阵列通道不一致性误差快速有源校正算法

张 柯^① 程菊明^① 付 进^{*②} ^①(许昌学院信息工程学院 许昌 461000) ^③(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

摘 要:针对阵列通道不一致性引起的幅相误差校正问题,基于多级维纳滤波器(MSWF),该文提出幅相误差快速 校正的简化的多级维纳滤波器(SMSWF)算法。SMSWF 算法利用校正源的方位和波形信息对阵列幅相参数进行估 计,无需估计协方差矩阵和进行特征值分解,大大地减小了计算量,且具有与特征分解方法相同的幅相参数估计性 能。研究发现,单个信源入射到阵列且信源波形已知时,SMSWF 算法获得的信号子空间等价于特征分解法得到的 信号子空间,这表明 SMSWF 算法能够替代特征分解法,从而极大减小基于特征分解法的信号处理方法的计算量。 大量计算机仿真和消声水池试验验证了 SMSWF 算法的优越性能。 关键词:信号处理;阵列校正;有源校正;幅相误差;多级维纳滤波器 中图分类号: TN911.7

DOI: 10.11999/JEIT141651

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2015)09-2110-07

Fast Active Error Calibration Algorithm for Array Chanel Uncertainty

 ${\rm Zhang}\;{\rm Ke}^{\mathbb{T}}\qquad{\rm Cheng}\;{\rm Ju-ming}^{\mathbb{T}}$ Fu Jin²

⁽¹⁾(School of Information Engineering, Xuchang University, Xuchang 461000, China)

⁽²⁾ (College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Aiming the error calibration for the array channel uncertainty, a new fast algorithm named Simplified Multi-Stage Wiener Filter (SMSWF) based on the Multi-Stage Wiener Filter (MSWF) is proposed. The SMSWF takes the advantages of the DOA and the waveform of the cooperative source to estimate the gain and the phase factors, and it does not need to estimate the covariance matrix and the eigendecomposition operations. Compared with the eigendecomposition algorithm, the SMSWF has the same performance for estimating gain and phase factors while greatly reduce the complexity. The researches show that if a single source with a known waveform incidence on the array, the signal subspaces obtained by the SMSWF and one obtained by the eigendecomposition are equipollent, which demonstrate that the SMSWF is able to replace the eigendecomposition. The complexity of signal processing methods based on the eigendecomposition can greatly be reduced by replacing the eigendecomposition with the SMSWF. The extensive computer simulations and experiment in anechoice water tank show the superiori performance of the proposed algorithm.

Key words: Signal processing; Array calibration; Active calibration; Gain and phase errors; Multi-Stage Wiener Filter (MSWF)

引言 1

在测向系统中,生产工艺、安装误差以及平台 扰动等使传感器阵列产生幅相误差、阵元位置误差 以及互耦现象,这将导致实际的阵列导向矢量与理 想的阵列导向矢量有所不同。在这种情况下,常规的 高分辨波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计技 术,诸如最小方差无畸变响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR^[1]),多重信号分类

(MUltiple SIgnal Classification, MUSIC^[2]), 旋转不 变子空间(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique, ESPRIT^[3])和最 大似然(Maximum Likelihood, ML^[4])等算法的测向 性能将严重下降甚至失效。因此,在使用传感器阵 列进行 DOA 估计之前,阵列误差的校正工作是不 可或缺的。

在阵列误差校正领域,众多国内外学者对阵列 通道不一致所引起的幅相误差校正问题进行了深入 的研究^[5-11]。文献[5]分析了通道幅相误差对 MUSIC 算法空域谱及分辨性能的影响,推导了存在幅相误 差时 MUSIC 算法空域谱的一阶统计表达式,揭示

²⁰¹⁴⁻¹²⁻²⁹ 收到, 2015-03-31 改回, 2015-06-11 网络优先出版 国家自然科学基金(51209059, 51279043)资助课题 *通信作者: 付进 zhangke1127@126.com

了幅相误差对 MUSIC 算法空域谱影响的机理。文 献[6]提出了一种基于独立成分分析法(Independent Component Analysis, ICA)的幅相误差盲校正算 法,该算法需要较大的计算量且要求入射信源为非 高斯信号。文献[7]利用阵列协方差矩阵同一对角线 元素之间的幅相关系,提出了一种优化的幅相误差 自校正算法,但该算法仅适用于线性阵列。文献[8] 利用阵列输出矩阵及其共轭矩阵的 Hadamard 积构 成新的协方差矩阵,并对其进行特征分解从而实现 了幅相误差和 DOA 的联合估计,该算法无需迭代, 避免了参数估计的局部收敛。与文献[8]原理相同, 文献[9]利用阵列输出协方差矩阵及其共轭的 Hadamard 积构造新的协方差矩阵, 然后由特征分 解得到阵列幅相参数的估计值。与文献[7]相比,该 方法拥有更高的阵列幅相参数估计精度,却需要更 大的运算量。以上两种方法具有相同的应用条件: 信源数目需大于 2 且不适用于线性阵列。上述几种 算法都属于自校正算法,它们都需要较大的计算量 和严格的限制条件,在实际工程应用中,有源校正 算法由于计算量小、适用条件广仍然是最有效的校 正手段。文献[10]提出了一种基于特征分解的实用的 有源校正算法,该方法具有较高的阵列幅相参数估 计精度,且在外场试验中得到了验证,但该方法需 要较多的校正源且校正过程较为复杂。文献[11]提出 了一个命名为传统数据模型估计算法(Estimation Algorithm for the Conventional Data Model, EACDM)的幅相误差有源校正算法。与其它有源校 正算法相同,该算法也只利用了校正源的方位信息, 在保证高精度参数估计性能的同时减小了计算量, 但是由推导过程可以看出,该算法受信噪比和增益 误差的影响很大,在信噪比较低或增益误差较大时, 该算法的幅相参数估计性能将严重下降。

考虑有源校正为人工设置的信号源,可同时获 得校正源的方位信息和波形信息,本文结合多级维 纳滤波器^[12-14](MSWF),提出一种简化的阵列幅相 误差快速校正的算法(SMSWF),与 EACDM 算法 相比,SMSWF 算法拥有更高的参数估计精度且计 算量更小,其参数估计性能与特征分解法^[15]基本相 当。计算机仿真表明,单个已知信号波形的信号源 入射到阵列时,SMSWF 算法与特征值分解法有着 相同的信号子空间估计能力。

2 阵列输出模型

假设 M 个标量传感器以间距 d 排列成线形阵列,放置于各向同性的噪声环境中,在以阵列轴线的法线为参考的 $\theta_k(k = 1, 2, \dots, K)$ 方向有 K 个波长

为λ的远场窄带平面波入射。假设阵列的位置误差 及互耦现象已被校正,即阵列只存在幅相误差,则 阵列的输出模型为

$$\mathbf{X}(t) = \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t)$$
(1)

式中, $X(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_M(t)]^T 为 M \times 1 维观测$ 的数据向量, $S(t) = [\mathbf{s}_1(t), \mathbf{s}_2(t), \dots, \mathbf{s}_K(t)]^T$ 为零均值 复高斯信号向量, $N(t) = [\mathbf{n}_1(t), \mathbf{n}_2(t), \dots, \mathbf{n}_M(t)]^T$ 为 $M \times 1$ 维零均值高斯白噪声向量。 $A(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1),$ $\mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为理想的阵列流型导向矢量, 其中 $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\omega_i}, e^{-j2\omega_i}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_i}]^T$, $\omega_i = 2\pi d \sin(\theta_i)$ $/\lambda$, 定义 Γ 为包含幅相信息的 $M \times M$ 维对角矩阵:

$$\mathbf{I} = \operatorname{diag}(I_1, I_2, \cdots, I_M)$$
$$= \operatorname{diag}(g_1 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1}, g_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2}, \cdots, g_M \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_M})$$
(2)

式中, $g_i \ \pi \varphi_i \ (i = 1, 2, \dots, M) \ \mathcal{H}$ 表示第 $i \ \mathcal{H}$ 下元的 增益和相位。本文中,信号与噪声相互独立。

3 MSWF 简介及 SMSWF 算法的提出

3.1 MSWF 快速求解信号子空间

多级维纳滤波器^[11]是一种有效的降维滤波技术,其在最小均方误差的意义下得到维纳霍夫方程的渐近最优解而无需协方差矩阵的求逆。由式(1)可得阵列输出的协方差矩阵为:

$$\boldsymbol{R} = \mathbf{E} \left[\boldsymbol{X}(t) \boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t) \right] \tag{3}$$

而 Wiener-Hoof 方程 $\mathbf{R} \mathbf{W}_{wf} = \mathbf{r}_{xd}$ 的渐进最优解为 $\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}_{xd}$,其中 \mathbf{r}_{xd} 为观测数据 $\mathbf{X}(t)$ 与期望信号 $\mathbf{d}_0(t)$ 的互相关矢量:

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{xd}} = \mathrm{E} \left| \boldsymbol{X}(t) \boldsymbol{d}_{0}^{\mathrm{H}}(t) \right| \tag{4}$$

式中, $d_0(t)$ 为 MSWF 算法中的期望信号。MSWF 的递推过程等价于在 Krylov 子空间 $\kappa^m(\mathbf{R}_x, \mathbf{r}_{xd})$ 求解 Wiener-Hopf 方程, 经 M 级递推得到的各级匹配滤 波器构成了 M 维 Krylov 子空间 $\kappa^m(\mathbf{R}_x, \mathbf{r}_{xd})$ 的一组 标准基。基于相关相减的 MSWF 是一种有效的多级 维纳滤波结构,其迭代过程为

步骤1 初始化 $d_0(t)$ 和 $y_0(t)$;

步骤 2 前向递推: 令
$$i = 1, 2, \dots, M$$
;

$$\boldsymbol{h}_{i} = \mathbf{E} \left[\boldsymbol{d}_{i-1}^{\mathrm{H}}(t) \boldsymbol{y}_{i-1}(t) \right] / \left\| \mathbf{E} \left[\boldsymbol{d}_{i-1}^{\mathrm{H}}(t) \boldsymbol{y}_{i-1}(t) \right] \right\|_{2}$$

$$d_i(k) = h_i^{\text{H}} y_{i-1}(t); \ y_i(t) = y_{i-1}(t) - h_i d_i(t)$$

式中, *d*₀(*t*) 为训练信号或参考信号, *y*₀(*t*) 为阵列输出,这种结构的 MSWF 每级的运算量仅为 *O*(*MN*)(其中*M* 为滤波器长度,*N* 为快拍数)。多级 维纳滤波器已经被应用于实际的工程中^[16],文献[17] 把多级维纳滤波器运用到阵列测向技术中,并证明: 在给定某一期望信号的条件下,通过多级维纳滤波 器可得到信号子空间和噪声子空间:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Phi}_{s} &= \operatorname{span}\left\{\mathbf{h}_{1}, \mathbf{h}_{2}, \cdots, \mathbf{h}_{K}\right\} \\ \mathbf{\Phi}_{n} &= \operatorname{span}\left\{\mathbf{h}_{K+1}, \mathbf{h}_{K+1}, \cdots, \mathbf{h}_{M}\right\} \end{aligned}$$
(5)

式中, h_1, h_2, \dots, h_M 为维纳滤波器的各级匹配滤波器。

3.2 SMSWF 算法的提出

在阵列的远场处放置一个窄带校正源 $S_{s}(t)$,其 相对于阵列的方位是 θ_{s} ,则阵列导向矢量为

$$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}}) = \begin{bmatrix} 1, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}, \ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}, \cdots, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(M-1)\omega} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(6)

式中, $\omega = 2\pi d \sin(\theta_s) / \lambda$, 阵列的输出为 $\boldsymbol{X}(t) = \boldsymbol{A}(\theta_s) \boldsymbol{S}_s(t) + \boldsymbol{N}(t)$ (7)

式中,

$$\boldsymbol{A}(\theta_{\rm s}) = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{a}_{\rm s}(\theta) \tag{8}$$

若同时获得校正源的方位及波形信息,取期望 信号 $d_0(t) = S_s(t), y_0(t) = X(t), 则多级维纳滤波器$ 的迭代过程可化简为

$$\boldsymbol{h} = \mathrm{E} \left[\boldsymbol{X}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right] / \left\| \mathrm{E} \left[\boldsymbol{X}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right] \right\|_{2}$$
(9)

由式(5)知,

$$\boldsymbol{\Phi}_{s} = \operatorname{span}\{\boldsymbol{h}\} = \operatorname{span}\{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_{s})\}$$
(10)

为进一步探究 $h 和 A(\theta_s)$ 之间的关系,对式(9)进行推导:

$$\mathbf{E} \left[\boldsymbol{X}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right] = \mathbf{E} \left[(\boldsymbol{A}(\theta_{\mathrm{s}}) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}(t) + \boldsymbol{N}(t)) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right]$$

$$= \boldsymbol{A}(\theta_{\mathrm{s}}) \mathbf{E} \left[\boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right] + \mathbf{E} \left[\boldsymbol{N}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right]$$

$$= \boldsymbol{A}(\theta_{\mathrm{s}}) \mathbf{E} \left[\boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}(t) \boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}(t) \right] = \boldsymbol{A}(\theta_{\mathrm{s}}) \sigma_{\mathrm{s}}^{2} \qquad (11)$$

式中,
$$\sigma_{s}^{2}$$
为信号 $\mathbf{S}_{s}(t)$ 的功率, 由式(11)可得

$$\|\mathbf{E}[\mathbf{X}(t)\mathbf{S}_{s}^{\mathrm{H}}(t)]\|_{2} = \sqrt{(\mathbf{A}(\theta_{s})\sigma_{s}^{2})^{\mathrm{H}}\mathbf{A}(\theta_{s})\sigma_{s}^{2}}$$

$$= \sigma_{s}^{2}\sqrt{\mathbf{A}^{\mathrm{H}}(\theta_{s})\mathbf{A}(\theta_{s})}$$

$$= \sigma_{s}^{2}\sqrt{(\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}_{s}(\theta))^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}_{s}(\theta)}$$

$$= \sigma_{s}^{2}\sqrt{\mathbf{a}_{s}^{\mathrm{H}}(\theta)\mathbf{\Gamma}^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}_{s}(\theta)}$$

$$= \sigma_{s}^{2}/\sqrt{M(g_{1}^{2}+g_{2}^{2}+\dots+g_{M}^{2})} \quad (12)$$
由式(8)、式(9)、式(11)和式(12)可得

$$\boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{A}(\theta_{\mathrm{s}})}{\sqrt{M\left(g_{1}^{2} + g_{2}^{2} + \dots + g_{M}^{2}\right)}}$$
$$= \frac{\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{a}_{\mathrm{s}}(\theta)}{\sqrt{M\left(g_{1}^{2} + g_{2}^{2} + \dots + g_{M}^{2}\right)}}$$
(13)

式(13)表明, $h 和 A(\theta_s)$ 成正比, 且比例系数是一个 与阵元数目及阵元增益有关的量。

设 \overline{h} 为h归一化后的值,则由式(13)可得第 i($i = 1, 2, \dots, M$)个阵元 Γ_i 的估计值:

$$\widehat{\Gamma}_{i} = \frac{\overline{h}_{i}}{a_{i}(\theta_{s})} \tag{14}$$

其中 \bar{h}_i 和 $a_i(\theta_s)$ 分别为向量 \bar{h} 和 $a(\theta_s)$ 中的第i个元素,由式(14)可得增益和相位的估计值为:

$$\hat{g}_i = \left| \widehat{\Gamma}_i \right| \tag{15}$$

$$\hat{\varphi}_i = \arg\left(\widehat{\Gamma}_i\right) \tag{16}$$

其中, *i* = 1,2,…,*M*。运用得到的幅相误差估计值即可对阵列进行校正。

式(11)中,由于信号与噪声相互独立,可得到 $E[\boldsymbol{N}(t)\boldsymbol{S}_{s}^{H}(t)]=\boldsymbol{0}_{M\times 1}, \ \boldsymbol{0}_{M\times 1}$ 为 $M\times 1$ 维零矩阵,在实 际情况中,由于快拍数有限,信号与噪声不可能绝 对独立,故 $E[N(t)S_s^H(t)]$ 是一个接近于 $\mathbf{0}_{M\times 1}$ 的值, 并且随着信噪比的增大和快拍数的增加趋于 $\mathbf{0}_{M\times 1}$, 故 SMSWF 算法的性能依旧会受到信噪比和快拍数 的影响。由式(9)可以看出, SMSWF 算法无需计算阵 列协方差矩阵及进行特征分解运算,计算量仅为 O(MN),而 EACDM 算法和特征分解法的计算量分 别为O(3MN)和 $O(M^2N + 4M^3/3)^{[11]}$,故SMSWF 算法对硬件的要求更低,更易于工程实现。另外, 类似于特征分解法, SMSWF 算法也可使用 3 个不 同时出现的校正源(disjoint)对阵列的幅相误差和阵 元位置误差进行联合校正。相比于 EACDM 算法和 特征分解法只利用校正源的空域信息, SMSWF 算 法同时利用了校正源的空域信息和时域信息,这使 得 SMSWF 算法计算量大为减小,同时拥有良好的 参数估计性能。

4 计算机仿真

在以下仿真实验中, 假设 1 个标量阵列沿 *x* 轴 以 *d* = $\lambda/2$ 等间距布放, 阵元个数为 8, 校正源的中 心频率为 2000 Hz, 带宽为 40 Hz 的窄带高斯信号, 方位为 30°, 设第 1 个阵元为参考阵元, 其增益和相 位分别为 *g*₁ = 1和 *φ*₁ = 0, 阵列增益误差为 20%(相 对于单位增益), 即 *g*_i(*i* = 2,3,...,8) 服从(0.8,1.2)内的 随机分布, 相位 *φ*_i(*i* = 2,3,...,8) 服从(-1,1) rad 内的 随机分布。

在表1和表2中,信噪比为20dB,快拍数为200,3种算法的阵列增益和相位估计结果与真实值如表中所示,从表中可以看出,SMSWF算法与特征值分解法有着相似甚至相同的估计偏差,而EACDM算法的估计误差较大。

假设 3 个相互独立的等功率远场窄带信号入射 到阵列,入射角度分别为^{15°},^{20°}和^{60°},信噪比为 20 dB,快拍数为 200,对未校正和运用 3 种算法校 正后的阵列使用 MUSIC 算法做空间谱估计,结果 如图 1 所示。从图中可以看出,未校正时,MUSIC 算法性能很差,不能分辨出两个角度相近的信号,

阵元	真值	EACDM		特征分解法		SMSWF	
		估值	偏差	估值	偏差	估值	偏差
1	1.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
2	0.8051	0.8490	0.0439	0.8055	0.0004	0.8053	0.0002
3	0.9536	0.9717	0.0181	0.9511	0.0025	0.9511	0.0025
4	1.0732	1.0662	0.0070	1.0648	0.0084	1.0648	0.0084
5	0.8371	0.8558	0.0187	0.8388	0.0017	0.8386	0.0015
6	0.8141	0.8634	0.0493	0.8077	0.0064	0.8087	0.0054
7	1.0450	1.0642	0.0129	1.0486	0.0036	1.0487	0.0037
8	1.0434	1.0650	0.0216	1.0359	0.0075	1.0357	0.0077

表1 增益的真实值和估计值

表 2 相位的真实值和估计值(rad)

阵元	真值	EACDM		特征分解法		SMSWF	
		估值	偏差	估值	偏差	估值	偏差
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.9685	-0.9809	0.0124	-0.9649	0.0036	-0.9653	0.0032
3	-0.9673	-0.9776	0.0103	-0.9618	0.0055	-0.9626	0.0047
4	-0.6199	-0.6087	0.0112	-0.6027	0.0172	-0.6029	0.0170
5	0.1738	0.1692	0.0042	0.1747	0.0009	0.1740	0.0002
6	-0.8848	-0.9066	0.0118	-0.8730	0.0118	-0.8733	0.0115
7	-0.2649	-0.2760	0.0111	-0.2544	0.0105	-0.2546	0.0103
8	0.2629	0.2893	0.0264	0.2699	0.0070	0.2696	0.0067







且方位估计值存在较大的偏差。使用 SMSWF 算法 和特征分解法校正后的 MUSIC 空间谱几乎完全相 同,优于 EACDM 算法。图 1(b)是图 1(a)中 G 处的 放大图,由图中可以看出,使用 SMSWF 算法和特 征分解法校正后,MUSIC 算法能够准确的估计出信 号的方位,而运用 EACDM 算法校正后的方位估计 结果存在 0.1°的偏差。为比较 3 种算法的幅相参数 估计性能,定义增益和相位估计值的均方根误差分 别为

$$\text{RMSE}_g = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{\Omega} \sum_{i=1}^{M} \left(\hat{g}_i^j - g_i \right)^2} \tag{17}$$

$$\text{RMSE}_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{\Omega} \sum_{i=1}^{M} \left(\hat{\varphi}_{i}^{j} - \varphi_{i}\right)^{2}}$$
(18)

其中, Ω 为 Monte Carlo 次数, $\hat{g}_i^j 和 \hat{\varphi}_i^j$ 分别为第 j 次运算中第 i 个阵元的增益和相位估计值, 取 Ω 为 200。

图 2 表示不同信噪比条件下增益和相位参数估 计的均方根误差随快拍数的变化曲线图,其中,横



图 2 幅相参数估计的均方根误差随快拍数的变化曲线

轴为快拍数,从20,间隔30,变化到320。从图中 可以看出,SMSWF 算法与特征分解法的幅相估计 的均方根误差曲线几乎重叠在一起,而EACDM算 法与SMSWF算法与特征分解法相比,其幅相参数 估计的均方根误差较大,且信噪比越低,它们之间 的差值就越大。这表明SMSWF算法与特征分解法 拥有几乎相同的幅相参数估计能,远优于EACDM 算法。

为了评价 SMSWF 算法和特征分解法获取信号 子空间与理想的噪声子空间的正交性,定义两种算 法的子空间正交系数如式(19)和式(20)所示。

$$\eta_{\rm SMSWF} = \left\| \boldsymbol{h}^{\rm H} \boldsymbol{V}_{\rm n} \right\|_{2} \tag{19}$$

$$\eta_{\rm EIG} = \left\| \boldsymbol{U}_{\rm s}^{\rm H} \boldsymbol{V}_{\rm n} \right\|_2 \tag{20}$$

式中, U_{s} 和 V_{n} 分别为实际协方差矩阵和理想协方差 矩阵特征值分解后得到的信号子空间和噪声子空 间。其中理想协方差矩阵为无噪声时的阵列协方差 矩阵,理想的子空间正交系数为 $\eta_{ideal} = 0$,子空间 正交系数的均方根误差定义为

$$\text{RMSE}_{\eta} = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \sum_{i}^{\Omega} \left(\hat{\eta}_{i}\right)^{2}}$$
(21)

图 3 分别为子空间正交系数均方根误差随快拍数和信噪比的变化曲线图, Monte Carlo次数为100, 图 3(b)中, 快拍数为200。从图中可以看出, SMSWF 算法与特征分解法子空间正交系数的均方根误差随 信噪比和快拍数的增加而减小, 在相同的信噪比和 快拍数的情况下, SMSWF 算法与特征值分解法的 子空间正交系数均方根误差基本相同, 这表明 SMSWF 算法获取的信号子空间等价于特征分解法 得到的信号子空间, 故两种算法对幅相参数的估计 性能基本相同。上述仿真结果表明, 若校正源波形 已知, 单源或分时工作信源阵列误差校正的特征分 解过程均可由 SMSWF 算法替代。

5 消声水池试验

2013 年 12 月,在哈尔滨工程大学消声水池使 用 6 元声压均匀线阵进行了幅相误差校正试验。使 用丹麦 BK 公司生产的 8103 型标准声压水听器组成 声压阵,阵元间距为 0.075 m,声压阵与声源均处于 水下 2 m,声源是频率为 10 kHz 的单频信号,采 样频率为 51.2 kHz,声源与阵中心相距约 11 m。阵 列校正过程如下:设定校正源的方位为 60°,快拍数 为 100,信噪比约为 40 dB,取参考阵元的输出作为 信号的波形信息,然后使用特征分解法和 SMSWF 算法分别对声压阵进行校正。使用未校正的阵列和 校正后的阵列,对方位为 3°的声源测向,结果如图 4 所示。

在图 4 中,目标相对于声压阵的方位为 3°。未 校正时,声压阵 MUSIC 谱线的峰值高度仅为 8.5 dB,方位估计值为 5°;经过特征分解法和 SMSWF 算法校正后声压阵的 MUSIC 谱线基本重合,校正 后,MUSIC 谱线峰值高度达到了 15.5 dB,且方位 估计值为 3°。以上水池试验结果表明,SMSWF 算 法与特征分解法有着几乎相同的阵列校正性能,这 与计算机仿真结果一致。

6 结束语

作为阵列信号处理的预处理过程,基于特征分 解法的幅相误差有源校正算法计算量过大,不利于 阵列信号处理的后续处理,本文提出一种快速实现 阵列幅相误差校正的 SMSWF 算法。SMSWF 算法 计算量小,同时具有与特征分解法相同的幅相参数 估计性能,计算机仿真和消声水池实验结果验证了 SMSWF 算法的优越性能。另外,SMSWF 算法获 取的信号子空间与特征分解法估计的信号子空间具 有几乎相同的子空间正交系数,由此可得如下结论:



图 3 不同信噪比和快拍数条件下,子空间正交系数的均方根误差的变化曲线图



图 4 声压阵消声水池试验结果

单个已知信号波形的信号源入射到传感器阵列,阵 列信号处理方法中的特征分解过程完全可以由 SMSWF 算法替代。

参考文献

- Pan Chao, Chen Jing-dong, and Benesty J. Performance study of the MVDR beamformer as a function of the source incidence angle[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, 2014, 22(1): 67–79.
- [2] 蔡晶晶,鲍丹,李鹏,等. 强约束优化降维 MUSIC 二维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1113-1118.
 Cai Jing-jing, Bao Dan, Li Peng, et al.. Two-dimensional DOA estimation using reduced-dimensional MUSIC algorithm with Strong-constraint optimization[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(5): 1113-1118.
- [3] 马严,陈伯孝,杨明磊,等.基于 ESPRIT 的多基线分布式阵列 DOA 估计方法[J].系统工程与电子技术,2014,36(8): 1453-1459.

Ma Yan, Chen Bai-xiao, Yang Ming-lei, *et al.* Multi-baseline distributed array DOA estimation using ESPRIT algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(8): 1453–1459.

[4] Shin Jong-woo, Lee Young-jun, and Kim Hyoung-nam.

Reduced-complexity maximum liklihood direction-of-arrival estimation based on spatial aliasing[J]. *IEEE Transactions on* Signal Processing, 2014, 62(24): 6568–6581.

- [5] 王鼎, 王超, 吴瑛. 幅相误差对 MUSIC 算法空间谱及分辨性 能影响的分析[J]. 通信学报, 2010, 31(4): 55-63.
 Wang Ding, Wang Chao, and Wu Ying. Analysis of the effects of the amplitude-phase errors on spatial spectrum and resolving performance of the MUSIC algorithm[J]. Journal on Communications, 2010, 31(4): 55-63.
- [6] Kim Jung-tai, Yang Hyun-jong, Jung Byung-wook, et al.. Blind calibration for a linear array with gain and phase error using independent component analysis[J]. *IEEE Antennas* and Wireless Letters, 2010, 9(10): 1259–1262.
- [7] Li You-ming and Er M H. Theoretical analyses of gain and phase error calibration with opimal implementation for linear equispaced array [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(2): 712–723.
- [8] Liu Ai-fei, Liao Gui-sheng, Zeng Cao, et al.. An eigenstructure method for estimating DOA and sensor gain-phase errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(12): 5944–5956.
- [9] Cao Sheng-hong, Ye Zhong-fu, Xu Dong-yang, et al. A hadamard product based method for DOA estimation and gain-phase error calibration[J]. *IEEE Transactions on* Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1224–1233.
- [10] Ng Boon-poh, Lie Joni-polili, Er Meng-hwa, et al. A practical simple geometry and gain/phase calibration technique for antenna array processing[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, 59(7): 1963–1972.
- [11] Jiang Jia-jia, Duan Fa-jie, Chen Jin, et al. Two new estimation algorithms for sensor gain and phase errors based on different data models[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2013, 13(5): 1921–1930.
- [12] 刘红明,何子述,夏威,等.无参考信号条件下基于MSWF的DOA估计算法[J].电子学报,2010,38(9):1979-1983.
 Liu Hong-ming, He Zi-shu, Xia Wei, *et al.* Estimation of

direction of arrival based on MSWF without reference signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 1979–1983.

- [13] 梁国龙,张柯,安少军,等. 声矢量阵快速子空间方位估计算 法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(7): 76-80.
 Liang Guo-long, Zhang Ke, An Shao-jun, et al.. Fast subspace DOA estimation algorithm based on acoustic vector sensor array[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(7): 76-80.
- [14] 周柱,张尔扬,卢树军.基于噪声子空间估计的MWF实现[J]. 字航学报, 2012, 33(5): 661-668.
 Zhou Zhu, Zhang Er-yang, and Lu Shu-jun. Implementation of MWF based on noise subspace estimation[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(5): 661-668.
 [15] 王永良,陈辉,彭应宁,等.空间谱估计理论与算法[M].北京:
- 清华大学出版社, 2004: 430-432. Wang Rong-liang, Chen Hui, Peng Ying-ning, *et al.*. Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 430-432.
- [16] 周天,杨程,李海森,等.基于 AccelDSP 的 MM-MUSIC 算法

实现及其在多波束测深声纳中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(12): 2613-2617.

Zhou Tian, Yang Cheng, Li Hai-sen, *et al.*. Realization of MM-MUSIC algorithm with AccelDSP and its application in multi-beam bathymetry sonar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(12): 2613–2617.

- [17] 黄磊, 吴顺君, 张林让. 基于多级维纳滤波器的信号子空间拟 合算法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(8): 1197-1200.
 Huang Lei, Wu Shun-jun, and Zhang Lin-rang. Signal subspace fitting based on the multi-stage wiener filter[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 27(8): 1197-1200.
- 张柯: 男,1984年生,博士,讲师,研究方向为阵列信号处理、 矢量信号处理.
- 程菊明: 女,1975年生,硕士,副教授,研究方向为数字信号处 理、物联网技术.
- 付 进: 女,1981年生,博士,副教授,研究方向为水声信号处 理、阵列信号处理.