

## 大误差条件下单频干扰引起的伪码跟踪误差研究

瞿智 杨俊\* 杨建伟

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院 长沙 410073)

**摘要:** 单频干扰能够引起较大的伪码跟踪误差, 基于小误差条件的跟踪误差分析会失效。在大误差条件下, 由于码环鉴相器不再工作在线性区域, 利用鉴相器输出的二阶泰勒展开式代替一阶线性化近似, 该文给出了单频干扰下伪码跟踪误差的解析表达式。通过数值分析和仿真实验分析验证了在单频干扰下伪码跟踪误差随干扰起始相位、干扰频率和干信比的变化特性。结果表明: 当干扰引起的伪码跟踪误差较大时, 基于鉴相器线性化的理论预测的准确性显著下降, 而基于鉴相器二阶泰勒近似的理论分析能够准确预测大误差条件下的伪码跟踪误差, 在跟踪误差不超过 0.34 chip 时, 理论分析误差不超过 20%。

**关键词:** 单频干扰; 伪码跟踪误差; 鉴相器; 大误差条件; 二阶泰勒展开

中图分类号: TN98

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)01-0222-07

DOI: 10.11999/JEIT150481

## Effects of Continuous Wave Interference on Pseudorandom Code Tracking Error under Large Error Conditions

QU Zhi YANG Jun YANG Jianwei

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Continuous Wave Interference (CWI) can induce large code tracking error, and the tracking error analysis based on small error conditions becomes invalid. Under large error conditions, since code loop discriminator is no longer working in the linear region, the second-order Taylor series expansion of discriminator output is introduced instead of linear approximation, and analytical expressions of the tracking error in the presence of CWI are derived. Numerical analysis and simulation results are presented to evaluate the code tracking error with different initial phases, interference frequencies and interference-to-signal power ratio (ISR). The experimental results show that, when the code tracking error induced by CWI is large, the prediction accuracy of theoretical analysis based on linearized discriminator decreases noticeable, while the new theoretical expressions based on second-order Taylor series expansion provide accurate predictions of code tracking errors under large error conditions. If the code tracking error is smaller than 0.34 chip, the theoretical prediction error is no more than 20%.

**Key words:** Continuous wave interference; Pseudorandom code tracking error; Discriminator; Large error conditions; Second-order Taylor series expansion

### 1 引言

伪码扩频广泛应用于卫星测控、星间测距和导航定位, 然而单频干扰作为一种常见的干扰类型会严重影响测距的精度和可靠性<sup>[1,2]</sup>。单频干扰不仅会恶化伪码测距系统的载波频率/相位锁定环的跟踪性能<sup>[3]</sup>, 而且能够导致延迟锁定环较大的伪码相位估计误差, 从而引入较大的测距误差<sup>[1,4]</sup>。扩频测距接收机跟踪信号的主要目的是为了从码环中得到伪距

测量信息, 并且在干扰环境中, 伪码跟踪环比载波跟踪环更加稳健, 抗干扰能力更强, 因此对伪码跟踪特性的分析主要集中在稳态情况下的跟踪误差。

利用伪码相位跟踪误差较小时鉴相器可作为线性器件的特性, 文献[5]分析了码环的稳态跟踪特性, 给出了加性高斯白噪声环境中的伪码跟踪误差。在小误差条件下, 文献[6]和文献[7]基于 TOA(Time Of Arrival)模型和谱分析推导了在有限前端带宽约束下带限高斯干扰引起的时延估计误差。由于单频干扰是一种特殊的窄带干扰, 需要考虑周期伪码信号的谱线特性, 文献[8]引入更为精确的导航信号功率谱模型仅考虑鉴相器输出的一阶项, 分析了单频干扰下的伪码跟踪性能。基于小误差条件下的线性化

收稿日期: 2015-04-28; 改回日期: 2015-09-24; 网络出版: 2015-11-18

\*通信作者: 杨俊 qu27@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61201031)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61201031)

鉴相器和导航信号的离散谱, 文献[9]研究了单频干扰引入的伪码跟踪偏差, 定义了 IRA(Interference Running Average) 和 IEE(Interference Error Envelope) 两个参数来评估单频干扰对伪码测距性能的影响。文献[10]为得到伪码测距误差的解析解, 对码环鉴相器输出进行了线性化近似, 且给出了采用相干、非相干和点积鉴相器的伪码测量最大误差和平均误差。在此基础上, 文献[11]进一步推导了非带限情况下单频干扰导致的最大跟踪误差的解析式, 并对比分析了 BPSK(1), BOC(1,1)和 MBOC(6,1,1/11)信号在单频干扰下的跟踪性能。文献[12]假定跟踪状态中时延误差较小, 鉴相曲线呈线性, 然后以伪码跟踪环中鉴相曲线平衡点的过零偏移为研究对象, 推导了单频干扰条件下扩频测控信号伪码跟踪的干扰最大误差。同样, 在伪码相位估计误差较小的情况下, 文献[13]考虑扩频码的伪随机特性和积分清零器对接收信号的截断效应, 建立周期伪码信号更加精确的连续频谱模型, 分析了单频干扰下的伪码测距误差特性。同时, 基于前面的研究成果, 很多文献进行了拓展研究。文献[14]构建了北斗民用 B1I 信号的功率谱模型, 基于频谱分析评估了连续波干扰对 B1I 信号跟踪性能的影响。文献[15]和文献[16]分析了单频干扰与多址干扰同时存在时的伪码跟踪性能, 并提出了 IMEE(Interference and Multipath Error Envelope)来定量描述两种干扰的联合影响。文献[17]以伪码跟踪误差作为干扰效果评估指标, 分析了脉冲连续波干扰对 GPS C/A 码和 M 码的影响。文献[18]利用伪码扩频信号的稀疏性, 将压缩感知理论应用于伪码跟踪以此降低采样率和数据率, 并基于鉴相器线性特性分析了伪码跟踪精度。可以看出, 目前已有文献均基于小误差条件进行分析, 对码环鉴相器进行了线性化近似。对于单频干扰, 当干信比较大时, 会出现较大的伪码相位估计偏差, 此时鉴相器不再工作在线性区。这样基于线性化鉴相器的分析就会出现很大的理论偏差, 也就是说, 传统分析中假定的小误差条件不再成立, 码环鉴相器输出呈现较大的非线性, 传统的分析结果已不适用。扩频接收机由于其优良的抗干扰特性, 在强干扰环境中仍能够有效工作, 这就需要理论分析有效支撑大干信比场景中的扩频应用, 然而目前尚没有文献对单频干扰引起伪码跟踪误差较大情况下的跟踪性能进行准确分析。

本文考虑单频干扰引起的伪码跟踪误差较大时码环鉴相器的非线性问题, 基于精细的伪码频谱模型, 利用鉴相器输出的二阶泰勒展开式代替传统分析中的线性化近似, 推导了不同起始相位、干扰频

率和干信比条件下伪码跟踪误差的解析表达式。通过数值分析和仿真实验, 对比分析了基于鉴相器线性化分析的理论值、基于鉴相器二阶泰勒展开分析的理论值和仿真值, 用以证明基于鉴相器二阶泰勒展开的理论分析能够有效增加大误差条件下伪码跟踪误差分析的准确性, 扩大理论分析的适用范围。

## 2 系统与信号模型

伪码跟踪是扩频接收机的重要组成部分, 伪码相位估计本质上就是时延估计<sup>[6]</sup>, 对于测距系统, 时延估计误差也体现了伪距测量误差。针对时延估计, 典型伪码跟踪的信号处理流程如图 1 所示。

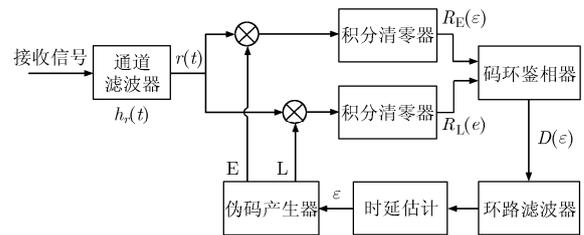


图 1 伪码跟踪的信号处理流程

由于已有较多的文献[5-7]分析了热噪声对伪码跟踪的影响, 这里的接收信号仅包含扩频信号和单频干扰。假定通道滤波器为理想的带通滤波器, 当考虑基带零中频信号时通道滤波器等效为理想的低通滤波器  $h_r(t)$ , 截止频率为  $B/2$ 。本文重点考虑伪码跟踪环路性能, 认为载波频率和相位已准确剥离, 那么在单频干扰环境中, 零中频的基带接收信号模型为<sup>[13]</sup>

$$r(t) = \sqrt{C_s} s_0(t) \otimes h_r(t) + \sqrt{C_i} e^{j(2\pi f_i t + \theta_i - \theta_0)} \quad (1)$$

其中,  $\otimes$  表示卷积,  $C_s$  表示接收的扩频信号功率,  $s_0(t)$  表示原始扩频信号,  $C_i$  表示单频干扰的信号功率,  $f_i$  表示干扰频率,  $\theta_i$  表示干扰初始相位,  $\theta_0$  表示扩频信号载波的初始相位。

接收信号经过积分清零器的周期截断后, 信号频谱为

$$R(f) = \sqrt{C_s} S_T(f) H_r(f) + \sqrt{C_i} e^{j(\theta_i - \theta_0)} \delta(f - f_i) \quad (2)$$

其中,  $T$  表示积分周期,  $S_T(f)$  表示截断后的扩频信号频谱,  $H_r(f)$  表示理想低通滤波器的频率响应,  $\delta(\bullet)$  表示狄拉克函数。

采用 BPSK 调制时, 扩频信号的精细频谱模型为<sup>[13]</sup>

$$S_T(f) = T_c \operatorname{sinc}(\pi f T_c) e^{-j\pi f T_c} \cdot \left( \sum_{l=0}^{L-1} c_l e^{-j2\pi f l T_c} \right) \cdot \frac{T}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} \left[ \pi T \left( f - \frac{n}{T_0} \right) \right] e^{-j\pi \left( f - \frac{n}{T_0} \right) (T - T_0)}, \quad -B/2 \leq f \leq B/2 \quad (3)$$

其中,  $T_c$  表示码片周期,  $c_i$  表示伪码序列,  $L$  表示伪码长度,  $T_0$  表示伪码周期。

积分清零器截取接收信号并与本地码相乘积分, 其中超前支路和滞后支路可以分别表示为

$$R_E(\varepsilon) = \frac{1}{T} \int_0^T r(t) s_0(t + \varepsilon + \tau/2) dt \quad (4)$$

$$R_L(\varepsilon) = \frac{1}{T} \int_0^T r(t) s_0(t + \varepsilon - \tau/2) dt \quad (5)$$

其中,  $\varepsilon$  表示时延估计误差,  $\tau$  表示码环超前滞后间隔。

将接收信号的频域表示代入式(4), 并交换积分顺序, 可得

$$\begin{aligned} R_E(\varepsilon) &= \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} R(f) e^{j2\pi ft} df s_0(t + \varepsilon + \tau/2) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} R(f) \int_0^T s_0(t + \varepsilon + \tau/2) e^{j2\pi ft} dt df \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} R(f) \int_{0-(\varepsilon+\tau/2)}^{T-(\varepsilon+\tau/2)} s_0(t) e^{j2\pi f(t-\varepsilon-\tau/2)} dt df \end{aligned} \quad (6)$$

即使干扰引起的时延估计误差  $\varepsilon$  较大, 只要码环能够稳定跟踪,  $\varepsilon$  不会超过一个码片, 这相对于积分时间  $T$  仍是一个非常小的量。因此, 可以忽略式(6)中积分限的偏移量, 得到

$$\begin{aligned} R_E(\varepsilon) &\approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} R(f) S_T^*(f) e^{-j2\pi f(\varepsilon+\tau/2)} df \\ &= \int_{-B/2}^{B/2} \sqrt{C_s} \frac{|S_T(f)|^2}{T} e^{-j2\pi f(\varepsilon+\tau/2)} df \\ &\quad + \sqrt{C_i} e^{j(\theta_i-\theta_0)} \frac{S_T^*(f_i)}{T} e^{-j2\pi f_i(\varepsilon+\tau/2)} \end{aligned} \quad (7)$$

那么, 式(4)和式(5)的频域表示为

$$R_E(\varepsilon) = \int_{-B/2}^{B/2} X(f) e^{-j2\pi f(\varepsilon+\tau/2)} df \quad (8)$$

$$R_L(\varepsilon) = \int_{-B/2}^{B/2} X(f) e^{-j2\pi f(\varepsilon-\tau/2)} df \quad (9)$$

其中

$$X(f) = \sqrt{C_s} \frac{|S_T(f)|^2}{T} + \sqrt{C_i} \frac{S_T^*(f_i)}{T} e^{j(\theta_i-\theta_0)} \delta(f-f_i) \quad (10)$$

式(10)中第1项体现了扩频信号本身的特性, 由于是在宽带范围内积分, 可以用平滑的功率谱代替精细的功率谱<sup>[1,6]</sup>, 对于 BPSK 调制, 可以采用  $G_s(f) = \frac{|S_T(f)|^2}{T} = T_c \text{sinc}^2(\pi f T_c)$ 。然而, 式(10)中的第2项是单频干扰引起的信号特性变化, 并且对特定频率上的信号频谱特性才会产生影响。当积分时间较大时 ( $T \gg T_0$ ), 截断的周期伪码信号的频谱仍具有一定的离散谱线特征, 并且单频干扰与伪码谱线重合时才会对伪码相位估计产生较大的影响<sup>[10,13]</sup>。因此本文仅考虑干扰频率与伪码谱线重合的情况, 即

$f_i = n/T_0, n \in Z$ 。同时, 为便于分析, 将式(3)表示的伪码信号频谱简记为  $S_T(n/T_0) = (T/T_0) S_n e^{j2\pi \alpha_n}$ 。其中,  $S_n$  和  $\alpha_n$  分别表示信号频谱在  $n/T_0$  处的幅度和相位。

那么, 式(10)可以简化为

$$X(f) = \sqrt{C_s} G_s(f) + \sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} e^{j(\theta_i-\theta_0-\alpha_n)} \delta(f-n/T_0) \quad (11)$$

### 3 伪码跟踪误差

当码环采用相干超前减滞后鉴相器时, 鉴相器输出为

$$D(\varepsilon) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ R_E(\varepsilon) - R_L(\varepsilon) \} \quad (12)$$

由式(8)和式(9)可得

$$\begin{aligned} D(\varepsilon) &= \text{Re} \left\{ \int_{-B/2}^{B/2} X(f) \left[ e^{-j2\pi f(\varepsilon+\tau/2)} - e^{-j2\pi f(\varepsilon-\tau/2)} \right] df \right\} \\ &= \int_{-B/2}^{B/2} \text{Im} \{ X(f) \} \cos(2\pi f \varepsilon) \sin(\pi f \tau) df \\ &\quad - \int_{-B/2}^{B/2} \text{Re} \{ X(f) \} \sin(2\pi f \varepsilon) \sin(\pi f \tau) df \end{aligned} \quad (13)$$

将式(11)代入式(13)可得

$$\begin{aligned} D(\varepsilon) &= \sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} \sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) \\ &\quad \cdot \sin \left[ \pi \frac{n}{T_0} \tau \right] \cos \left[ 2\pi \frac{n}{T_0} \varepsilon \right] \\ &\quad - \sqrt{C_s} \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) \sin(\pi f \tau) \sin(2\pi f \varepsilon) df \\ &\quad - \sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} \cos(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) \\ &\quad \cdot \sin \left[ \pi \frac{n}{T_0} \tau \right] \sin \left[ 2\pi \frac{n}{T_0} \varepsilon \right] \end{aligned} \quad (14)$$

可以看出, 鉴相器输出并不是时延误差的线性函数。当干扰引起的时延误差较大时, 鉴相曲线在待研究的范围内不再是近似线性, 见图2。图中的A点为真实的伪码跟踪稳定点, 对应的时延偏差为  $-0.3$  chip, 然而采用线性化近似, 理论预测值将在B点, 对应的时延偏差为  $-0.48$  chip。可见, 在单频干扰导致的伪码跟踪偏差较大时, 对鉴相器进行的线性化近似分析将与实际情况产生非常大的差异, 已不再适用。

从式(14)可以看出, 鉴相器输出与时延误差的非线性关系主要是与式中的正弦因子项和余弦因子项有关。干扰频率  $n/T_0$  在伪码速率的一半附近时, 单频干扰引起的时延偏差较大<sup>[10-13]</sup>。考虑这种较差的情况, 仅当  $\varepsilon/2T_c \leq 0.10$  时, 正弦因子项和余弦因子项的线性近似误差不超过20%, 可以认为小误差条件即  $\varepsilon \leq 0.20$  chip。传统分析基于小误差条件约束

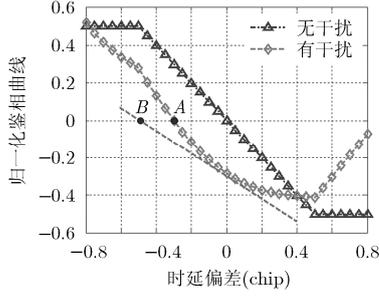


图2 大误差条件下的码环鉴相曲线

能够近似线性, 可得到较高的理论分析准确性, 然而单频干扰导致的时延误差很容易超出这个约束条件<sup>[11,12]</sup>, 此时的线性近似会带来很大的分析误差。在大误差条件下, 为准确分析单频干扰下的伪码跟踪误差, 必须考虑鉴相器输出的高阶项。当考虑鉴相器输出的二阶项时, 从正弦函数和余弦函数的特性可知, 当  $\varepsilon/2T_c \leq 0.17$  ( $\varepsilon \leq 0.34$  chip) 时, 略去更高阶项导致的相对误差小于 20%, 这在很大程度上扩大了伪码跟踪误差理论分析的适应范围, 在大误差条件下仍能保持较高的理论分析精度。因此, 本文采用正弦函数和余弦函数的二阶泰勒展开式代替线性近似, 那么式(14)可转化为

$$D(\varepsilon) \approx A + B\varepsilon + C\varepsilon^2 \quad (15)$$

其中

$$A = \sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} \sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) \sin\left(\pi \frac{n}{T_0} \tau\right) \quad (16)$$

$$B = -\sqrt{C_s} \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) 2\pi f \sin(\pi f \tau) df - \sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} \cos(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) \cdot 2\pi \frac{n}{T_0} \sin\left(\pi \frac{n}{T_0} \tau\right) \quad (17)$$

$$C = -\sqrt{C_i} \frac{S_n}{T_0} \sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) 2\left(\pi \frac{n}{T_0}\right)^2 \cdot \sin\left(\pi \frac{n}{T_0} \tau\right) \quad (18)$$

当接收机工作在稳态时, 码环稳定跟踪伪码相位且  $D(\varepsilon) = 0$ , 此时可由式(15)得到时延估计误差  $\varepsilon$  的解析解。

这里分两种情况:

(1) 当  $C$  等于 0 时, 即  $\sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) = 0$  或者  $n=0$  时,  $\varepsilon = 0$ 。

(2) 当  $C$  不等于 0 时,

$$\varepsilon = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C} \quad (19)$$

式(19)表明时延估计有两个解。根据前文的分析,  $B$  表示鉴相器的斜率, 而式(17)中的第 1 项表示无干扰情况下的鉴相器斜率, 可知其为负数。当有干扰存在时, 鉴相器斜率的符号也不应发生变化。并且以上分析均要求鉴相器工作在有效鉴相区间, 即时延估计误差不超过码环超前滞后间隔的一半。由此, 我们舍去式(19)中较大的那个解, 选取较小的解。另外, 由洛比达法则可知, 当  $\sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) \rightarrow 0$  时, 式(19)中  $\varepsilon \rightarrow 0$ 。因此  $\sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) = 0$  的情况可以归入第(2)种情况。

综上, 当干扰频率为零, 即单频干扰对准扩频信号中心频率时, 干扰对伪码跟踪误差无影响; 当干扰频率不为零时, 单频干扰引起的伪码跟踪误差为

$$\varepsilon = -\frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C} \quad (20)$$

其中,  $A$ ,  $B$  和  $C$  的表达式分别见式(16), 式(17)和式(18)。

式(20)表明大误差条件下的伪码跟踪误差不仅与鉴相器输出的常数项  $A$  和一阶项  $B$  相关, 而且与二阶项  $C$  密切相关。当干扰较强时,  $C$  将增大, 其对跟踪误差的影响也将增大。当干扰较弱时, 与干扰直接相关的  $A$  和  $C$  均将减小, 而  $B$  逐渐由其中的第 1 项(即无干扰条件下的鉴相器斜率)主导, 不再随干扰的减小而变化, 此时式(20)可以转化为

$$\varepsilon \approx \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC + 4A^2C^2/B^2}}{2C} = -\frac{A}{B} \quad (21)$$

式(21)表示干扰较小情况下的跟踪误差, 即忽略鉴相器输出的二次项时可由式(15)得到, 与文献[13]中由基于鉴相器线性化分析得到的结果一致。这说明小误差条件下, 基于鉴相器二阶泰勒展开的分析与基于鉴相器线性化分析的一致性。因此, 式(20)能够兼容小误差条件下的伪码跟踪误差分析, 同时在大误差条件下具有更高分析准确性。

最后, 利用式(16), 式(17), 式(18)和式(20), 整理得到伪码跟踪误差的解析式

$$\varepsilon = \frac{-(\chi + \sqrt{\gamma} \beta \cos \theta) + \sqrt{(\chi + \sqrt{\gamma} \beta \cos \theta)^2 + 2\gamma \beta^2 \sin^2 \theta}}{\sqrt{\gamma} \beta (2\pi n / T_0) \sin \theta} \quad (22)$$

其中

$$\gamma = C_i / C_s \quad (23)$$

$$\theta = \theta_i - \theta_0 - \alpha_n \quad (24)$$

$$\beta = \frac{2n\pi S_n}{T_0^2} \sin\left(\pi \frac{n}{T_0} \tau\right) \quad (25)$$

$$\chi = \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) 2\pi f \sin(\pi f \tau) df \quad (26)$$

可以看出,  $\gamma$ ,  $\theta$  和  $\beta$  分别与单频干扰的功率、相位和频率有关, 式(22)直接体现了这三者对伪码跟踪误差的影响。

#### 4 数值分析与仿真验证

单频干扰下伪码跟踪误差与干扰特征参量和接收机参数紧密相关, 这里重点分析与验证不同干扰参量条件下的伪码跟踪特性, 即伪码跟踪误差随单频干扰初始相位、干扰频率和干信比等参量的变化特性, 采用的接收机相关参数见表 1。

表 1 数值分析与仿真验证参数表

参量	数值
调制方式	BPSK
伪随机码	GPS C/A PRN 1
伪码速率	1.023 Mcps
射频前端带宽	4 MHz
积分时间	1 ms
码环超前滞后间隔	1 chip
码环噪声等效带宽	5 Hz

选取单频干扰的频率为 466 kHz, 此时不同干信比条件下伪码跟踪偏差随初始相位的变化特性见图 3。由于干扰的初始相位与有用信号的初始相位并不单独对跟踪误差产生影响, 这里初始相位取两者的差项, 即式(24)中的  $\theta_i - \theta_0$ 。可以看出, 当干扰较弱时, 伪码跟踪偏差随起始相位呈正弦的变化特性, 这与传统小误差条件下的结果一致<sup>[9]</sup>。然而当干信比较大时, 这个正弦特性发生了变化, 产生最大误差和最小误差的相位点向一个过零点靠近, 这是因为单频干扰导致鉴相器不再工作在线性区, 鉴相器斜率发生变化并且存在较大的二阶项。同时, 在不同干信比条件下, 干扰引起的伪码跟踪误差为零的相位点并没有发生变化, 该相位点即  $\sin(\theta_i - \theta_0 - \alpha_n) = 0$  点。通过式(3)计算可知, 此时的  $\alpha_n = 56^\circ$ ,

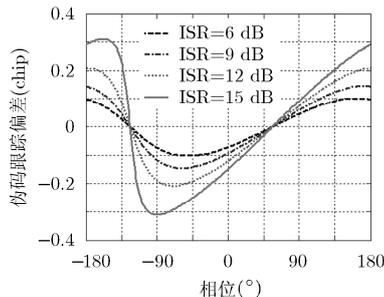


图 3 不同干信比条件下的伪码跟踪误差

所以伪码跟踪误差为零的相位点是  $-124^\circ$  和  $56^\circ$ 。

本文基于软件扩频接收机对单频干扰下的伪码跟踪性能进行 Monte Carlo 仿真实验, 仿真参数与数值分析参数相同。在干信比为 15 dB 的单频干扰环境中, 码环收敛后的伪码跟踪稳态误差随起始相位的变化特性见图 4, 并对比了一阶预测值、二阶预测值和仿真值。可以看出, 基于二阶泰勒展开的理论值与仿真值更加吻合, 即式(22)更加准确地给出了单频干扰下伪码跟踪误差随相位的变化特性。并且发现当跟踪偏差较大时, 理论值与仿真值的差异变大, 且基于鉴相器线性化近似分析的理论值预测误差更大。这是由于鉴相器稳定点的伪码相位偏差较大, 鉴相曲线不再是近似线性, 基于线性的分析会出现较大的理论分析误差。

在扩频接收机实际应用中干扰起始相位并不确定已知, 这里考虑最差情况, 即不同起始相位引起的最大伪码跟踪偏差。不同频率的单频干扰导致的最大伪码跟踪偏差见图 5, 并对比基于线性化鉴相器的理论值(一阶预测值)和基于二阶泰勒展开的理论值(二阶预测值)。两种理论预测值在不同干扰频率下的总体变化趋势一致, 当干扰频率在伪码速率一半的奇数倍附近时, 干扰引入较大的伪码跟踪误差; 当干扰频率在伪码速率一半的偶数倍附近时, 干扰引入的伪码跟踪误差较小。由于扩频码的伪随机特性和大误差条件下的鉴相器非线性特性, 在具体的干扰频率上的两种伪码跟踪误差预测值存在较大的差异。基于一阶线性预测, 干扰频率为 466 kHz 时引起的伪码跟踪误差最大(达到 0.51 chip), 而基于二阶预测, 干扰频率为 307 kHz, 414 kHz 和 466 kHz 时均能引起较大的伪码跟踪误差且频率为 307 kHz 时的伪码跟踪误差最大(仅为 0.32 chip)。以二阶预测值为基准, 一阶预测值的相对偏差见图 6。总体来看, 在干扰引起的伪码跟踪误差较小的频率点上, 两种方法的理论预测值差异较小, 而在伪码跟踪误差较大的频率点上, 差异明显增大。这说明在大误差条件下, 鉴相器非线性特性明显, 若仍对

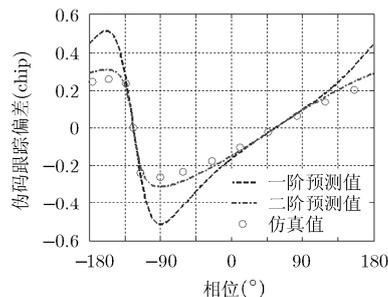


图 4 伪码跟踪误差随相位的变化特性对比

鉴相器进行线性化近似分析，将导致较大的分析误差。

选取干扰频率为 466 kHz，通过仿真实验得到不同干信比条件下的最大伪码跟踪误差，并与理论预测值进行对比分析，见图 7。可以看出，随着干信比增大，伪码跟踪偏差逐渐增大。同时，理论值与仿真值的差异也逐渐增大。但是基于传统的鉴相器线性化分析的理论值与仿真值在干扰较强时差异明显，达到近 200%，这说明基于线性化分析的理论已不可用。然而基于本文提出的鉴相器输出的二阶泰勒展开得到的理论解析解，理论值与仿真值差异较小，即使干信比为 16 dB 时相对误差也不超过 25%，仍比较准确地预测干扰环境下的伪码跟踪误差。

最后，以 GPS L1 的 32 个 C/A 码为例，考虑最差谱线情况，即单频干扰与此谱线重合时能够引入最大的伪码跟踪误差。由于单频干扰下伪码跟踪

对扩频信号的谱线特性非常敏感，基于不同的伪随机码，伪码跟踪特性也有所不同。表 2 给出了 12 dB 单频干扰下的最大伪码跟踪误差以及相应的干扰频率，并将理论预测值与仿真值进行了对比。根据仿真值，最大伪码跟踪误差的平均值约为 0.227 chip，其中 PRN 5 和 PRN 11 在单频干扰下表现相对较好，而采用 PRN 6 和 PRN 19，单频干扰能够引起更大的伪码跟踪误差。总体来看，伪码跟踪误差已然较大，不再满足小误差条件。然而，利用本文在大误差条件下得到的理论成果对最大伪码跟踪误差进行预测，得到的理论预测值与仿真值基本吻合，两者的相对误差不超过 20%，并且基于绝大多数伪码的预测误差小于 15%。这验证了在伪码跟踪误差不超过 0.34 chip 时近似分析误差小于 20%，说明基于鉴相器二阶泰勒展开的理论分析能够准确预测大误差条件下单频干扰引起的跟踪误差。

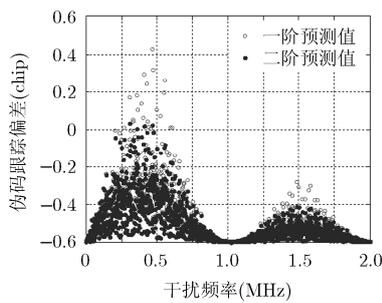


图 5 不同干扰频率下的伪码跟踪最大误差

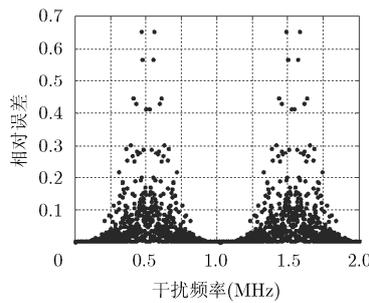


图 6 两种预测值的相对误差

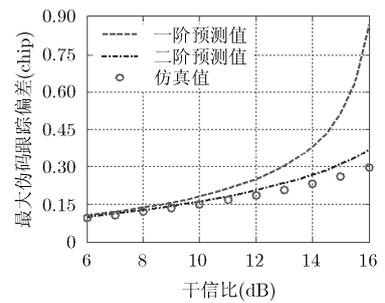


图 7 最大伪码跟踪误差随干信比的变化特性对比

表 2 最大伪码跟踪误差(GPS C/A码)

PRN No.	干扰频率 (kHz)	最大伪码跟踪误差理论预测值(chip)	最大伪码跟踪误差仿真值(chip)	相对误差 (%)	PRN No.	干扰频率 (kHz)	最大伪码跟踪误差理论预测值(chip)	最大伪码跟踪误差仿真值(chip)	相对误差 (%)
1	307	0.221	0.207	6.8	17	433	0.232	0.222	4.5
2	401	0.247	0.221	11.8	18	492	0.285	0.241	18.3
3	446	0.240	0.215	11.6	19	393	0.309	0.275	12.4
4	455	0.254	0.224	13.4	20	460	0.239	0.213	12.2
5	380	0.208	0.192	8.3	21	452	0.244	0.232	5.2
6	346	0.305	0.283	7.8	22	363	0.218	0.189	15.3
7	375	0.208	0.205	1.5	23	437	0.251	0.222	13.1
8	434	0.258	0.217	18.9	24	383	0.241	0.230	4.8
9	353	0.274	0.251	9.2	25	498	0.213	0.192	10.9
10	442	0.256	0.227	12.8	26	416	0.278	0.245	13.5
11	396	0.204	0.188	8.5	27	440	0.281	0.246	14.2
12	409	0.298	0.264	12.9	28	354	0.304	0.273	11.4
13	411	0.251	0.224	12.1	29	432	0.218	0.199	9.5
14	368	0.268	0.242	10.7	30	425	0.252	0.224	12.5
15	337	0.259	0.250	3.6	31	422	0.245	0.219	11.9
16	422	0.230	0.207	11.1	32	375	0.260	0.233	11.6

## 5 结束语

本文分析了大误差条件下单频干扰引起的伪码跟踪误差。单频干扰引起的码环鉴相器输出是时延误差的非线性函数,在干扰导致的跟踪误差较大时这个非线性特性将更加明显,传统分析中假定在小误差条件下对鉴相器线性化的伪码跟踪误差分析将不再适用。本文考虑码环鉴相器输出的二次项,利用二阶泰勒展开代替一阶线性近似,推导了大误差条件下伪码跟踪误差的解析表达式。在不同干扰起始相位、干扰频率和干信比条件下,通过数值分析和仿真实验对比分析了基于线性化近似分析的理论预测值和基于二阶泰勒展开分析的理论预测值。实验结果表明,基于鉴相器二阶泰勒展开分析的理论结果在大误差条件下仍能够准确分析单频干扰引起的伪码跟踪误差,在伪码跟踪误差不超过 0.34 chip 时理论分析误差小于 20%,有效扩大跟踪误差分析理论的适用范围。

## 参考文献

- [1] KAPLAN E D and HEGARTY C. Understanding GPS: Principles and Applications (2nd Ed.)[M]. Norwood, MA: Artech House, 2006: 243-272.
- [2] BEK M K, SHAHEEN E M, and ELGAMEL S A. Classification and mathematical expression of different interference signals on a GPS receiver[J]. *NAVIGATION, Journal of the Institute of Navigation*, 2015, 62(1): 23-37.
- [3] BALAEI A T, DEMPSTER A G, and PRESTI L L. Characterization of the effects of CW and pulse CW interference on the GPS signal quality[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(4): 1418-1431.
- [4] PARKINSON B W, SPILKER J J, and ENGE P. Global Positioning System: Theory and Applications, vol. I[M]. Washington, DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996: 745-756.
- [5] VAN Dierendonck A J, FENTON P, and FORD T. Theory and performance of narrow correlator spacing in a GPS receiver [J]. *NAVIGATION, Journal of The Institute of Navigation*, 1992, 38(3): 265-283.
- [6] BETZ J W and KOLODZIEJSKI K R. Generalized theory of code tracking with an early-late discriminator part I: Lower bound and coherent processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(4): 1538-1550.
- [7] BETZ J W and KOLODZIEJSKI K R. Generalized theory of code tracking with an early-late discriminator part II: Noncoherent processing and numerical results[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(4): 1551-1564.
- [8] JANG J, PAONNI M, and EISSFELLER B. CW Interference effects on tracking performance of GNSS receivers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 243-258.
- [9] MOTELLA B, SAVASTA S, MARGARIA D, *et al.* Method for assessing the interference impact on GNSS receivers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 1416-1431.
- [10] LIU Y, RAN Y, KE T, *et al.* Code tracking performance analysis of GNSS signal in the presence of CW interference[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(4): 970-987.
- [11] 刘禹圻, 胡修林, 冉一航, 等. 卫星导航信号抗单频干扰性能研究[J]. *电子学报*, 2011, 36(6): 1410-1416.  
LIU Yuqi, HU Xilin, RAN Yihan, *et al.* Study on evaluating the impact of CWI on DLL tracking performance for GNSS signals[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 36(6): 1410-1416.
- [12] 孟生云, 杨文革, 王保华. 单音干扰下扩频测控信号伪码跟踪性能研究[J]. *宇航学报*, 2013, 34(9): 1259-1265.  
MENG Shengyun, YANG Wenge, and WANG Baohua. Study on pseudo-code tracking performance of spread spectrum TT&C signals under single tone jamming[J]. *Journal of Astronautics*, 2013, 34(9): 1259-1265.
- [13] QU Z, YANG J, and CHEN J. Continuous wave interference effects on ranging performance of spread spectrum receivers [J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 82(1): 473-494.
- [14] ZHANG T and CHU H. Continuous wave interference impact assessment on tracking performance of Beidou civil B1I signal [C]. The 5th China Satellite Navigation Conference, Nanjing, China, 2014: 1-7.
- [15] QU B, WEI J, TANG Z, *et al.* Analysis of combined effects of multipath and CW interference on coherent delay lock loop [J]. *Wireless Personal Communications*, 2014, 77(3), 2213-2233.
- [16] QU B, WEI J, ZHABG S, *et al.* Effects of multipath and CW interference on code tracking loop with EML discriminator [C]. Proceedings of the 2014 International Technical Meeting of the Institute of Navigation, San Diego, CA, 2014: 297-303.
- [17] 毛虎, 吴德伟, 卢虎, 等. 对 GPS 接收机的一种新宽带压制干扰样式分析[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(12): 2929-2934. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00123.  
MAO Hu, WU Dewei, LU Hu, *et al.* Analysis of a new wideband blanket jamming type to GPS receiver[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(12): 2929-2934. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00123.
- [18] 程艳合, 杨文革. 压缩域直扩测控通信信号伪码跟踪方法研究[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(8): 2028-2032. doi: 10.11999/JEIT141654.  
CHENG Yanhe and YANG Wenge. Study on pseudo-noise code tracking method for compressive domain direct sequence tracking telemetry and command communication signals[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 2028-2032. doi: 10.11999/JEIT141654.

瞿智: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为空天测控与导航。  
杨俊: 男, 1972年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为空间仪器与信息侦测、数字化测试技术。  
杨建伟: 男, 1976年生, 博士, 副教授, 研究方向为卫星测控技术、高速数字信号处理。