稀疏极化敏感阵列的波达方向和极化参数联合估计

司伟建　　周炯赛*　　曲志昱
(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院　哈尔滨　150001)

摘　要：该文采用稀疏分布极化敏感阵列(SD-PSA)，研究了多目标波达方向(DOA)和极化参数的估计问题。首先建立稀疏极化敏感阵列信号模型；然后利用阵列的空间旋转不变性运用 ESPRIT 算法得出信号的高精度周期性模糊多值 DOA 估计；同时利用子阵列导向矢量之间的关系得出信号的极化信息和 DOA 的无模糊粗估计；最后利用 DOA 粗估计值解模糊，得到信号的高精度无模糊 DOA 估计。该文所提阵列的阵元间距大于半个波长距离，扩展了阵列 2 维物理孔径，一定程度上降低了阵元间的互耦影响，相应的信号 DOA 估计精度大大提高。仿真实验结果验证了该算法对信号 DOA 和极化参数估计的有效性。

关键词：稀疏分布极化敏感阵列；DOA 估计；极化参数估计；旋转不变子空间算法；孔径扩展
中图分类号：　TN911.7　　　**文献标识码**：　A　　　**文章编号**：1009-5896(2016)05-1129-06
DOI: 10.11999/JEIT150840

Joint DOA and Polarization Estimation with Sparsely Distributed Polarization Sensitive Array

SI Weijian　　ZHOU Jiongsai　　QU Zhiyu
(*College of Information and Communication Engineering*, *Harbin Engineering University*, *Harbin* 150001, *China*)

Abstract: This paper studies the multiple targets' Direction Of Arrival (DOA) and polarization parameter estimation problem based on the Sparsely Distributed Polarization Sensitive Array (SD-PSA). First of all, the signal model of SD-PSA is set up. Then, by utilizing the space rotational invariance of the proposed array the Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT) algorithm is adopted to calculate the signals' periodic ambiguous but high accuracy DOA estimation. Meanwhile, polarization information and the coarse DOA estimation are derived using the relationship between the sub arrays' steering vector of the signals. Finally, using the coarse DOA estimation data, the fine and unambiguous estimates of DOA are obtained. In this paper, the adjacent array elements' spacing of the proposed array is beyond half wavelength of the signal, thus the array extends the two-dimensional physical aperture and reduces the mutual coupling effects to a degree. Accordingly the DOA estimation precision is greatly increased. The simulation results of the algorithm verify the effectiveness of the DOA and polarization estimation.

Key words: Sparsely Distributed Polarization Sensitive Array (SD-PSA); DOA estimation; Polarization estimation; Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT); Aperture extension

1　引言

极化敏感阵列是信号处理的一个前沿热门领域，它具有时、空和极化多维性，能够更大限度上利用信号的固有属性和传播信息，提高雷达、侦察等电子系统的综合性能，因此引起了很多相关领域学者的关注[1–3]。目前常用的 DOA 估计方法已推广到极化敏感阵列，如多重信号分类算法(MUSIC)[4,5]和子空间旋转不变性(ESPRIT)[6–9]算法等。文献[4,5]需要进行谱峰搜索，运算量较大，并且都要求阵元间距不大于半个波长，阵元之间互耦影响较大。

为降低运算量，减小阵元间互耦，文献[10]采用分离式电磁矢量传感器，结合矢量叉积算法得到 1 维孔径扩展，整体测量精度并不高；文献[11]扩展了阵列 2 维物理孔径，但阵元内部互耦影响较大；文献[12]对文献[10]进行改进，扩展了 2 维物理孔径，信号 DOA 估计精度得到提高；文献[13]利用单偶极子避免了电磁响应不一致的问题；但文献[10−13]都利用时间 ESPRIT 算法，要求信号单频且信号之间必须不同频，阵列可扩展性差；文献[14]采用阵列可

收稿日期：2015-07-13；改回日期：2015-12-18；网络出版：2016-02-26
*通信作者：周炯赛　yusenmu@qq.com
基金项目：航空科学基金(201401P6001)，中央高校基本科研业务费重点资金(HEUCF150804)
Foundation Items: Aviation Science Foundation of China (201401P6001), Fundamental Research Funds for the Central Universities (HEUCF150804)

以扩展，但对信号的要求严格，且存在电磁响应不一致的问题；文献[15]运用空间 ESPRIT 算法，对信号要求降低，但粗估计需要对模糊精估计和虚拟粗估计进行拟合，解模糊过程运算较为复杂。针对上述问题，本文提出了一种新型的稀疏分布极化敏感阵列，该阵列由交叉偶极子构成，阵元之间间距大于半波长，利用空间 ESPRIT 算法降低了对信号的要求。通过对阵列的巧妙布局可以对信号接收矩阵分块组合获得所需信号波达方向和极化参数信息，不需要计算阵列导向矩阵，运算量较少。

2 信号模型和阵列结构

假设入射信号为均匀介质中传播的远场窄带均匀横电磁波(Transverse ElectroMagnetic wave, TEM wave)，信号接收矩阵由分别平行于x轴，y轴和z轴的电偶极子组成的均匀 L 型阵列，如图 1 所示，其中平行于x轴和y轴的偶极子各为M个，平行于z轴的偶极子为$(2M+1)$个，相邻电偶极子之间的距离为$d(d \gg \lambda/2)$，λ为信号的波长。

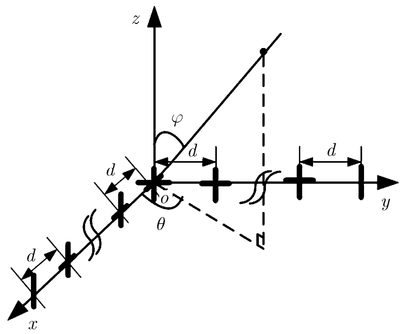


图1 均匀L型阵列空间结构

信号的电场矢量$\boldsymbol{e}$[1]可以表示为

$$\boldsymbol{e}=\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\sin\theta\cos\gamma+\cos\theta\cos\varphi\sin\gamma \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta} \\ \cos\theta\cos\gamma+\sin\theta\cos\varphi\sin\gamma \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta} \\ -\sin\varphi\sin\gamma \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta} \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中$\{\theta\in[0,2\pi],\varphi\in[0,\pi]\}$分别代表信号的方位角和俯仰角，$\{\gamma\in[0,\pi/2],\eta\in[-\pi,\pi]\}$分别代表信号的极化辅助角和极化相位差。

假定阵列接收到K个非相干远场窄带信号，位于x轴和y轴上的平行于z轴的$(2M+1)$个偶极子导向矢量可分别表示为

$$\boldsymbol{A}_{xz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{xz1} & \boldsymbol{a}_{xz2} & \cdots & \boldsymbol{a}_{xzK}\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{A}_{yz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{yz1} & \boldsymbol{a}_{yz2} & \cdots & \boldsymbol{a}_{yzK}\end{bmatrix} \tag{3}$$

其中$\boldsymbol{A}_{xz}\in C^{(M+1)\times K}$，$\boldsymbol{A}_{yz}\in C^{(M+1)\times K}$，有

$$\boldsymbol{a}_{xzk}=-\sin\varphi_k\sin\gamma_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k}\otimes\boldsymbol{q}_{xzk} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{a}_{yzk}=-\sin\varphi_k\sin\gamma_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k}\otimes\boldsymbol{q}_{yzk} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{q}_{xzk}=\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}du_k} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}2du_k} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}Mdu_k}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{q}_{yzk}=\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}dv_k} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}2dv_k} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}Mdv_k}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

式中，$\otimes$为克罗内克积。$\boldsymbol{q}_{xzk}$和$\boldsymbol{q}_{yzk}$分别代表位于x轴和y轴上的平行于z轴偶极子导向矢量的空间相位矩阵，$u_k=\sin\varphi_k\cos\theta_k$和$v_k=\sin\varphi_k\sin\theta_k$分别代表第$k$个信号$x$轴和$y$轴的方向余弦。同理，位于$x$轴上平行于$x$轴和位于$y$轴上平行于$y$轴的电偶极子导向矢量可分别表示为

$$\boldsymbol{A}_{x}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{x1} & \boldsymbol{a}_{x2} & \cdots & \boldsymbol{a}_{xK}\end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{A}_{y}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{y1} & \boldsymbol{a}_{y2} & \cdots & \boldsymbol{a}_{yK}\end{bmatrix} \tag{9}$$

其中$\boldsymbol{A}_x\in C^{M\times K}$，$\boldsymbol{A}_y\in C^{M\times K}$，有

$$\boldsymbol{a}_{xk}=(-\sin\theta_k\cos\gamma_k+\cos\theta_k\cos\varphi_k\sin\gamma_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k})\otimes\boldsymbol{q}_{xk} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{a}_{yk}=(\cos\theta_k\cos\gamma_k+\sin\theta_k\cos\varphi_k\sin\gamma_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k})\otimes\boldsymbol{q}_{yk} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{q}_{xk}=\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}du_k} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}2du_k} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)du_k}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{q}_{yk}=\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}dv_k} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}2dv_k} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)dv_k}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

综上，可以得到数据接收矩阵

$$\boldsymbol{Z}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Xz}(t) \\ \boldsymbol{Yz}(t) \\ \boldsymbol{X}(t) \\ \boldsymbol{Y}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{xz} \\ \boldsymbol{A}_{yz} \\ \boldsymbol{A}_{x} \\ \boldsymbol{A}_{y}\end{bmatrix}\boldsymbol{S}(t)+\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_1(t) \\ \boldsymbol{N}_2(t) \\ \boldsymbol{N}_3(t) \\ \boldsymbol{N}_4(t)\end{bmatrix} \tag{14}$$

其中$\boldsymbol{Xz}\in C^{(M+1)\times 1}$，$\boldsymbol{Yz}\in C^{(M+1)\times 1}$，$\boldsymbol{X}\in C^{M\times 1}$，$\boldsymbol{Y}\in C^{M\times 1}$，$\boldsymbol{N}_1(t)$，$\boldsymbol{N}_2(t)$，$\boldsymbol{N}_3(t)$，$\boldsymbol{N}_4(t)$为高斯白噪声。

3 本文算法描述

将接收矩阵数据$\boldsymbol{Xz}$和$\boldsymbol{Yz}$分为两个子阵，定义矩阵为

$$\boldsymbol{Xz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Xz}_1 & \boldsymbol{xz}_M\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{xz}_1 & \boldsymbol{Xz}_2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{Yz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Yz}_1 & \boldsymbol{yz}_M\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{yz}_1 & \boldsymbol{Yz}_2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{A}_{xz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{xz1} & \boldsymbol{a}_{xzM}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{xz1} & \boldsymbol{A}_{xz2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{A}_{yz}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{yz1} & \boldsymbol{a}_{yzM}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{yz1} & \boldsymbol{A}_{yz2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

其中$\boldsymbol{xz}_1$和$\boldsymbol{xz}_M$分别表示矩阵$\boldsymbol{Xz}$的第 1 行和第$(M+1)$行；同样地，$\boldsymbol{yz}_1$和$\boldsymbol{yz}_M$分别表示矩阵$\boldsymbol{Yz}$的第 1 行和第$(M+1)$行；$\boldsymbol{a}_{xz1}$和$\boldsymbol{a}_{xzM}$分别表示矩阵$\boldsymbol{A}_{xz}$的第 1 行和第$(M+1)$行；$\boldsymbol{a}_{yz1}$和$\boldsymbol{a}_{yzM}$分别表示矩阵

$\boldsymbol{A}_{yz}$ 的第 1 行和第 $(M+1)$ 行。导向矢量矩阵之间的关系可以表示为

$$\boldsymbol{A}_{xz2}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_x \tag{19}$$

$$\boldsymbol{A}_{yz2}=\boldsymbol{A}_{yz1}\boldsymbol{\varPhi}_y \tag{20}$$

$$\boldsymbol{A}_{x}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_{xz} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{A}_{y}=\boldsymbol{A}_{yz1}\boldsymbol{\varPhi}_{yz} \tag{22}$$

其中，$\boldsymbol{\varPhi}_x=\mathrm{diag}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}du_1},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}du_2},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}du_K}\right\}$，$\boldsymbol{\varPhi}_y=\mathrm{diag}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}dv_1},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}dv_2},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}dv_K}\right\}$，$\boldsymbol{\varPhi}_{xz}=\mathrm{diag}\left\{\frac{e_{x1}}{e_{z1}},\frac{e_{x2}}{e_{z2}},\cdots,\frac{e_{xK}}{e_{zK}}\right\}$，$\boldsymbol{\varPhi}_{yz}=\mathrm{diag}\left\{\frac{e_{y1}}{e_{y1}},\frac{e_{y2}}{e_{y2}},\cdots,\frac{e_{yK}}{e_{yK}}\right\}$，$\frac{e_{xk}}{e_{zk}}$ 和 $\frac{e_{yk}}{e_{zk}}$ 为第 k 个信号对应电场矢量的比值，可分别表示为

$$\frac{e_{xk}}{e_{zk}}=\left[-\cot\varphi_k\cos\theta_k+\cot\gamma_k\frac{\sin\theta_k}{\sin\varphi_k}\cos\eta_k\right]+\mathrm{j}\left[-\cot\gamma_k\frac{\sin\theta_k}{\sin\varphi_k}\sin\eta_k\right],\quad k=1,2,\cdots,K \tag{23}$$

$$\frac{e_{yk}}{e_{zk}}=\left[-\cot\varphi_k\sin\theta_k-\cot\gamma_k\frac{\cos\theta_k}{\sin\varphi_k}\cos\eta_k\right]+\mathrm{j}\left[\cot\gamma_k\frac{\cos\theta_k}{\sin\varphi_k}\sin\eta_k\right],\quad k=1,2,\cdots,K \tag{24}$$

假设在无噪声条件下，由式(15)～式(22)可得协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{xyz11}=E\left\{\boldsymbol{Xz}_1\boldsymbol{Yz}_1^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}_{yz1}^{\mathrm{H}} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{R}_{xyz21}=E\left\{\boldsymbol{Xz}_2\boldsymbol{Yz}_1^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_x\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}_{yz1}^{\mathrm{H}} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{R}_{xyz12}=E\left\{\boldsymbol{Xz}_1\boldsymbol{Yz}_2^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_y^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}_{yz1}^{\mathrm{H}} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{R}_{xyz1}=E\left\{\boldsymbol{XYz}_1^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_{xz}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}_{yz1}^{\mathrm{H}} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{R}_{xz1y}=E\left\{\boldsymbol{Xz}_1\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}_{xz1}\boldsymbol{\varPhi}_{yz}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}_{yz1}^{\mathrm{H}} \tag{29}$$

由式(25)～式(29)构造矩阵：

$$\boldsymbol{Q}=\left[\boldsymbol{R}_{xyz11},\boldsymbol{R}_{xyz21},\boldsymbol{R}_{xyz12},\boldsymbol{R}_{xyz1},\boldsymbol{R}_{xz1y}\right]^{\mathrm{T}} \tag{30}$$

对矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 进行奇异值分解，可得到

$$\boldsymbol{E}_S=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_1\\\boldsymbol{E}_2\\\boldsymbol{E}_3\\\boldsymbol{E}_4\\\boldsymbol{E}_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\\boldsymbol{A\varPhi}_x\\\boldsymbol{A\varPhi}_y^{\mathrm{H}}\\\boldsymbol{A\varPhi}_{xz}\\\boldsymbol{A\varPhi}_{yz}^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}\boldsymbol{T} \tag{31}$$

式中，$\boldsymbol{T}\in C^{K\times K}$ 阶可逆矩阵，记 $\boldsymbol{\psi}_x=\boldsymbol{T}_1^{-1}\boldsymbol{\varPhi}_x\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{\psi}_y=\boldsymbol{T}_2^{-1}\boldsymbol{\varPhi}_y^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_2$，$\boldsymbol{\psi}_{xz}=\boldsymbol{T}_3^{-1}\boldsymbol{\varPhi}_{xz}\boldsymbol{T}_3$，$\boldsymbol{\psi}_{yz}=\boldsymbol{T}_4^{-1}\boldsymbol{\varPhi}_{yz}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_4$，可以得到 $\boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\psi}_x$，$\boldsymbol{E}_3=\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\psi}_y$，$\boldsymbol{E}_4=\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\psi}_{xz}$，$\boldsymbol{E}_5=\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\psi}_{yz}$，进而由最小二乘法得到 $\boldsymbol{\psi}_x=\boldsymbol{E}_1^{+}\boldsymbol{E}_2$，$\boldsymbol{\psi}_y=\boldsymbol{E}_1^{+}\boldsymbol{E}_3$，$\boldsymbol{\psi}_{xz}=\boldsymbol{E}_1^{+}\boldsymbol{E}_4$，$\boldsymbol{\psi}_{yz}=\boldsymbol{E}_1^{+}\boldsymbol{E}_5$，对 $\boldsymbol{\psi}_x$，$\boldsymbol{\psi}_y$，$\boldsymbol{\psi}_{xz}$，$\boldsymbol{\psi}_{yz}$ 特征值分解可以得到信号 DOA 和极化参数，由于特征值分解是独立进行的，得到的特征向量矩阵顺序有可能不同，但都来自于同一个矩阵 $\boldsymbol{T}$，所以需要进行配对。构造相关矩阵 $\boldsymbol{M}_2=\boldsymbol{T}_2^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{M}_3=\boldsymbol{T}_3^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{M}_4=\boldsymbol{T}_4^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_1$，找出每行中的最大值，特征向量依据 $\boldsymbol{T}_1$ 进行排序，即可得到对应信号信息的对角矩阵 $\boldsymbol{\varPhi}_x$，$\boldsymbol{\varPhi}_y^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{\varPhi}_{xz}$，$\boldsymbol{\varPhi}_{yz}^{\mathrm{H}}$。

由式(19)和式(20)，计算对角矩阵 $\boldsymbol{\varPhi}_x$ 和 $\boldsymbol{\varPhi}_y$，可以得到信号的 2 维方向余弦周期性模糊精估计值。

$$u_k^{\mathrm{fn}}=\frac{\angle([\boldsymbol{\varPhi}_x]_{kk})}{2\pi d/\lambda},\quad k=1,2,\cdots,K \tag{32}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}du_k=2m_k^0\pi+\angle([\boldsymbol{\varPhi}_x]_{kk}),\quad k=1,2,\cdots,K \tag{33}$$

$$v_k^{\mathrm{fn}}=\frac{\angle([\boldsymbol{\varPhi}_y]_{kk})}{2\pi d/\lambda},\quad k=1,2,\cdots,K \tag{34}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}dv_k=2n_k^0\pi+\angle([\boldsymbol{\varPhi}_y]_{kk}),\quad k=1,2,\cdots,K \tag{35}$$

其中 $[\boldsymbol{\varPhi}_x]_{kk}$ 和 $[\boldsymbol{\varPhi}_y]_{kk}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{\varPhi}_x$ 和 $\boldsymbol{\varPhi}_y$ 的第 k 个对角元素，$\angle\{\bullet\}$ 代表接收信号的复数值角度，m_k^0 和 n_k^0 为整数值，由模糊精估计值和无模糊粗估计值决定。

由式(21)～式(24)可得信号的 DOA 和极化参数的闭式解[16]，为

$$\theta_k^{\mathrm{c}}=\begin{cases}\arctan\left\{\dfrac{-\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{xz}]_{kk}\}}{\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}}\right\}, & \sin\eta_k\cdot\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}\ge 0\\[2ex] \arctan\left\{\dfrac{-\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{xz}]_{kk}\}}{\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}}\right\}+\pi, & \sin\eta_k\cdot\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}< 0\end{cases} \tag{36}$$

$$P_k=-\mathrm{Re}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{xz}]_{kk}\}\cos\theta_k^{\mathrm{c}}-\mathrm{Re}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}\sin\theta_k^{\mathrm{c}} \tag{37}$$

$$\varphi_k^{\mathrm{c}}=\begin{cases}\arctan\left\{\dfrac{1}{P_k}\right\}, & P_k\ge 0\\[2ex] \arctan\left\{\dfrac{1}{P_k}\right\}+\pi, & P_k<0\end{cases} \tag{38}$$

$$\eta_k=-\angle([\boldsymbol{\varPhi}_{xz}]_{kk}\sin\theta_k^{\mathrm{c}}-[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\cos\theta_k^{\mathrm{c}}) \tag{39}$$

$$\gamma_k=\arctan\left\{\frac{\cos\theta_k^{\mathrm{c}}\sin\eta_k}{\mathrm{Im}\{[\boldsymbol{\varPhi}_{yz}]_{kk}\}\sin\varphi_k^{\mathrm{c}}}\right\} \tag{40}$$

由 DOA 粗估计可得到相应信号的 2 维方向余弦 $u_k^{\mathrm{c}}=\sin\varphi_k^{\mathrm{c}}\cos\theta_k^{\mathrm{c}}$，$v_k^{\mathrm{c}}=\sin\varphi_k^{\mathrm{c}}\sin\theta_k^{\mathrm{c}}(k=1,2,\cdots,K)$，结合模糊精估计方向余弦值解模糊[13]，最终得到无模糊高精度方向余弦估计值：

$$u_k^{\mathrm{fl}}=u_k^{\mathrm{fn}}+m_k^0\lambda/d \tag{41}$$

$$v_k^{\mathrm{fl}}=v_k^{\mathrm{fn}}+n_k^0\lambda/d \tag{42}$$

$$m_k^0 = \arg\min_{m_k} \left| u_k^{\mathrm{c}} - u_k^{\mathrm{fn}} - m_k^0 \lambda / d \right| \tag{43}$$

$$n_k^0 = \arg\min_{n_k} \left| u_k^{\mathrm{c}} - u_k^{\mathrm{fn}} - n_k^0 \lambda / d \right| \tag{44}$$

式中 m_k^0 和 n_k^0 的取值范围为

$$m_k^0 \in \left\{ \left\lceil (d)/(\lambda)(-1-u_k^{\mathrm{c}}) \right\rceil,\ \left\lfloor (d)/(\lambda)(1-u_k^{\mathrm{c}}) \right\rfloor \right\} \tag{45}$$

$$n_k^0 \in \left\{ \left\lceil (d)/(\lambda)(-1-v_k^{\mathrm{c}}) \right\rceil,\ \left\lfloor (d)/(\lambda)(1-v_k^{\mathrm{c}}) \right\rfloor \right\} \tag{46}$$

式中$\lceil\cdot\rceil$表示上取整，$\lfloor\cdot\rfloor$表示下取整。信号 DOA 俯仰角和方位角的无模糊高精度估计值可分别由式(42)和式(43)得到：

$$\varphi_k^{\mathrm{fl}} = \begin{cases} \arcsin\left(\sqrt{\left(u_k^{\mathrm{fl}}\right)^2 + \left(v_k^{\mathrm{fl}}\right)^2}\right), & P_k \ge 0 \\ \arcsin\left(\sqrt{\left(u_k^{\mathrm{fl}}\right)^2 + \left(v_k^{\mathrm{fl}}\right)^2}\right) + \pi, & P_k < 0 \end{cases} \tag{47}$$

$$\theta_k^{\mathrm{fl}} = \begin{cases} \arctan\left\{\dfrac{v_k^{\mathrm{fl}}}{u_k^{\mathrm{fl}}}\right\}, & u_k^{\mathrm{fl}} \ge 0 \\ \arctan\left\{\dfrac{v_k^{\mathrm{fl}}}{u_k^{\mathrm{fl}}}\right\} + \pi, & u_k^{\mathrm{fl}} < 0 \end{cases} \tag{48}$$

4 运算量分析

在实际的工程应用中，实时性是衡量系统性能的一个重要标志，本文在计算量方面与文献[14]进行比较。由上文所列算法，M ,K 分别代表阵元数和信源数，为计算方便，设快拍数为 1,M 阶方阵协方差的计算量为$O(M^2)$，由式(25)~式(29)知本文协方差的计算量为$O(5M^2)$，协方差矩阵$\boldsymbol{Q}$奇异值分解计算量为$O(25M^3)$，再对式(31)求伪逆计算量为$O(5M^3)$，配对操作所需计算量为$O(3K^2)$，综上本文计算量为$O(5M^2+30M^3+3K^2)$；文献[14]，M对阵元数，需要采集数也为 $4M$ 个，协方差计算量为$O(16M^2)$，协方差矩阵特征值分解计算量为$O(16M^3)$，求伪逆计算量为$O(8M^3)$，导向矢量计算量为$O(2M\times K^2)$，综上文献[14]计算量为$O(16M^2+72M^3+2M\times K^2)$，明显高于本文计算量。

5 计算机仿真结果

为了验证本文算法的有效性，设计$(M=5)$，即阵列是由平行于x轴和y轴的偶极子各 5 个，平行于z轴的偶极子 11 个所组成的 L 型均匀阵列，相邻阵元间距$d=8(\lambda/2)$。假定接收信号为远场窄带 TEM 波，且信号之间相互独立，都为零均值高斯随机过程，噪声为加性高斯白噪声。

仿真 1 信号 2 维波达方向和极化参数估计

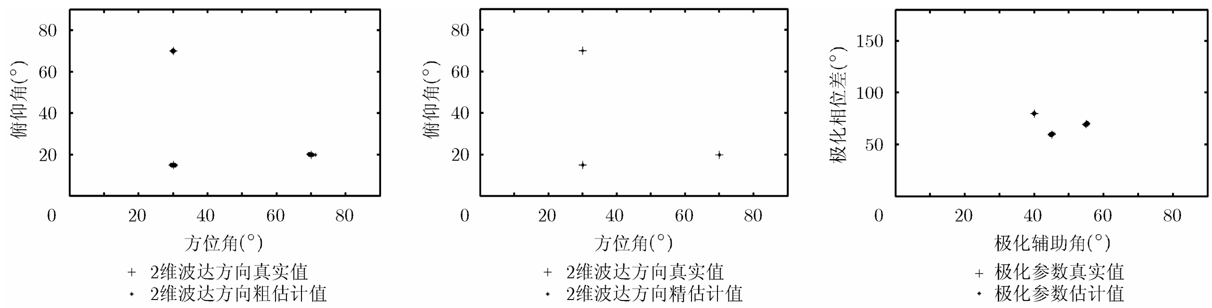
3 个信号入射到极化敏感阵列，信号方位角为：$\theta=[30,70,30]$，俯仰角为：$\varphi=[70,20,15]$，极化辅助角为：$\gamma=[40,45,55]$，极化相位差为：$\eta=[80,60,70]$。快拍数$L=500$，信噪比$\mathrm{SNR}=20\ \mathrm{dB}$。图 2 给出了 100 次 Monte-Carlo 实验的 2 维波达方向和极化参数估计星座图。从图 2 中可以看出该算法能够正确估计信号的 2 维波达方向，配对正确，且精估计比粗估计有较大改善，极化参数由信号波达方向粗估计所得，所以其精度和波达方向粗估计相同。

仿真 2 信号估计性能随信噪比变化的关系

设两个相互独立的信号入射到极化敏感阵列，信号波达方向和极化参数分别为：$(\theta_1,\varphi_1,\gamma_1,\eta_1)=(30,70,40,80)$,$(\theta_2,\varphi_2,\gamma_2,\eta_2)=(70,20,45,60)$；信号频率$f=11\ \mathrm{MHz}$,快拍数$L=500$,进行 100 次 Monte-Carlo 实验，考察本文方法与传统 ESPRIT 方法[17]和文献[14]对比，传统 ESPRIT 方法阵元间距为半个波长的距离，文献[14]信号频率为$(f_1,f_2)=(11,12)\ \mathrm{MHz}$,x轴和y轴各有 6 个偶极子，总长度和本实验相同，其他条件均与本实验相同；所得实验结果如图 3 所示，可以看到，信噪比在 0 dB 时，传统 ESPRIT 方法误差较大，而本文方法和文献[14]估计误差在1°内，在低信噪比时本文方法精度略高于文献[14]，因为文献[14]所用偶极子都是针对z轴方向，由于极化方向特定的接收会对信号有一定衰减，而本文偶极子既有z轴方向，也有x轴和y轴方向，信号角度对信号波达方向估计影响不大。

仿真 3 信号估计性能随快拍数变化的关系

设定距离$d=8(\lambda/2)$，信号参数同仿真 2；每个实验点进行 100 次 Monte-Carlo 实验，信噪比$\mathrm{SNR}=20\ \mathrm{dB}$，实验结果如图 4 所示，从图中可以



(a)信号2维波达方向粗估计星座图 (b)信号2维波达方向精估计星座图 (c)信号极化参数估计星座

图 2 本文算法信号 2 维波达方向和极化参数估计星座图

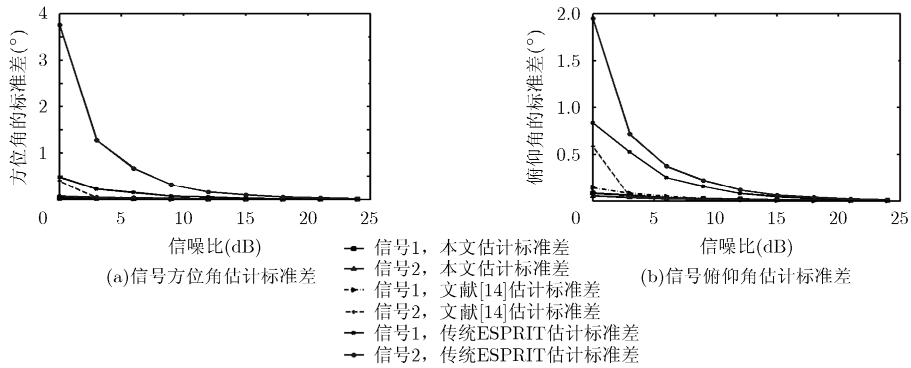


图 3　2 维波达方向估计标准差随信噪比变化曲线

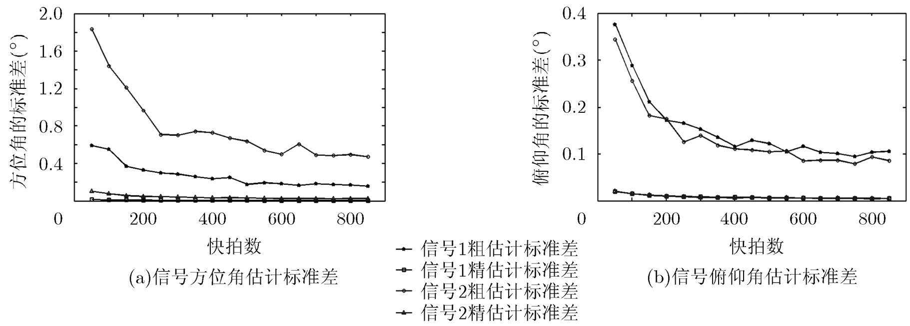


图 4　2 维波达方向估计标准差随快拍数变化曲线

看出，粗估计受快拍数影响较大，而精估计受快拍数影响很小，将此方法应用于工程实践，将大大减少计算量，提高测向实时性。

6　结论

本文提出了一种仅由单偶极子构成的 L 型均匀稀疏极化敏感阵列，较之传统的交叉偶极子阵列本文阵列阵元之间间距大大增加，在相同阵元数情况下阵列孔径得到有效扩展。由空间旋转不变性和子空间分集接收理论，获得子阵列导向矢量之间的关系，可以同时得出目标波达方向的周期性模糊高精度估计和无模糊粗估计值，再由简单数学运算解模糊最终获得无模糊高精度估计值。该方法运算简单且运算量少，无需反推导向矢量，测量精度高，无电磁响应不一致的问题，不要求信号单频和信号间不同频，且阵列具有可扩展性。

参 考 文 献

[1] 徐友根, 刘志文, 龚晓峰. 极化敏感阵列信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2013: 1–21.
XU Yougen, LIU Zhiwen, and GONG Xiaofeng. Signal Processing Based on Polarization Sensitive Array[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2013: 1–21.

[2] NEHORAI A and PALDI E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(2): 376–398. doi: 10.1109/78.275610.

[3] MIRON S, YANG S, BRIE D, *et al.* A multilinear approach of direction finding using a sensor-array with multiple scales of spatial invariance[OL]. Https://www.researchgate.net/publication/278624078, 2015.

[4] 李京书, 陶建武. 信号 DOA 和极化信息联合估计的降维四元数 MUSIC 方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(1): 106–111. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00242.
LI Jingshu and TAO Jianwu. The dimension reduction quaternion MUSIC algorithm for jointly estimating DOA and polarization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(1): 106–111. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00242.

[5] ZHANG X, CHEN C, LI J, *et al.* Blind DOA and polarization estimation for polarization-sensitive array using dimension reduction MUSIC[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(1): 67–82. doi: 10.1007/s11045-012-0186-3.

[6] WONG K T and ZOLTOWSKI M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1467–1474. doi: 10.1109/8.633852.

[7] ZOLTOWSKI M D and WONG K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on*

Signal Processing, 2000, 48(8): 2195–2204. doi:10.1109/78.852000.

[8] YUAN X. Joint DOA and polarization estimation with sparsely distributed and spatially non-collocating dipole/loop triads[OL]. Arxiv.org/pdf/1308.0072vl.pdf,2013.

[9] LIU Z and XU T. Source localization using a Non-Cocentered Orthogonal Loop and Dipole (NCOLD) array[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(6): 1471–1476. doi: 10.1016/j.cja.2013.10.010.

[10] WONG K T and YUAN X. “Vector cross-product direction-finding” with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially non-collocating dipoles/loops[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160–171. doi: 10.1109/TSP.2010.2084085.

[11] LUO F and YUAN X. Enhanced“vector-cross-product” direction-finding using a constrained sparse triangular-array[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012(1): 1–11. doi: 10.1186/1687-6180-2012-115.

[12] 郑桂妹, 陈伯孝, 杨明磊. 新型拉伸电磁矢量传感器的两维高精度波达方向估计[J]. 系统工程与电子技术，2014, 36(7): 1282–1290. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10.
ZHENG Guimei, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. High accuracy 2D-DOA estimation with a novel spatially spread electromagnetic vector-sensor[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(7): 1282–1290. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10.

[13] YUAN X. Spatially spread dipole/loop quads/quints: for direction finding and polarization estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 1081–1084. doi: 10.1109/LAWP.2013.2280584.

[14] WANG L, CHEN Z, WANG G, *et al*. Estimating DOA and polarization with spatially spread loop and dipole pair array[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2015, 26(1): 44–49. doi: 10.1109/JSEE.2015.00007.

[15] 郑桂妹, 陈伯孝, 吴渤. 三正交分离式极化敏感阵列的波达方向估计[J]. 电子与信息学报，2014, 36(5): 1088–1093. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00967.
ZHENG Guimei, CHEN Baixiao, and WU Bo. DOA estimation with three orthogonally oriented and spatially spread polarization sensitive array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(5): 1088–1093. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00967.

[16] YUAN X, WONG K T, Xu Z, *et al*. Various compositions to form a triad of collocated dipoles/loops, for direction finding and polarization estimation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12(6): 1763–1771. doi: 10.1109/JSEN.2011.2179532.

[17] WONG K T and ZOLTOWSKI M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(5): 671–681. doi: 10.1109/8.855485.

司伟建： 男，1971年生，研究员，博士生导师，研究方向为宽带信号检测、处理与识别、高精度无源测向、谱估计.

周炯赛： 女，1989年生，硕士生，研究方向为极化敏感阵列信号处理.

曲志昱： 女，1983年生，副教授，研究方向为宽带信号检测、处理与识别、高精度无源测向、谱估计.