

基于贝叶斯压缩感知的 ISAR 自聚焦成像

王天云^{①②} 陆新飞^① 孙麟^① 陈畅^① 陈卫东^{*①}

^①(中国科学技术大学电磁空间信息重点实验室 合肥 230027)

^②(中国卫星海上测控部 江阴 214431)

摘要: 针对 ISAR 自聚焦成像, 该文提出一种基于贝叶斯压缩感知的高分辨率成像算法。首先利用目标图像的稀疏特性构建级联形式的稀疏先验模型, 同时将相位误差建模为均匀分布模型; 然后基于最大后验准则, 依据贝叶斯压缩感知理论交替迭代求解目标图像和相位误差。与传统稀疏方法相比, 所提算法进一步利用了目标图像的联合稀疏信息, 将 ISAR CS 成像转化为 MMV 联合稀疏优化问题的求解, 可以有效改善自聚焦的精度以及成像质量。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词: 逆合成孔径雷达; 自聚焦技术; 高分辨成像; 贝叶斯压缩感知

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)11-2719-08

DOI: 10.11999/JEIT150235

An Autofocus Imaging Method for ISAR Based on Bayesian Compressive Sensing

Wang Tian-yun^{①②} Lu Xin-fei^① Sun Lin^① Chen Chang^① Chen Wei-dong^①

^①(Key Laboratory of Electromagnetic Space Information, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

^②(China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214431, China)

Abstract: For Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) autofocus imaging, this paper proposes a high-resolution imaging method based on Bayesian Compressed Sensing (BCS). Firstly, according to the sparsity characteristics of target image, a sparse model with the hierarchical framework is established, which can achieve better approximation to the original l_0 norm. Then, the phase errors are assumed to obey the uniform distribution. Next, following the criterion of Maximum *A Posteriori* (MAP), target image and phase errors are solved using alternate iteration based on BCS theory. Compared with traditional methods, the proposed method further combines the joint sparse information of target image, and converts the ISAR CS imaging into solving a joint Multiple Measurement Vector (MMV) sparse optimization problem, which can improve both the autofocus precision and the imaging quality efficiently. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR); Autofocus technique; High-resolution imaging; Bayesian Compressive Sensing (BCS)

1 引言

作为传统高分辨成像雷达的一种重要形式, ISAR 可以实现全天候对运动目标进行成像, 同时获得距离维和方位维的电磁散射信息^[1]。其中距离维分辨能力是由带宽决定; 方位维分辨能力是由成像积累转角决定。考虑到实际系统的限制, 如发射信号带宽不能太宽, 否则会加大数据量并增加硬件实现难度; 另外, ISAR 目标具有非合作性, 获取长相干

处理时间(Coherent Processing Interval, CPI)数据需要较高的跟踪精度; 加上目标运动状态非平稳且散射特性可能发生较大变化, 通常需要复杂的运动补偿, 增加了成像难度, 因此成像积累转角亦不能太大^[2,3]。

在有限带宽和有限转角下, 传统 ISAR 的距离多普勒(Range-Doppler, RD)成像算法由于基于 Fourier 反演技术, 其成像结果通常具有较宽的主瓣和较高的旁瓣, 不利于弱小目标的分辨和识别^[4]。为了进一步提高 ISAR 成像效果, 近年来, 国内外众多学者基于图像稀疏特征, 研究了 ISAR 压缩感知(Compressed Sensing, CS)超分辨成像算法。文献[5,6]分别构建了基于 l_1 范数或者加权的 l_1 范数约束的稀疏先验模型, 获得了较好的成像效果。文献[7,8]

收稿日期: 2015-02-11; 改回日期: 2015-06-29; 网络出版: 2015-08-27

*通信作者: 陈卫东 wdchen@ustc.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61172155, 61401140); 国家 863 计划(2013AA122903)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61172155, 61401140); The National 863 Program of China (2013AA122903)

则从统计学习角度出发,研究了基于稀疏贝叶斯学习理论的 ISAR 成像,在噪声和杂波环境中取得了较好估计结果。然而上述文献在信号建模时均基于理想情况下的平动补偿。考虑实际情形,ISAR 成像回波方程中不可避免存在平动补偿初相校正后存在的残余相位误差^[9,10],这会使得回波模型中的观测矩阵部分未知,导致回波测量值与观测矩阵之间产生失配现象,将大大减弱传统稀疏重构算法的性能。因此需要研究自聚焦成像技术,降低相位误差对成像结果的影响。经典自聚焦成像方法如 PGA^[11]和 MEM^[12],其本质是基于 Fourier 重构技术,成像性能提升的空间有限。文献[9,10]则分别研究了存在相位误差情形下的 ISAR CS 自聚焦成像技术,相比经典自聚焦成像方法具有更好的聚焦精度。其中文献[9]基于确定性反演思想,根据 ISAR 图像的稀疏特性建立了 l_1 范数成像模型,并将相位误差作为模型误差,提出了一种自聚焦成像算法。文献[10]则从贝叶斯压缩感知(BCS)理论出发,选取了 Laplace 分布的目标先验模型和均匀分布的相位误差模型,利用回波数据进行统计参数估计,以适应 ISAR 成像的自适应表征,经推导等价于求解基于 l_1 范数的稀疏约束优化问题。

以上两种自聚焦成像方法^[9,10]仅考虑利用目标图像的稀疏特性。本文在此基础上进一步考虑了目标图像的结构信息,即通过利用图像的联合稀疏先验特征(“行稀疏”和“列稀疏”),将 ISAR CS 自聚焦成像转化为多测量矢量(Multiple Measurement Vector, MMV)联合稀疏优化问题的求解,相比传统方法求解单测量矢量(Single Measurement Vector, SMV)优化问题^[9,10],具有更高的参数提取精度^[13]。另外本文方法对应的成像模型是基于矩阵形式,能有效地避免传统方法(基于向量表征形式)将目标图像转换成向量模型后引起的 2 维(距离维和方位维)耦合性,另外还能较好地降低传统 CS 自聚焦方法的运算复杂度。文中首先将目标图像建模为级联形式的稀疏先验模型^[14],相比传统稀疏先验模型(如 l_1 范数约束),能获得更好地对 l_0 范数的近似度,因此可以表征更稀疏的目标特性;与此同时,将相位误差建模为均匀分布模型,并得到相应的 MMV 优化问题;其次依据最大后验(Maximum A Posteriori, MAP)准则,利用贝叶斯压缩感知理论^[15]交替求解目标图像和相位误差,进而获得聚焦之后的 ISAR 图像。仿真表明,与经典自聚焦方法最小熵(MEM)^[12]、基于 l_1 范数的自聚焦方法^[9]相比,所提方法具有更好的成像性能。

2 信号模型

本文信号建模方式与文献[3,16]类似,假设对雷达原始回波已做过包络对齐处理。根据文献[17]的结论:包络对齐的精度可以实现小于 1/2 距离单元,但初相校正需要补偿的精度要求在波长量级,因此初相校正之后的残余相位误差通常不能被忽略,此时 ISAR 回波方程应表示为

$$s(\theta_n, f_p) = \exp(j\varphi_n) \iint \sigma(x, y) \cdot \exp\{-j4\pi x\omega t_n/\lambda - j4\pi f_p y/c\} dx dy \quad (1)$$

其中 ω 为目标旋转角速度, $t_n = nT$ 为慢时间, T 为脉冲重复周期。这里 $\sigma(x, y)$ 表示目标散射系数, f_p 是第 p 个发射频率, θ_n, φ_n 分别是第 n 个脉冲对应的目标转角及相位误差, c 为光速。

将 2 维成像场景进行离散化处理得到 $\{(x_m, y_l)\}$, 并定义 ρ_x, ρ_y 分别为方位维和距离维的分辨率, $\Delta\theta$ 为成像积累转角, B 为信号带宽, 则有

$$\left. \begin{aligned} x_m &= m\rho_x, & y_l &= l\rho_y \\ \rho_x &= \lambda/2\Delta\theta, & \rho_y &= c/2B \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),经整理得到 ISAR 回波方程为

$$[s_{np}]_{N \times P} = \sum_{m,l} \exp(j\varphi_n) \cdot \sigma_{ml} \cdot \exp(-j2\pi mn/M) \cdot \exp(-j2\pi lp/L) \quad (3)$$

进一步考虑噪声因素,并将式(3)对应的 ISAR 回波方程写成矩阵形式:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} + \mathbf{Z} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times P}$ 为回波测量矩阵, $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N \times P}$ 为观测噪声矩阵, $\mathbf{E} = [\text{diag}(e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, \dots, e^{j\varphi_N})]_{N \times N}$ 表示相位误差矩阵, $\mathbf{X} = [\sigma(x_m, y_l)]_{M \times L}$ 表示 2 维目标散射系数矩阵, \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 分别为方位维和距离维对应的部分傅里叶(Partial Fourier, PF)矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_1 & \dots & \omega_1^{M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_1^{N-1} & \dots & \omega_1^{(N-1)(M-1)} \end{bmatrix}_{N \times M} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_2 & \dots & \omega_2^{P-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_2^{L-1} & \dots & \omega_2^{(L-1)(P-1)} \end{bmatrix}_{L \times P}$$

这里 $\omega_1 = e^{-j2\pi/M}$, $\omega_2 = e^{-j2\pi/L}$ 。如果不考虑相位误差 \mathbf{E} 的影响,对式(4)直接进行 2 维 IFFT 变换即能重

构目标(对应 RD 算法)。然而实际中不可避免存在相位误差, 通常会对成像结果有较大影响^[9,10], 因此需要研究自聚焦成像技术。在带宽较窄或成像积累转角很小的情形下, 由于所能获得的空间谱域通常是欠采样的^[4], 因此基于 Fourier 重构技术的经典自聚焦方法如 MEM^[12], 其成像结果往往具有较宽的主瓣和较高的旁瓣, 即对应较低的成像分辨率。

近年来, CS 理论利用目标稀疏先验信息, 在远低于 Nyquist 采样速率情形下, 只需少量观测样本即可重构原始信号, 为获取高分辨率雷达图像提供了一种可行的途径^[5-8]。由于 ISAR 成像通常是对空或者对海目标(如飞机, 导弹, 舰船等), 目标散射点在成像空间天然满足稀疏分布, 因此本文考虑采用基于 CS 理论的自聚焦成像技术来提高成像质量。

对式(4)两边同时乘以 B^H (即对距离维作 FFT 操作), 回波方程进一步可改写为

$$Y = EAX + N \quad (6)$$

其中 $Y = SB^H$, $N = ZB^H$ 。式(6)表征的具体含义如图 1 所示。

已有的 ISAR CS 自聚焦成像方法^[9-10]通常是对式(6)采用矢量化操作(即将 2 维成像场景 X 变成 1 维向量 $\text{vec}(X)$ 作为待求量, 此时距离维和方位维的目标信息耦合在一起), 求解关于“目标散射系数矢量和相位误差”的 SMV 优化问题。本文在传统目标图像稀疏特性的基础上, 进一步利用目标图像 X 的联合稀疏先验信息, 将 ISAR 成像转化为式(6)含有相位误差扰动的 MMV 优化问题, 提出了一种基于贝叶斯压缩感知理论自聚焦成像方法, 较好地利用了目标图像 X 、相位误差 E 以及噪声模型 N 三者的联合统计先验信息, 不仅能提供目标图像 X 完整的后验概率密度函数的估计, 还具有相位误差自校正、高分辨重构目标图像和自适应调整参数(如目标模型参数和未知噪声功率)等优点。

3 基于贝叶斯压缩感知的 ISAR 自聚焦成像

3.1 目标参数贝叶斯压缩感知模型

3.1.1 目标稀疏模型 目前表征目标稀疏先验信息的

方式主要包括确定性模型和贝叶斯模型两类。从本质上讲, 确定性模型可以利用贝叶斯模型进行等效(即通过选择合适的概率密度函数建立两者的联系), 例如文献[18]阐述了 l_1 范数稀疏约束条件在贝叶斯理论体系下的对应关系。与文献[8,9]基于 l_1 范数约束不同, 本文采用文献[14]中的级联形式的目标稀疏先验模型, 具体描述如图 2 所示。

首先 X_j (即 X 的第 j 列, $j = 1, 2, \dots, L$) 服从均值为 0 , 方差为 $Z_j = \text{diag}\{\gamma_{1j}, \gamma_{2j}, \dots, \gamma_{Mj}\} \triangleq \text{diag}\{\gamma_j\}$ 的复高斯分布, 即 $X_j \sim CN(0, Z_j)$, 可以表示为

$$p(X | \{\gamma_j\}) = \prod_{j=1}^L CN(X_j | 0, Z_j) \quad (7)$$

其次假定 γ_j 服从 Gamma 分布, 因为它和高斯分布共轭, 便于后续求解。

$$p(\gamma_j | a, b) = \prod_{i=1}^M \Gamma(\gamma_{ij} | a, b) \quad (8)$$

由式(7)和式(8)容易推出 X 服从 Student-t 分布, 如式(9)所示。

$$p(X) = \prod_{j=1}^L \prod_{m=1}^M \frac{b^a \Gamma(a + 1/2)}{\pi \Gamma(a)} (b + X_{mj}^2/2)^{-(a+1/2)} \quad (9)$$

根据文献[14,15]的结论, 相比传统稀疏先验模型(如基于 l_1 范数约束, 对应 Laplace 分布), 本文利用的级联稀疏先验模型(对应 Student-t 分布)通常能获得更好的对 l_0 范数的近似度, 即能表征更稀疏的目标先验信息。另外与文献[14]不同(针对 SMV 问题, 且不考虑相位误差的影响), 本文求解的是含有相位误差的 MMV 优化问题, 因此图 2 所示的目标稀疏先验模型可看成文献[14]中稀疏模型的拓展。

3.1.2 噪声模型 设噪声模型服从复高斯分布, 即 $N_j \sim CN(0, \beta^{-1}I)$, 其中 β^{-1} 表示噪声功率。则回波信号 Y 的条件概率密度函数为

$$p(Y | X, E, \beta) = \prod_{j=1}^L \frac{1}{(\pi\beta^{-1})^N} \exp\left(-\beta \|Y_j - EAX_j\|_2^2\right) \quad (10)$$

另外, 为了获得高斯分布函数的共轭特性^[18], 再假定 β 服从 Gamma 分布:

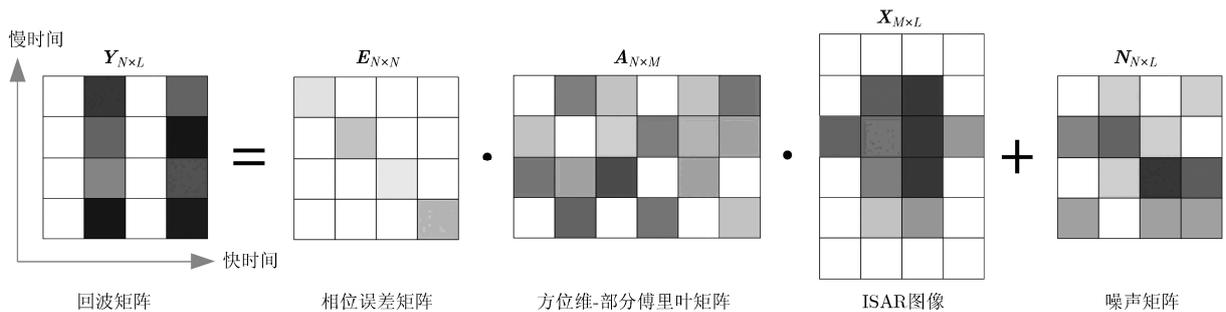


图 1 ISAR 自聚焦成像对应的 MMV 优化问题示意图

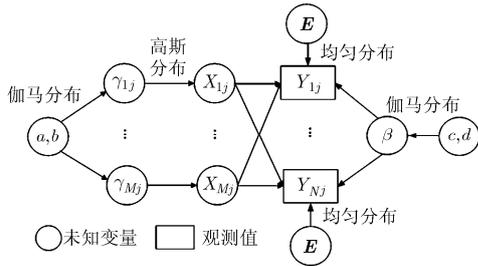


图2 级联形式的目标稀疏先验模型

$$p(\beta | c, d) = \Gamma(\beta | c, d) \quad (11)$$

3.1.3 相位误差模型 假设相位误差模型服从均匀分布(也可以假定为未知确定参数,不影响后续的结论),即

$$p(\mathbf{E}) \sim [U(0, 2\pi)]^N \quad (12)$$

其中 $U(0, 2\pi)$ 表示相位在 $0 \sim 2\pi$ 内服从均匀分布。

3.2 基于贝叶斯压缩感知的 ISAR 自聚焦成像

结合图 2, 由式(7), 式(8), 式(10), 式(11)及式(12), 可以得到目标图像 \mathbf{X} 、相位误差 \mathbf{E} 和噪声功率的倒数 β 等参数对应的联合概率密度函数为

$$p(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{E}, \gamma, \beta) = p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{E}, \beta) \cdot p(\mathbf{X} | \gamma) p(\gamma) p(\beta) p(\mathbf{E}) \quad (13)$$

在贝叶斯压缩感知理论框架下, 通常是基于 MAP 准则求解上述未知参数, 如式(14)所示。

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{E}, \gamma, \beta | \mathbf{Y}) = p(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{E}, \gamma, \beta) / p(\mathbf{Y}) \quad (14)$$

然而 $p(\mathbf{Y}) = \int_{\mathbf{X}} \int_{\gamma} \int_{\beta} \int_{\mathbf{E}} p(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{E}, \gamma, \beta) d\mathbf{X} d\gamma d\beta d\mathbf{E}$

无法得到解析的积分表达式, 故不能直接求解。这里采用 Type-II 最大似然(Maximum Likelihood, ML)^[15] 方法求解上述贝叶斯推断(Bayesian Interference, BI)问题, 容易获得式(14)对应近似解的解析表达式, 包括目标图像稀疏重构和相位误差自校正两个步骤。

步骤 1 目标图像稀疏重构——固定 $\hat{\mathbf{E}}$, 求解 $\{\mathbf{X}, \gamma, \beta\}$ 。

下面根据式(15)对应的贝叶斯公式, 进行目标图像稀疏重构。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{E}}, \gamma, \beta | \mathbf{Y}) &= p(\mathbf{X} | \mathbf{Y}, \gamma, \beta) p(\gamma, \beta | \mathbf{Y}) \\ &= \prod_{j=1}^L \left\{ p(\mathbf{X}_{\cdot j} | \mathbf{Y}_{\cdot j}, \gamma_j, \beta) p(\gamma_j, \beta | \mathbf{Y}_{\cdot j}) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

首先求解目标参数 $\{\mathbf{X}_{\cdot j}\}$, 可依据式(16)获得。

$$p(\mathbf{X}_{\cdot j} | \mathbf{Y}_{\cdot j}, \gamma_j, \beta) \propto p(\mathbf{X}_{\cdot j}, \mathbf{Y}_{\cdot j}, \gamma_j, \beta) \quad (16)$$

经推导

$$p(\mathbf{X}_{\cdot j} | \mathbf{Y}_{\cdot j}, \gamma_j, \beta) \sim \text{CN}(\boldsymbol{\mu}_{\cdot j}, \boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j}) \quad (17)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{\cdot j} &= \beta \boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H \mathbf{Y}_{\cdot j} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j} &= (\beta \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} + \boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

这里 $\boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j} = \mathbf{Z}_j^{-1} = \text{diag}\{1/\gamma_{1j}, 1/\gamma_{2j}, \dots, 1/\gamma_{Mj}\} = \text{diag}\{1/\gamma_j\}$ 。

接着求解贝叶斯参数 $\{\gamma_j, \beta\}$, 这里通过求解 $p(\gamma_j, \beta | \mathbf{Y}_{\cdot j})$ 的最大值得到。

由 $p(\gamma_j, \beta | \mathbf{Y}_{\cdot j}) \propto p(\gamma_j, \beta, \mathbf{Y}_{\cdot j})$, 于是有

$$\begin{aligned} p(\gamma_j, \beta, \mathbf{Y}_{\cdot j}) &= \int p(\mathbf{Y}_{\cdot j} | \mathbf{X}_{\cdot j}, \beta) p(\mathbf{X}_{\cdot j} | \gamma_j) \\ &\quad \cdot p(\gamma_j | a, b) p(\beta | a, b) d\mathbf{X}_{\cdot j} \\ &= \left(\frac{1}{\pi} \right)^N |\mathbf{C}_j|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{Y}_{\cdot j}^H \mathbf{C}_j^{-1} \mathbf{Y}_{\cdot j}\right) \\ &\quad \cdot \left[\prod_{i=1}^M \frac{b^a}{\Gamma(a)} \gamma_{ij}^{a-1} \exp(-b\gamma_{ij}) \right] \\ &\quad \cdot \frac{d^c}{\Gamma(c)} \beta^{c-1} \exp(-d\beta) \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\mathbf{C}_j = (\beta^{-1} \mathbf{I} + \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j}^{-1} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H)$ 。

再根据

$$p(\gamma, \beta, \mathbf{Y}) = \prod_{j=1}^L p(\gamma_j, \beta, \mathbf{Y}_{\cdot j}) \quad (20)$$

将式(19)代入至式(20), 取负对数并略去常数项后, 可以得到式(21)所示的优化函数:

$$\begin{aligned} \Omega &= -\lg p(\gamma, \beta, \mathbf{Y}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \lg |\mathbf{C}_j| + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \mathbf{Y}_{\cdot j}^H \mathbf{C}_j^{-1} \mathbf{Y}_{\cdot j} \\ &\quad - (a-1) \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^M \lg \gamma_{ij} + b \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^M \gamma_{ij} \\ &\quad - L(c-1) \lg \beta + Ld\beta \end{aligned} \quad (21)$$

注意到:

$$\begin{aligned} \lg |\mathbf{C}_j| &= \lg \left[|\boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j}^{-1}| \cdot |\beta^{-1} \mathbf{I}| \cdot |\boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j} + \beta \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A}| \right] \\ &= \lg \left[|\boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j}^{-1}| \cdot |\beta^{-1} \mathbf{I}| \cdot |\boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j}^{-1}| \right] \end{aligned} \quad (22)$$

再结合矩阵求逆公式:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_j^{-1} &= (\beta^{-1} \mathbf{I} + \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j}^{-1} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H)^{-1} \\ &= \beta \mathbf{I} - \beta \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H \beta \end{aligned} \quad (23)$$

可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{\cdot j}^H \mathbf{C}_j^{-1} \mathbf{Y}_{\cdot j} &= \beta \mathbf{Y}_{\cdot j}^H \mathbf{Y}_{\cdot j} - \beta \mathbf{Y}_{\cdot j}^H \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}_{\cdot j} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}^H \beta \mathbf{Y}_{\cdot j} \\ &= \beta \left\| \mathbf{Y}_{\cdot j} - \hat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}_{\cdot j} \right\|_2^2 + \boldsymbol{\mu}_{\cdot j}^H \boldsymbol{\Lambda}_{\cdot j} \boldsymbol{\mu}_{\cdot j} \end{aligned} \quad (24)$$

另外, 利用矩阵求导的性质:

$$\frac{\partial \lg |\mathbf{B}|}{\partial \boldsymbol{\omega}} = \frac{1}{|\mathbf{B}|} \cdot \frac{\partial |\mathbf{B}|}{\partial \boldsymbol{\omega}} = \text{tr} \left(\mathbf{B}^{-1} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right) \quad (25)$$

将式(22), 式(24), 式(25)代入式(21), 根据 $\frac{\partial \Omega}{\partial \gamma_i} = 0$

及 $\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = 0$ 得到 $\{\gamma_i\}$ 和 β ，具体求解过程如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma_{ij}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \lg |\mathbf{A}_j^{-1}|}{\partial \gamma_{ij}} + \frac{\partial \lg |\boldsymbol{\Sigma}_j^{-1}|}{\partial \gamma_{ij}} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} (\boldsymbol{\mu}_j^H \mathbf{A}_j \boldsymbol{\mu}_j) \\ &\quad - (a-1) \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} (\lg \gamma_{ij}) + b \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} (\gamma_{ij}) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma_{ij}} - \frac{\Sigma_{ii}}{\gamma_{ij}^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\mu_{ij}^* \mu_{ij}}{\gamma_{ij}^2} - (a-1) \frac{1}{\gamma_{ij}} + b \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{令 } u = b, v = 1/2 - (a-1), w = -(1/2)\Sigma_{ii} - (1/2)$$

$\mu_{ij}^* \mu_{ij}$ 。结合式(26)，可知 $\frac{\partial \Omega}{\partial \gamma_{ij}} = 0$ 等价于求解式(27)对应的一元二次方程。

$$u\gamma_{ij}^2 + v\gamma_{ij} + w = 0 \quad (27)$$

通过计算，得到 γ_{ij} 为

$$\gamma_{ij} = \frac{-v + \sqrt{v^2 - 4uw}}{2u} \quad (28)$$

这里舍去 γ_{ij} 的另外一个根，是因为参数 a, b, c, d 通常取很小的正数(本文取 $a = b = c = d = 10^{-6}$)，即 $-v < 0$ 所致。另外再由

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \left(\frac{\partial \lg |\beta^{-1} \mathbf{I}|}{\partial \beta} + \frac{\partial \lg |\boldsymbol{\Sigma}_j^{-1}|}{\partial \beta} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\sum_{j=1}^L \beta \|\mathbf{Y}_j - \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}_j\|_2^2 \right) \\ &\quad - L(c-1) \frac{\partial}{\partial \beta} (\lg \beta) + Ld \frac{\partial}{\partial \beta} (\beta) \\ &= -\frac{LN}{2\beta} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_j \mathbf{A}^H \widehat{\mathbf{E}}^H \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \|\mathbf{Y}_j - \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}_j\|_2^2 - L(c-1) \frac{1}{\beta} + Ld \end{aligned} \quad (29)$$

可得到噪声功率的倒数 β 为

$$\beta = \frac{\frac{LN}{2} + L(c-1)}{Ld - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_j \mathbf{A}^H \widehat{\mathbf{E}}^H \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \|\mathbf{Y}_j - \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}_j\|_2^2} \quad (30)$$

步骤 2 相位误差自校正 —— 固定 $\{\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma}, \beta\}$ ，求解 $\widehat{\mathbf{E}}$ 。

当获得目标参数 $\{\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma}, \beta\}$ 之后，再根据贝叶斯期望最大化准则来更新相位误差矩阵 $\widehat{\mathbf{E}}$ ，即

$$\frac{\partial \langle \ln [p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \widehat{\mathbf{E}}, \beta) p(\widehat{\mathbf{E}})] \rangle}{\partial \widehat{\mathbf{E}}} = 0 \quad (31)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示求均值操作。将式(10)和式(12)代入式(31)，取负对数并略去常数项，经整理可得

$$\frac{\partial \langle \|\mathbf{Y} - \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \mathbf{X}\|_2^2 \rangle}{\partial \widehat{\mathbf{E}}} = 0 \quad (32)$$

另外，根据式(6)对应的回波方程，不难看出式(33)成立。

$$\mathbf{Y}_i = \widehat{E}_{ii} \mathbf{A}_i \mathbf{X} \quad (33)$$

其中 \mathbf{Y}_i 和 \mathbf{A}_i 分别表示各自矩阵的第 i 行， $\widehat{E}_{ii} = e^{j\varphi_i}$ 为 \mathbf{E} 的第 i 个对角线元素。将式(33)代入式(32)，得到

$$\begin{aligned} &\langle \|\mathbf{Y} - \widehat{\mathbf{E}} \mathbf{A} \mathbf{X}\|_2^2 \rangle \\ &= \sum_{i=1}^N \left\{ \|\mathbf{Y}_i - \widehat{E}_{ii} \mathbf{A}_i \boldsymbol{\mu}_i\|_2^2 + \sum_{j=1}^L \text{tr}(\mathbf{A}_i^H \widehat{E}_{ii}^* \widehat{E}_{ii} \mathbf{A}_i \boldsymbol{\Sigma}_j) \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

再令 $E_{ii} = p_i + jq_i$ ，这里 p_i, q_i 分别为其实部和虚部。将其代入式(34)后对 p_i, q_i 分别求偏导，并令各偏导数等于 0，容易得出相位误差矩阵 $\widehat{\mathbf{E}}$ 的更新准则如式(35)所示。

$$\begin{aligned} \widehat{E}_{ii} &= e^{j\varphi_i} = p_i + jq_i \\ &= \frac{\mathbf{Y}_i \boldsymbol{\mu}_i^H \mathbf{A}_i^H}{\mathbf{A}_i \boldsymbol{\mu}_i \boldsymbol{\mu}_i^H \mathbf{A}_i^H + \sum_{j=1}^L \text{tr}(\mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i \boldsymbol{\Sigma}_j)} \end{aligned} \quad (35)$$

通过交替迭代更新步骤(1)和步骤(2)，即能实现对未知变量 $\{\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma}, \beta, \mathbf{E}\}$ 的迭代求解。由于 Type-II 最大似然求解方法能保证局部最优解，因此相关参数的估计值随着迭代次数的增加是逐渐减小的。迭代终止的条件为：“循环次数达到预先设定的值”或“相邻两次成像结果不再有较大变化”。

4 仿真结果与分析

下面通过仿真验证所提算法应用于存在相位误差下的 ISAR 高分辨率成像的有效性。并将成像结果和传统 RD 成像方法、经典自聚焦方法中的最小熵(MEM)^[12]以及基于 l_1 范数的自聚焦方法(L1-Based)^[9]进行对比，进而阐述本文算法的优越性。

实验数据是基于美国 Naval Research Lab 提供的 MIG25 数据，该数据采用频率步进信号，中心频率为 9 GHz，带宽为 512 MHz，共有 512 个脉冲序列(对应慢时间)，每个脉冲包含 64 个脉冲采样(对应快时间)。另外该数据已经过包络对齐和运动补偿处理，且具有较高的信噪比。这里选取了其中前 64 个脉冲序列和 64 个脉冲采样作为基础数据进行实验。

实验 1 不同 SNR 情形下各方法的成像结果对比 图 3 是在基础数据中添加随机相位误差和高斯噪声，各方法的成像结果对比，其中随机相位误差幅度浮动在 $(-\pi/4 \sim \pi/4)$ 。第 1 列是 RD 方法成像结果。由于该方法没有考虑因相位误差引起的回波

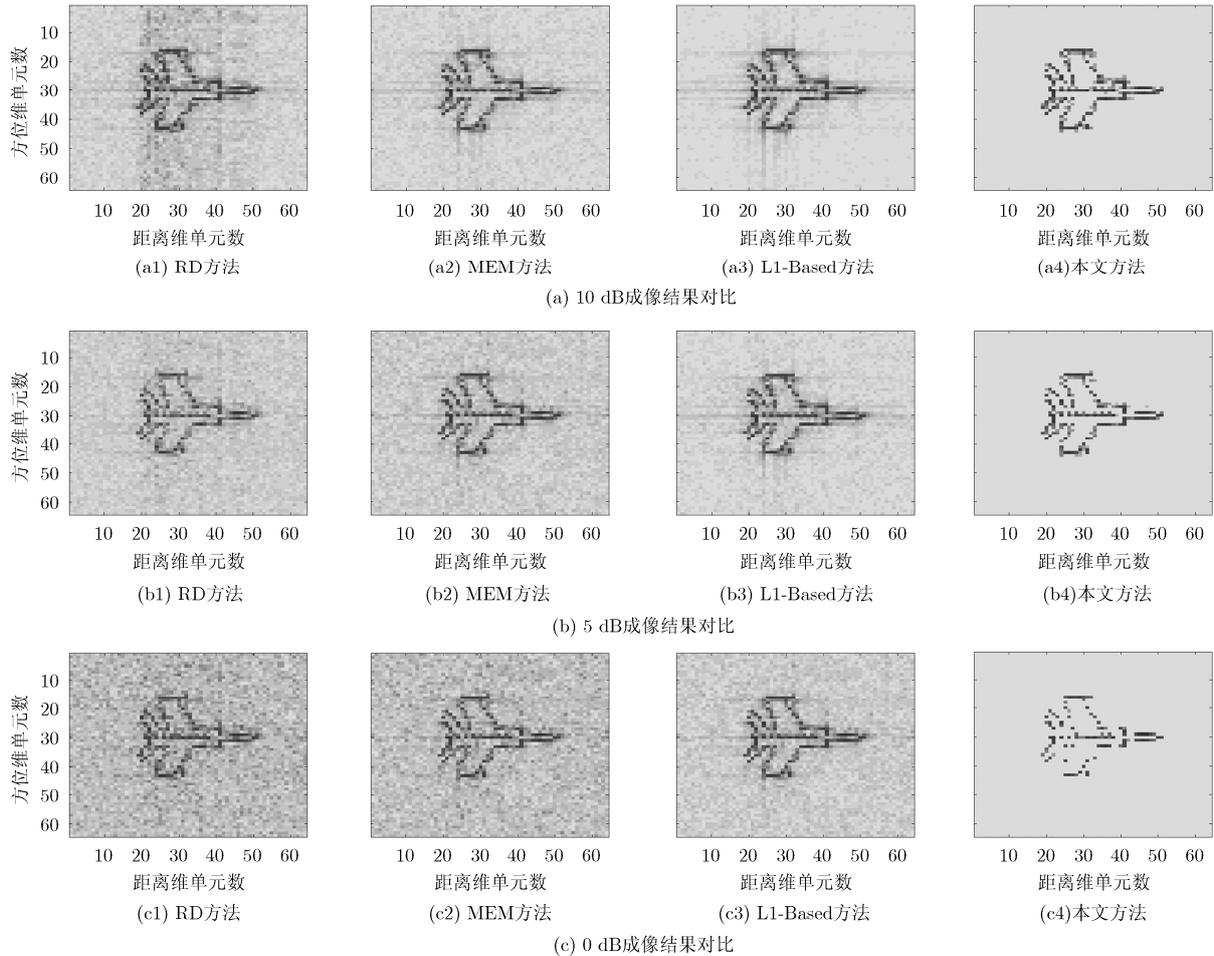


图3 随机相位误差的幅度浮动在 $(-\pi/4 \sim \pi/4)$ 时, 各方法在不同 SNR 下的成像结果

测量值与观测矩阵的失配现象, 所以反演结果最差, 并且出现了很多“虚像”; 第2列为 MEM 方法成像结果, 可见在 SNR 较高时, MEM 方法具有较好的成像结果, 但随着 SNR 下降, 其自聚焦性能有较大幅度的恶化; 第3列和第4列分别为 L1-Based 方法和本文方法的自聚焦结果。容易看出, 这2种方法在 SNR 较低时仍具有良好的自聚焦成像能力, 但相比而言, 本文方法成像效果最好, 且几乎没有“虚像”, 更利于后续的目标特征提取及识别。这是因为本文方法对目标建立了级联形式的稀疏先验模型, 相比基于 l_1 范数约束的传统稀疏模型, 具有更好的对 l_0 范数近似度, 可以表征更稀疏的目标信息。另外它基于贝叶斯压缩感知技术, 充分利用了“目标、噪声及相位误差”的统计先验信息, 在噪声环境中尤其是低 SNR 情形下具有更好的自适应性和更稳健的参数估计精度。

实验2 不同自聚焦成像方法的相位提取精度及成像性能对比 定义相位误差提取精度和图像熵分别为

$$\left. \begin{aligned} \rho_E &= \|\mathbf{E}_{\text{ori}} - \mathbf{E}_{\text{est}}\|_F \\ \text{En}(\mathbf{X}) &= \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^L p(m, j) \lg p(m, j) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

这里 \mathbf{E}_{ori} , \mathbf{E}_{est} 分别为原始和估计的相位误差, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵 Frobenius 范数, $p(m, j) = X^2(m, j)$

$\left/ \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^L X^2(m, j) \right.$ 。表1给出了图3中3种自聚焦成像方法的相位提取精度和图像熵的计算结果。可见本文方法的相位误差提取精度优于另外两种方法, 同时图像熵也小于另外两种方法, 表明了采用本文方法可以获得更好的聚焦性能和成像质量。图4则展示了图3中2种 ISAR CS 自聚焦方法的计算

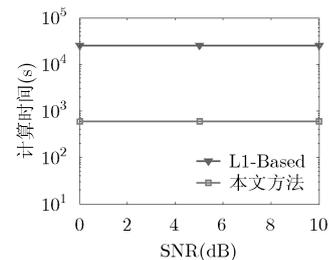


图4 L1-Based 方法和本文方法的计算时间对比

表 1 3 种自聚焦成像方法在图 4 情形下的相位提取精度及成像性能对比

成像时的 SNR(dB)		成像方法		
		MEM(dB)	L1-Based(dB)	本文方法(dB)
10	相位误差提取精度图像熵	0.1375	0.0157	-0.1363
		0.7753	0.7606	0.7232
5	相位误差提取精度图像熵	0.1790	0.0318	-0.0108
		0.8287	0.8135	0.6846
0	相位误差提取精度图像熵	0.2315	0.1483	0.0317
		0.8697	0.8578	0.6433

时间对比结果。容易看出，本文方法(针对 MMV 成像问题)的计算效率远高于 L1-Based 方法(针对 SMV 成像问题)。

实验 3 不同形式相位误差情形下，所提自聚焦成像方法性能验证 实验 1 和实验 2 均以随机相位误差作为仿真条件，实验 3 则给出了基于其他相位误差模式和不同的 SNR 情形，采用本文方法取得的自聚焦结果对比。图 5(a), 5(b)分别是在二次相位误差及正余弦相位误差下的成像结果。可以看出，本文方法在其他相位误差模式下也能获得较好的成像效果，并且在较低 SNR 下仍然适用。

5 结论

在 ISAR 图像稀疏特性(即传统稀疏先验信息)的基础上，本文进一步利用了目标图像的结构信息——基于目标图像的“行稀疏”及“列稀疏”特性，将 ISAR CS 自聚焦成像转化为 MMV 优化问题的求解，提出了一种基于贝叶斯压缩感知的成像方法。所提方法充分利用了目标参数、相位误差及噪声模型的统计信息，可以取得较好的成像结果。另外与传统 CS 自聚焦方法相比，所提方法具有较低的运算复杂度。

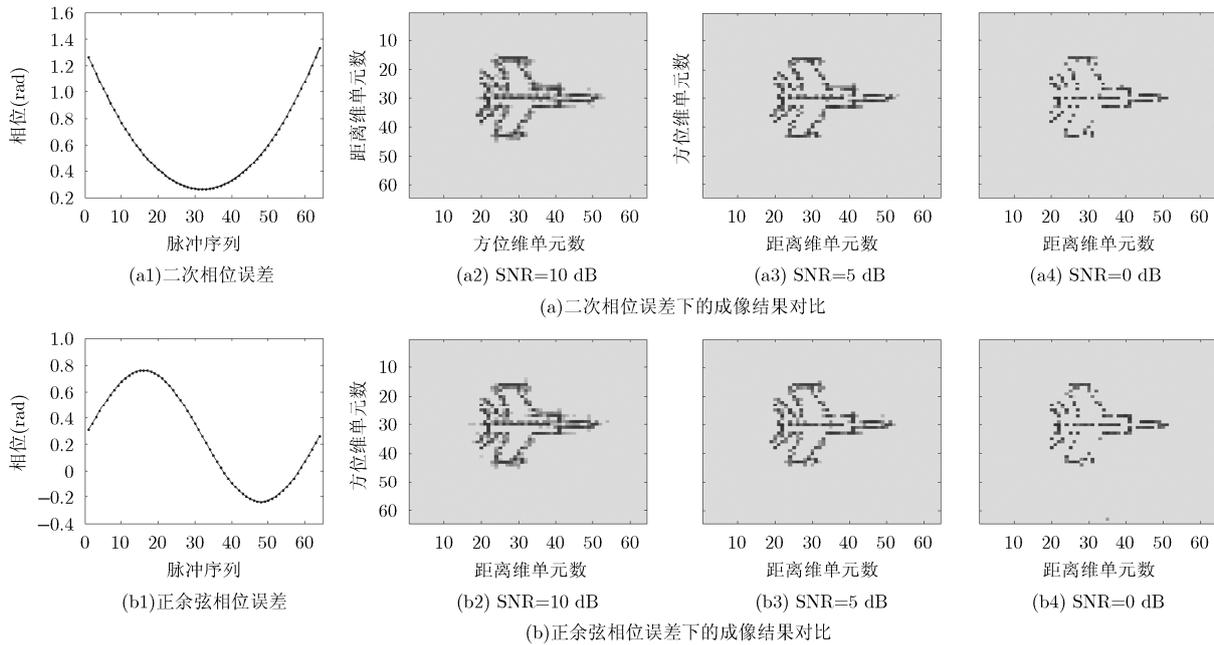


图 5 本文方法在不同相位误差情形下的成像性能验证

参考文献

[1] Brisken S and Martella M. Multistatic ISAR autofocus with an image entropy-based technique[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2014, 29(7): 30-36.

[2] Lü Jie-qin, Huang Lei, Shi Yun-mei, et al. Inverse synthetic aperture radar imaging via modified smoothed l_0 norm[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13: 1235-1238.

[3] 吴敏, 邢孟道, 张磊. 基于压缩感知的二维联合超分辨 ISAR 成像算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(1): 187-193.

Wu Ming, Xing Meng-dao, and Zhang Lei. Two dimensional

- joint super-resolution ISAR imaging algorithm based on compressive sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(1): 187-193.
- [4] Odendaal J W, Barnard E, and Pistorius C W I. Two-dimensional superresolution radar imaging using the MUSIC algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1994, 42(10): 1386-1391.
- [5] Zhang Lei, Xing Meng-dao, Qiu Cheng-wei, et al. Achieving higher resolution ISAR imaging with limited pulses via compressed sampling[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2009, 6(3): 567-571.
- [6] Rao Wei, Li Gang, Wang Xi-qin, et al. Adaptive sparse recovery by parametric weighted l_1 minimization for ISAR imaging of uniformly rotating targets[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2013, 6(2): 942-952.
- [7] 成萍, 司锡才, 姜义成, 等. 基于稀疏贝叶斯学习的稀疏信号表示 ISAR 成像方法[J]. *电子学报*, 2008, 36(3): 547-550.
Cheng Ping, Si Xi-cai, Jiang Yi-cheng, et al. Sparse signal representation ISAR imaging method based on sparse Bayesian learning[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(3): 547-550.
- [8] Liu Hong-chao, Jiu Bo, Liu Hong-wei, et al. Superresolution ISAR imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(8): 5005-5013.
- [9] Onhon N O and Cetin M. A sparsity-driven approach for joint SAR imaging and phase error correction[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(4): 2075-2088.
- [10] 徐刚, 包敏, 李亚超, 等. 基于贝叶斯估计的高精度 ISAR 成像[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(11): 2382-2388.
Xu Gang, Bao Min, Li Ya-chao, et al. High precision ISAR imaging via Bayesian statistics[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(11): 2382-2388.
- [11] Wahl D E, Eichel P H, Ghiglia D C, et al. Phase gradient autofocus-a robust tool for high resolution SAR phase correction[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(3): 827-835.
- [12] Li Xi, Liu Guo-sui, and Ni Jin-lin. Autofocusing of ISAR images based on entropy minimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(4): 1240-1252.
- [13] Tzagkarakis G, Achim A, Tsakalides P, et al. Joint reconstruction of compressively sensed ultrasound RF echoes by exploiting temporal correlations[C]. Proceedings of the IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging, San Francisco, 2013: 632-635.
- [14] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2001(1): 211-244.
- [15] Babacan S D, Molina R, and Katsaggelos A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(1): 53-63.
- [16] Du Xiao-yong, Duan Chong-wen, and Hu Wei-dong. Sparse representation based autofocusing technique for ISAR images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(3): 1826-1835.
- [17] Chen C C and Andrews H C. Target-motion-induced radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1980, AES-16(1): 2-14.
- [18] Liu Hong-chao, Jiu Bo, Liu Hong-wei, et al. Superresolution ISAR imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(8): 5005-5013.
- 王天云: 男, 1986 年生, 博士生, 研究方向为分布式雷达稀疏成像技术、压缩感知。
- 陆新飞: 男, 1990 年生, 博士生, 研究方向为高分辨雷达成像、压缩感知。
- 孙 麟: 男, 1990 年生, 博士生, 研究方向为 ISAR 成像、阵列信号处理。
- 陈 畅: 男, 1979 年生, 讲师, 研究方向为微波与毫米波技术、雷达信号处理。
- 陈卫东: 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达系统理论与技术、雷达信号处理、微波与毫米波技术。