S-ALOHA 系统中出现, 因此意义不大。简言之, 式(10)-式(13)可以给出多信道 S-ALOHA 接入冲突发生的位置以及新到用户接入冲突时如何重新规划退避重传的整个过程, 清晰地描述了多信道 S-ALOHA 的工作过程。

3.3 接入时延的统计特性

基于式(5)-式(8), 文献[16]在平均意义下给出了接入时延 CDF $F(k)$ 的计算办法。但该计算办法仅在平均意义下有效, 并不是接入时延的真实 CDF。结合式(10)-式(13), 本小节将给出接入时延 PDF $f(k)$, CDF $F(k)$ 和均值的计算办法且物理意义明显。这是本文所提迭代办法的第 2 个主要优点。

本小节分析的接入时延以 RA 时隙周期 T_{RA} 为单位, 其定义为从初次申请到接入成功所经历的 RA 时隙周期数。那么第 $i-k$ 个 RA 时隙内的新到用户数经 $j-1$ 次退避后, 如果在第 i 个 RA 时隙内随机接入成功, 其接入时延等于 k 或 kT_{RA} 。由式(10)-式(13)可知, 这类用户的个数为

$$d_{i,k,j-1} = M_{i-k}(1)P_{cU}(i-k, j-1)P_{sU}(i)/W_{BF}^{j-1} \quad (14)$$

又因为新到用户数允许的退避次数为 $[1, R_{\max} - 1]$, 因此第 i 个 RA 时隙内接入时延为 k 的总用户数为

$$d_{i,k} = \sum_{j=2}^{R_{\max}} d_{i,k,j-1} \quad (15)$$

其中, $k \in [1, (R_{\max} - 1)W_{\text{BF}}]$ 。当 $k = 0$ 时, $d_{i,0} = M_i(1)P_{\text{sU}}(i)$, 即第 i 个 RA 时隙内初次申请随机接入便成功的用户数。据此第 i 个 RA 时隙内接入时延的 PDF $f_i(k)$ 可表示为第 i 个 RA 时隙内接入时延为 k 的用户数占第 i 个 RA 时隙内接入成功的用户数的比例, 即

$$f_i(k) = d_{i,k} / \sum_{k=0}^{(R_{\max}-1)W_{\text{BF}}} d_{i,k} \quad (16)$$

或

$$f_i(k) = \frac{d_{i,k}}{M_i P_{\text{sU}}(i)} \quad (17)$$

式(17)是因为 M_i 可参照式(18)的形式进行展开, 式(16)只是将具有相同时延的用户进行合并。

$$M_i = M_i(1)$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{j=2}^{R_{\max}} \sum_{k=j-1}^{(j-1)W_{\text{BF}}} M_{i-k}(1) P_{\text{cU}}(i-k, j-1) / W_{\text{BF}}^{j-1} \\ & = M_i(1) \\ & + \sum_{k=1}^{(R_{\max}-1)W_{\text{BF}}} \sum_{j=2}^{R_{\max}} M_{i-k}(1) P_{\text{cU}}(i-k, j-1) / W_{\text{BF}}^{j-1} \quad (18) \end{aligned}$$

当求解得 $f_i(k)$ 后, 在给定时间区间 $i \in [1, I]$ 内对 $f_i(k)$ 进行综合即可给出该时间区间内接入时延的 PDF $f(k)$, 即

$$\begin{aligned} f(k) &= \sum_{i=1}^I d_{i,k} / \sum_{i=1}^I M_i P_{\text{sU}}(i), \\ & k \in [0, (R_{\max} - 1)W_{\text{BF}}] \quad (19) \end{aligned}$$

其中, 分子表示该时间区间内接入时延为 k 的用户数, 分母表示这段时间内接入成功的用户数。据此接入时延的均值和 CDF $F(k)$ 可表示为

$$\bar{d} = \sum_{k=0}^{(R_{\max}-1)W_{\text{BF}}} k f(k) \quad (20)$$

$$F(k) = \sum_{d=0}^k f(d) \quad (21)$$

式(19)、式(20)和式(21)为接入时延 PDF, CDF 和均值的计算办法, 物理意义明显。该结果源于第 3.2 节所给迭代办法建立了 $M_i(j)$ 与 $M_{i-k}(l)$ 的直接关系, 为接入时延的统计特性分析提供了极大的便利。

3.4 改进的迭代过程的近似形式

式(10)与式(19)难以进一步简化的原因在于 $M_i(j)$ 与多个时刻的 $P_{\text{cU}}(\cdot)$ 有关, 并且 $P_{\text{cU}}(\cdot)$ 还与对应 RA 时隙内的 M_i 成非线性关系。然而当某段时间范

围内 M_i 的波动很小可视为常数时, 各时刻的 $P_{\text{cU}}(\cdot)$ 便相等, 运用该假设可进一步简化式(10)与式(19)。前期研究表明: 当采用 3GPP 参考模型 1 或引入增强退避机制时, 在较长时间范围内 M_i 变化会比较平稳, 可视为常数, 详见第 4.1 节。

若各个 RA 时隙的 $P_{\text{cU}}(\cdot)$ 相等, 令 $P_{\text{cU}}(\cdot) = p$, 式(10)可简化为

$$\begin{aligned} M_i(j) &= \sum_{k=j-1}^{(j-1)W_{\text{BF}}} M_{i-k}(1) \sum_{K_{\Sigma}(j-1)=k} (p/W_{\text{BF}})^{j-1}, j \geq 2 \\ &= \sum_{k=j-1}^{(j-1)W_{\text{BF}}} M_{i-k}(1) P_{j-1,k} (p/W_{\text{BF}})^{j-1} \quad (22) \end{aligned}$$

将式(14)替换为式(22)中的待叠加项, 即可完成第 3.3 节接入时延统计特性的简化, 此处不再列出。为更好理解第 3.2 节迭代过程及其近似形式, 式(23)以 $W_{\text{BF}} = 4, R_{\max} = 4$ 为例简要描述了其基本原理。等式左边的列向量为 $\mathbf{M}_i(j)$; 等式右边的对角阵为 $p^{j-1}/W_{\text{BF}}^{j-1}$, 常数矩阵为 $\mathbf{P}_{j-1,k}$, 最右边的列向量为 $\mathbf{M}_{i-k}(1), k \in [1, 12]$ 。这表明当 M_i 变化较为平稳时, $[\mathbf{M}_i(j)]$ 可通过两个常数矩阵建立其与 $[\mathbf{M}_{i-k}(1)]$ 的直接联系, 可大大简化其求解过程。这是本文所提迭代方法的第 3 个主要优点。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_i(2) \\ M_i(3) \\ M_i(4) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p/W_{\text{BF}} & 0 & 0 \\ 0 & (p/W_{\text{BF}})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (p/W_{\text{BF}})^3 \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 & 10 & 12 & 12 & 10 & 6 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} M_{i-1}(1) \\ M_{i-2}(1) \\ \vdots \\ M_{i-12}(1) \end{bmatrix} \quad (23) \end{aligned}$$

4 算例分析及应用

为解决海量 MTC 终端同步入网时接入网面临的过载问题, 3GPP 提出 6 类候选的过载控制机制^[17]。根据其工作原理可分为开源(增加资源数)、节流(限制准入终端数)和专属退避机制 3 大类。现有文献针对开源和节流机制有较多的研究^[11,18,19], 文献[16]也分析了受 Beta(3,4)分布激励时多信道 S-ALOHA 与 $M_i, M_{i,\text{sU}}$ 相关的主要性能指标。为避免重复的研究工作, 本节数值仿真将结合第 3.3 节和第 3.4 节重点研究专属退避机制的基本性能, 并据此验证第 3.4 节中近似算法的有效性。MTC 专属的

退避机制共包含两类：(1)扩大退避区间；(2)引入预退避机制^[20]。本节仿真参数设置如下：MTC 业务到达过程的接入强度服从第 2 节定义的两类参考模型且 $N = 30000$ ^[17]； $T_{RA} = 5 \text{ ms}$ 和 $m = 54$ ，这对应 LTE PRACH 第 6 种配置方式^[1]； $R_{\max} = 10$ 且 LTE 允许的最大退避窗口为 960 ms，约为 1 s；仿真时间 $T_{\text{sim}} = I = 120 \text{ s}$ 。

4.1 3GPP 业务模型及预退避机制的基本特点

令 $W_{BF} = 1 \text{ s}$ ，图 2 描述了当 3GPP 参考模型 1 具有不同 τ 时，各 RA 时隙内发起随机接入申请的用户数 M_i ；图 3 则描述了采用 3GPP 参考模型 2 并引入增强退避机制后，各 RA 时隙内发起随机接入申请的用户数 M_i 。对比图 2 和图 3 可知：(1) 3GPP 参考模型 1 没有明显的冲击特性，不会对网络造成太大的承载压力。随着 τ 的不断减小其冲击特性逐渐凸显，表现出与 3GPP 参考模型 2 类似的特性。此外当采用 3GPP 参考模型 1 时，除 0 和 τ 附件 M_i 有跳变以外，其余时刻 M_i 几乎为常数，这为采用第 3.4 节的近似形式提供了可能。(2) 3GPP 参考模型 2 具有很强的冲击特性，当不引入退避增强机制时网络将面临严重的过载，该问题是 MTC 领域的重要研究方向之一。增大退避区间和引入预退避机制都对 M_i 均具有良好的调节作用。然而增大退避区间无法消除 M_i 的冲击特性，预退避机制却几乎可以完全消除 M_i 的冲击特性，且随着预退避窗口 W_{PB} 的增加， M_i 将逐渐逼近 3GPP 参考模型 1 的曲线，即预退避机制对突发性业务具有更好的调节作用。实际上预退避机制是通过将 $M_i(1)$ 分散在更长的时间范围 τ 内进行随机接入，效果更为明显。此外当引入增强退避机制后， M_i 在很长的时间范围内也可保持为常数，这说明第 3.4 节的近似计算过程是有必要的，对 3GPP 参考模型 1 和预退避机制尤为适用。简言之，多信道 S-ALOHA 的基本性能由各 RA 时

隙内申请随机接入的用户数 M_i (含新到与重传) 决定。而接入持续时间 τ 与接入强度的分布 $p(t)$ 共同决定新到用户数 $M_i(1)$ ，退避机制决定 $M_i(j), j \geq 2$ 的重传时机，它们共同影响 M_i 进而决定网络性能，是 MTC 业务模型与网络优化设计的核心参数。

4.2 改进迭代过程的近似算法的有效性

为验证第 3.4 节近似形式的有效性，本小节选取图 2 和图 3 中 M_i 变化较为平稳的区域对比分析采用式(8)或式(10)与式(22)时 $M_i(j)$ 的一致性。图 4 描述了采用 3GPP 参考模型 1 时式(22)的精确性；图 5 则描述了采用 3GPP 参考模型 2 并引入预退避机制时式(22)的精确性。对比图 4 和图 5 可知：(1) 当 M_i 变化平稳，式(22)与式(8)或式(10)计算结果就相对吻合，具有很高的精确性；(2) 当采用 3GPP 参考模型 1 时该精确性在整个仿真持续时间内可基本保持；当采用 3GPP 参考模型 2 且 $W_{PB} = 4000$ 时，该精确性在 $i \in [2700, 4400]$ 范围内可基本保持。简言之，3GPP 6 类过载控制机制均希望通过控制随机接入申请用户数 M_i 与可用资源数 m 的比值实现过载控制。一旦引入这类机制，第 3.4 节近似形式所需的前提假设在大部分情况下都可以得到满足，即式(22)作为一种近似性能评估办法具有较为广泛的应用范围。

4.3 接入时延的统计特性分析

采用式(19)直接求解接入时延 CDF 的主要难度在于当采用式(11)求解 $P_{cu}(i - k, j - 1)$ 中的 k_i 时， k_i 解的个数 $P_{j,k}$ 随着 W_{BF} 和 R_{\max} 的增加急剧增加。当 $W_{BF} = 200$ 和 $R_{\max} = 10$ 时， $P_{j,k}$ 最大值将达到 10^{18} 量级，计算复杂度极高。因此本小节不得不采用第 3.4 节近似形似求取接入时延 CDF。尽管如此，该简化办法对 3GPP 参考模型 1 仍然非常精确。图 6 给出了图 2 中各曲线的接入时延的 CDF 和均值。由

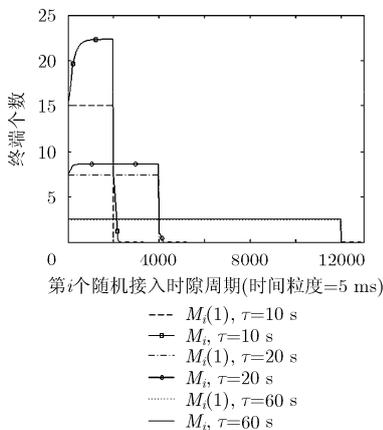


图 2 采用 Beta(1,1)分布和不同 τ 时的 M_i

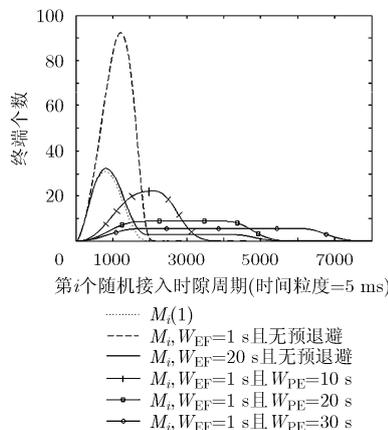


图 3 采用 Beta(3,4)和不同 W_{PB} 时的 M_i

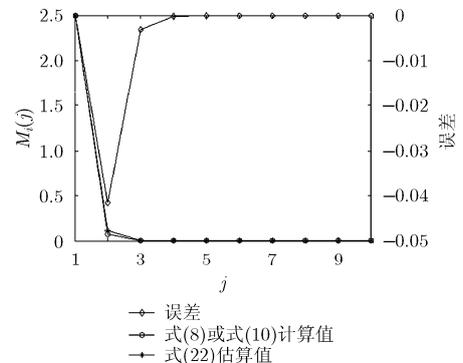


图 4 采用 Beta(1,1)且 $\tau = 60 \text{ s}$ ， $i = 4000$ 时的 $M_i(j)$

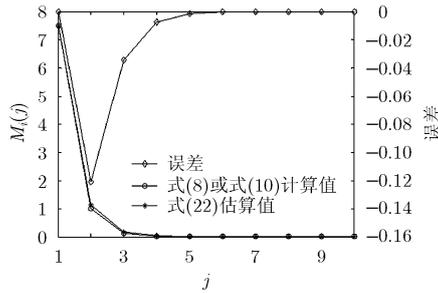


图5 采用 Beta(3,4)且 $W_{PB} = 4000$, $i = 4000$ 时的 $M_i(j)$

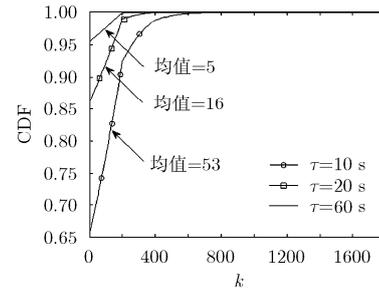


图6 采用 Beta(1,1)和不同 τ 时接入时延的 CDF 和均值

图6可知:(1)首次申请接入便成功的概率(即 $k=0$ 时的概率)随着 τ 的减小或 M_i 的增加急剧减小,且该概率等于 $1-p$; (2)接入时延的均值随着 τ 的减小或 M_i 的增加将急剧增加; (3)尽管接入时延 k 的取值范围为 $[0, (R_{\max} - 1)W_{BF}] = [0, 1800]$, 但其取较大的概率几乎为零,即接入时延以较小值为主;这与图4前导码发送次数描述的趋势是一致的,即前导码发送次数越大的概率越小。该现象在文献[16]中是没有被完全发现的,因为它没能给出接入时延的取值范围。简言之,本文给出了接入时延的统计分析办法,但鉴于其计算复杂度,本小节仅分析了可采用第3.4节近似形式的情况。

5 结束语

本文旨在完成海量 MTC 终端同步入网时 LTE 随机接入过程的暂态性能评估。以 $M_i(j)$ 为状态变量,本文提出一种沿 $M_i(j)$ 的 j 方向迭代进而完成多信道 S-ALOHA 暂态性能分析的办法。所提迭代办法与文献[16]采用相同的状态变量,但采用不同的迭代方向,主要优点有:(1)可建立 $M_i(j)$ 与 $M_{i-k}(1)$, $k \in [1, (j-1)W_{BF}]$ 的直接关系(第3.2节);(2)可给出接入时延 PDF、CDF 和均值的求解办法(第3.3节);(3)若某个时间范围内 M_i 变化较为平稳,还可给出其近似形式(第3.4节)。所提迭代办法物理意义明显,可清晰地描述多信道 S-ALOHA 的工作过程,极大扩展了文献[16]的研究成果。遗憾的是本文未能解决解析求解接入时延 PDF 时因式(11)带来的高复杂度问题,因此还望感兴趣的读者提供更多的宝贵意见。数值仿真验证了所提迭代办法及其近似形式的有效性。相关研究可为海量 MTC 终端同步入网时承载网络的优化设计提供参考。

参考文献

[1] SESIA S, TOUFIK I, and BAKER M. LTE-the UMTS Long Term Evolution: From Theory to Practice[M]. UK, John Wiley & Sons, 2009: 421-456.
[2] ZHAO Liang. Advances in ALOHA random multiple access

techniques[J]. *International Journal of Communication Systems*, 2000, 13(4): 353-364. doi: 10.1002/1099-1131(200006)13:4<3 53::AID-DAC441>3.0.CO;2-U.
[3] JENQ Y C. On the stability of slotted ALOHA systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1980, 28(11): 1936-1939. doi: 10.1109/TCOM.1980.1094610.
[4] LIN Dai. Stability and delay analysis of buffered Aloha networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(8): 2707-2719. doi: 10.1109/TWC.2012.051712. 101109.
[5] LIN Dai. Toward a coherent theory of CSMA and Aloha[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12(7): 3428-3444. doi: 10.1109/TWC.2013.052813.121605.
[6] IVERSEN V B. *Teletraffic Engineering Handbook*[M]. Geneva, ITU-D SG, 2005: 1-6.
[7] ANDRES L, ALONSO L, and ALONSO-ZARATE J. Is the random access channel of LTE and LTE-A suitable for M2M communications: A survey of alternatives[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2014, 16(1): 4-16. doi: 10.1109/SURV.2013.111313.00244.
[8] TAUHIDUL ISLAM M, TAHA A E M, and AKL S. A survey of access management techniques in machine type communications[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(4): 74-81. doi: 10.1109/MCOM.2014.6807949.
[9] 3GPP. Study on MTC and other mobile data applications communications enhancements[R]. TR 23.887, 2013.
[10] 3GPP. Service aspects and service principles[S]. TS 22.101, 2015.
[11] CHENG R G, WEI C H, TSAO S L, et al. RACH collision probability for machine type communications[C]. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Yokohama, Japan, 2012: 1-5. doi: 10.1109/VETECS.2012.6240129.
[12] DIPANKAR R and JAMES H. Dynamic performance of ALOHA-type VSAT channels a simulation study[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1990, 38(2): 251-259. doi: 10.1109/26.47860.
[13] REN Q and KOBAYASHI H. Transient analysis of media access protocols by diffusion approximation[C]. *IEEE*

- International Symposium on Information Theory, Whistler, Canada, 1995: 107. doi: 10.1109/ISIT.1995.531311.
- [14] WEI Chiahung, CHENG Rayguang, and TSAO Shiaoli. Modeling and estimation of one-shot RA for finite-user multichannel S-ALOHA Systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(8): 1196–1199. doi: 10.1109/LCOMM.2012.060112.120376.
- [15] WEI Chiahung, CHENG Rayguang, and TSAO Shiaoli. Performance analysis of group paging for MTC in LTE networks[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2013, 62(7): 3371–3382. doi: 10.1109/TVT.2013.2251832.
- [16] WEI Chiahung, BIANCHI G, and CHENG Rayguang. Modeling and Analysis of random access channels with bursty arrivals in OFDMA wireless networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(4): 1940–1953. doi: 10.1109/TWC.2014.2377121.
- [17] 3GPP. Study on RAN improvements for MTC[R]. TR 37.868, 2012.
- [18] WIRIAATMADJA D T and CHOI K W. Hybrid random access and data transmission protocol for M2M communications in cellular networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(1): 33–46. doi: 10.1109/TWC.2014.2328491.
- [19] OH Changyeong, HWANG Duckdong, and LEE Taejin. Joint access control and resource allocation for concurrent and massive access of M2M devices[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(8): 4182–4192. doi: 10.1109/TWC.2015.2417873.
- [20] 3GPP. Backoff enhancements for RAN overload control[R]. R2-111916, 2011.
- 简 鑫: 男, 1987 年生, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为面向物联网和移动互联网的流量分析理论.
- 曾孝平: 男, 1956 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为航空移动通信、下一代移动通信、生物信号处理等.
- 谭晓衡: 男, 1976 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信理论与技术、下一代移动通信、卫星通信等.