

一种基于 QR 分解的稳健干扰对齐算法

谢显中* 张森林 肖正瑛

(重庆邮电大学个人通信研究所 重庆 400065)

摘要: 大多数干扰对齐算法都假定发送端可以获得理想的信道状态信息(CSI), 由于信道估计误差、反馈延迟等原因, 实际通信系统中 CSI 往往是有误差的。为此, 该文提出一种基于 QR 分解的稳健干扰对齐算法。对含有误差的联合接收信号进行基于 QR 分解的预处理, 消除一半有误差的干扰; 然后在有误差的等效信道联合矩阵下, 充分考虑信道误差和干扰的影响, 通过最小化发送端泄漏到非目标接收端的干扰信号功率来设计预编码矩阵, 并基于最小均方误差(MMSE)准则来设计干扰抑制矩阵。最后, 在理想 CSI 和误差 CSI 的情况下, 通过实验仿真, 证明了该算法有效地提高了系统性能。

关键词: 无线通信; 稳健干扰对齐; 信道估计误差; QR 分解; 系统性能

中图分类号: TN929.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)08-1957-07

DOI: 10.11999/JEIT141585

Robust Interference Alignment Algorithm Based on QR Decomposition

Xie Xian-zhong Zhang Sen-lin Xiao Zheng-ying

(Institute of Personal Communications, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Most interference alignment algorithms assume that the senders know perfect Channel State Information (CSI), but in practical communication systems, due to the channel estimation error, the delayed feedback and so on, the CSI often exists the error. Therefore, a robust interference alignment algorithm is presented based on the QR decomposition. Firstly, the QR is used to preprocess the jointly received signal with the of error for eliminating half of the interference terms. Then this paper minimizes the interference power from the sender to the other receivers to design the pre-coding matrix, and utilizes Minimum Mean Square Error (MMSE) criterion to design the interference suppression matrix. Finally, under the conditions of perfect CSI and error CSI, the simulation results verify that the proposed algorithm improves effectively the performance of the system.

Key words: Wireless communication; Robust interference alignment; Channel estimation error; QR decomposition; Performance of system

1 引言

干扰对齐(Interference Alignment, IA)技术^[1,2]由于其能够有效地消除同频道干扰, 受到了广泛的关注。目前, 大多数干扰对齐算法^[3,4]都是基于完美的信道状态信息(Channel State Information, CSI)。由于信道估计误差、反馈延迟等原因, 实际通信系统中 CSI 往往是有误差的, 使得接收端不能完全抑制来自其他发送端的干扰, 造成系统性能下降。

最近, 一些文献开始对不完美 CSI 下的干扰对齐方案进行研究。针对误差 CSI 的情况, 文献[5]通

过卡尔曼信道预测来设计预编码矩阵和干扰抑制矩阵, 有效地提高了信道容量。文献[6]给出了基于对称最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)算法的稳健干扰对齐算法, 不需要计算拉格朗日乘子, 并考虑了用户的公平性。文献[7]分析了在误差 CSI 时, 对称 MMSE 干扰对齐算法的误码率性能。文献[8]研究了基站仅知有噪 CSI 时系统平均互信息量可达到的上下限, 表明相比基站间没有进行协作处理, 采用干扰对齐技术可以获得更好的性能。文献[9]提出了一种仅仅知道本地有噪 CSI 时的功率控制和收发方案设计的迭代算法。文献[10]针对误差 CSI, 利用重构的格型码对干扰信号进行重构, 克服了准静态信道时干扰对齐难以实现的问题, 提出了一种稳健的格型干扰对齐算法, 但接收端需要两步解码。文献[11]提出了一种稳健的最小干扰泄露算法, 提高了在具有信道误差时, 普通的

2014-12-11 收到, 2015-04-20 改回, 2015-06-08 网络优先出版
国家自然科学基金(61271259, 61301123), 重庆市自然科学基金(CTSC2011jjA40006), 重庆市教委科学技术研究项目(KJ120501, KJ130536), 长江学者和创新团队发展计划(IRT1299)和重庆市科委重点实验室专项经费(CSTC)资助课题

*通信作者: 谢显中 xiexzh@cqupt.edu.cn

小干扰泄露算法的性能。文献[12]分析了在具有信道误差时误比特率(Bit Error Rate, BER)受到的影响,最后提出了一种比特加载算法的自适应传输方案。

文献[5~9]通过最小化发送信号和接收信号的差异来提高信干噪比,但没有区别对待误差项和干扰项。文献[10]的处理过于复杂,文献[11]在最小化干扰项和误差项空间维度时,没有考虑如何提高信号本身的传输质量。文献[12]使用比特加载算法,以最小化误比特率为目标,自适应地选择干扰对齐算法,改善了传统干扰对齐算法的BER性能,但是并没有充分考虑如何减弱干扰。此外,文献[13]分析了采用迫零算法时,信道估计误差对BER的影响。文献[14]对联合信道矩阵进行QR分解,对小区间干扰和小区内干扰进行了对齐,取得了良好的性能。但文献[13,14]并没有提出适用于实际通信系统的稳健干扰对齐算法。

针对以上文献算法性能对干扰和信道估计误差灵敏度高的问题,本文提出了一种基于联合信道QR分解的稳健干扰对齐算法。最后进行了实验仿真,结果表明,相对于其他稳健算法而言,无论是理想CSI还是误差CSI,本文算法都具有一定的性能优势。

2 系统模型与QR分解

类似文献[11],本文考虑 K 用户MIMO干扰信道,每个发送端的天线数为 N_t ,每个接收端的天线数为 N_r ,每个用户对应的自由度为 $[d_1, d_2, \dots, d_K]$,此处的自由度代表每个用户能使用的独立数据流的个数。为了让系统自由度达到最大值,即 $K\min(N_r, N_t)/2$,那么每个发送端所提供的信号空间的维数应该相等,故此处不妨设 $d_1 = d_2 = \dots = d_K = d$,并假设在同一时刻同一频率上的各个发送接收对之间的信道是平坦衰落的,且信道系数独立同分布。在一个特定的时频资源上,接收端 i 的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_{ii} \mathbf{W}_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_{ji} \mathbf{W}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{n}_i \quad (1)$$

其中维数为 $N_r \times N_t$ 的 \mathbf{H}_{ii} 和 \mathbf{H}_{ji} 分别是发送端 i 和发送端 j 到接收端 i 的信道矩阵。维数为 $N_t \times d_i$ 的 \mathbf{W}_i 和 $N_t \times d_j$ 的 \mathbf{W}_j 分别是发送端 i 和发送端 j 上对应于接收端 i 和 j 的预编码矩阵,且满足 $\mathbf{W}_i^H \mathbf{W}_i = \mathbf{I}_{d_i}$, $\mathbf{W}_j^H \mathbf{W}_j = \mathbf{I}_{d_j}$ 。维数为 $d_i \times 1$ 的 \mathbf{s}_i 是接收端 i 的下行数据矢量信号,且满足功率约束 $E[\mathbf{s}_i^H \mathbf{s}_i] = P(i)$ 。维数为 $N_r \times 1$ 的 \mathbf{n}_i 是均值为0,方差为1的加性高斯白噪声,且 $E[\mathbf{n}_i^H \mathbf{n}_i] = \mathbf{I}_{N_r}$ 。

干扰对齐往往要求完美的CSI,但在实际通信系统中,发送端得到的CSI常常是有误差的。为了

构建稳健的干扰对齐算法,此处引入信道误差变量 $\mathbf{E}_{ji} = \bar{\mathbf{H}}_{ji} - \mathbf{H}_{ji}$, \mathbf{H}_{ji} 表示真实的信道矩阵, $\bar{\mathbf{H}}_{ji}$ 表示具有误差的信道矩阵,并且假设 \mathbf{E}_{ji} 的元素是服从均值为0,方差为 σ_e^2 的循环对称复高斯(Circularly Symmetric Complex Gauss, CSCG)分布,即满足 $E[\bar{\mathbf{E}}_{ji} \bar{\mathbf{E}}_{ji}^H] = \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_r}$ 。故式(1)变化为

$$\mathbf{y}_i = (\bar{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii}) \mathbf{W}_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^K (\bar{\mathbf{H}}_{ji} - \mathbf{E}_{ji}) \mathbf{W}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{n}_i \quad (2)$$

此时,整个系统的联合接收信号可以表示为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_{11} & \bar{\mathbf{H}}_{21} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{K1} \\ \bar{\mathbf{H}}_{12} & \bar{\mathbf{H}}_{22} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{H}}_{1K} & \bar{\mathbf{H}}_{2K} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{21} & \cdots & \mathbf{E}_{K1} \\ \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{22} & \cdots & \mathbf{E}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}_{1K} & \mathbf{E}_{2K} & \cdots & \mathbf{E}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} \quad (3)$$

对得到的误差联合信道矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 进行QR分解有

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_{11} & \bar{\mathbf{H}}_{21} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{K1} \\ \bar{\mathbf{H}}_{12} & \bar{\mathbf{H}}_{22} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{H}}_{1K} & \bar{\mathbf{H}}_{2K} & \cdots & \bar{\mathbf{H}}_{KK} \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{21} & \cdots & \mathbf{L}_{K1} \\ & \mathbf{L}_{22} & \cdots & \mathbf{L}_{K2} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \mathbf{L}_{KK} \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \mathbf{L} \quad (4)$$

其中, \mathbf{Q} 是维数为 $KN_r \times KN_r$ 的正交矩阵, \mathbf{L} 是维数为 $KN_r \times KN_r$ 的上三角矩阵。因为 \mathbf{Q} 是正交矩阵,根据矩阵理论可知 \mathbf{L} 和 $\bar{\mathbf{H}}$ 有相同的统计特性,所以定义 \mathbf{L} 为系统的误差等效联合信道矩阵。

根据式(4),式(3)可以改写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{21} & \cdots & \mathbf{L}_{K1} \\ & \mathbf{L}_{22} & \cdots & \mathbf{L}_{K2} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \mathbf{L}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{21} & \cdots & \mathbf{E}_{K1} \\ \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{22} & \cdots & \mathbf{E}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}_{1K} & \mathbf{E}_{2K} & \cdots & \mathbf{E}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} \quad (5)$$

这时考虑联合接收,对式(5)的联合接收信号进行左乘 \mathbf{Q}^{-1} 的预处理,得到如下的联合接收信号:

$$\bar{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{21} & \cdots & \mathbf{L}_{K1} \\ & \mathbf{L}_{22} & \cdots & \mathbf{L}_{K2} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \mathbf{L}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} - \mathbf{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{21} & \cdots & \mathbf{E}_{K1} \\ \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{22} & \cdots & \mathbf{E}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}_{1K} & \mathbf{E}_{2K} & \cdots & \mathbf{E}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} + \mathbf{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{21} & \cdots & \mathbf{L}_{K1} \\ & \mathbf{L}_{22} & \cdots & \mathbf{L}_{K2} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \mathbf{L}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{11} & \bar{\mathbf{E}}_{21} & \cdots & \bar{\mathbf{E}}_{K1} \\ \bar{\mathbf{E}}_{12} & \bar{\mathbf{E}}_{22} & \cdots & \bar{\mathbf{E}}_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{E}}_{1K} & \bar{\mathbf{E}}_{2K} & \cdots & \bar{\mathbf{E}}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{n}}_1 \\ \bar{\mathbf{n}}_2 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{n}}_K \end{bmatrix} \quad (6)$$

因为 \mathbf{Q}^{-1} 是酉矩阵，于是 \mathbf{E}_{ij} 和 $\bar{\mathbf{E}}_{ij}$ 有相同的统计特性，同理 $\bar{\mathbf{n}}_j$ 和 \mathbf{n}_j 有相同的统计特性。

利用式(6)，在接收端 i 经过干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 处理后，接收端 i 的接收信号变为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{U}_i^H \begin{bmatrix} \mathbf{0}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{L}_{ii}, \mathbf{L}_{(i+1)i}, \dots, \mathbf{L}_{Ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} - \mathbf{U}_i^H \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{1i}, \bar{\mathbf{E}}_{2i}, \dots, \bar{\mathbf{E}}_{Ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_K \mathbf{s}_K \end{bmatrix} + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{n}}_i \quad (7)$$

3 稳健的干扰对齐算法

3.1 算法描述

为了让系统总的自由度达到最大，此处仍将每个用户的自由度设定为 d 。在上述的系统模型下，对于非理想的干扰安排，为了求取最优的干扰安排矩阵 \mathbf{W}_i 和 \mathbf{U}_i ，具体实现步骤为：

对于接收端 i 而言，本文通过最小化发送端数据流 \mathbf{s}_i 和接收端数据流 \mathbf{y}_i 的差异来求取 \mathbf{U}_i 。根据最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 准则，得到如下优化问题：

$$\text{MSE} = \min \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{U}_i^H \left[\sum_{j=1}^K \mathbf{L}_j \mathbf{W}_j \mathbf{s}_j - \sum_{j=1}^K \bar{\mathbf{E}}_j \mathbf{W}_j \mathbf{s}_j + \bar{\mathbf{n}}_i \right] - \mathbf{s}_i \right\|_F^2 \right\} \quad (8)$$

s.t. $\text{rank}(\mathbf{U}_i^H \mathbf{L}_{ii} \mathbf{W}_i) = d_i$, $\mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i = \mathbf{I}_{d_i}$
 $\mathbb{E}[\|\mathbf{s}_i\|^2] = P(i)$, $\mathbb{E}[\bar{\mathbf{n}}_i \bar{\mathbf{n}}_i^H] = \mathbf{I}_{N_r}$
 $\mathbb{E}[\bar{\mathbf{E}}_j \bar{\mathbf{E}}_j^H] = \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_r}$

利用矩阵运算得到：

$$\text{MSE} = \min \text{Tr} \left[\mathbf{U}_i^H \left(\sum_{j=1}^K \frac{P(j)}{d_j} \mathbf{L}_j \mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^H \mathbf{L}_j^H + \sum_{j=1}^K \frac{P(j)}{d_j} \bar{\mathbf{E}}_j \mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^H \bar{\mathbf{E}}_j^H \right) \mathbf{U}_i - \frac{P(i)}{d_i} \mathbf{U}_i^H \mathbf{L}_{ii} \mathbf{W}_i - \frac{P(i)}{d_i} \mathbf{W}_i^H \mathbf{L}_{ii}^H \mathbf{U}_i + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{n}}_i \bar{\mathbf{n}}_i^H \mathbf{U}_i + \frac{P(i)}{d_i} \mathbf{I} \right] \quad (9)$$

令 $\partial \text{MSE} / \partial \mathbf{U}_i = 0$, $i \in \{1, 2, \dots, K\}$ ，根据矩阵迹的求导性质，求得接收端 i 最优的干扰抑制矩阵为

$$\mathbf{U}_i^{\text{opt}} = \left(\sum_{j=1}^K \frac{P(j)}{d_j} \mathbf{L}_j \mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^H \mathbf{L}_j^H + \sum_{j=1}^K \frac{P(j)}{d_j} \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{I}_{N_r} \right)^{-1} \frac{P(i)}{d_i} \mathbf{L}_{ii} \mathbf{W}_i \quad (10)$$

对于确定的干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i ，考虑最小化发送端 i 泄露到非目标接收端的信号功率，于是得到：

$$\min \mathbb{E} \left\{ \left\| \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \mathbf{L}_j - \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \bar{\mathbf{E}}_j + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{E}}_{ii} \right\|_F^2 \right\} \quad (11)$$

s.t. $\text{rank}(\mathbf{U}_i^H \mathbf{L}_{ii} \mathbf{W}_i) = d_i$, $\mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i = \mathbf{I}_{d_i}$
 $\mathbb{E}[\|\mathbf{s}_i\|^2] = P(i)$, $\mathbb{E}[\bar{\mathbf{n}}_i \bar{\mathbf{n}}_i^H] = \mathbf{I}_{N_r}$
 $\mathbb{E}[\bar{\mathbf{E}}_j \bar{\mathbf{E}}_j^H] = \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_r}$

对于式(11)的优化问题，发送端 i 的最优预编码矩阵 \mathbf{W}_i 可由式(12)得到。

$$\mathbf{W}_i^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{V}_i^H \mathbf{V}_i = \mathbf{I}_{d_i}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \mathbf{L}_j - \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \bar{\mathbf{E}}_j + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{E}}_{ii} \right\|_F^2 \right\} \quad (12)$$

对于矩阵而言，求其 Frobenius 范数就是求矩阵协方差的迹，故式(12)可以变为

$$\mathbf{W}_i^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{V}_i^H \mathbf{V}_i = \mathbf{I}_{d_i}} \text{Tr} \left\{ \mathbf{W}_i^H \left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^H \mathbf{U}_j - \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \bar{\mathbf{E}}_j \bar{\mathbf{E}}_j^H \mathbf{U}_j + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{E}}_{ii} \bar{\mathbf{E}}_{ii}^H \mathbf{U}_i \right) \mathbf{W}_i \right\} \quad (13)$$

由矩阵理论可知，式(13)可转化为求内项的 d_i 个最小特征值对应的特征向量问题：

$$\mathbf{W}_i^{\text{opt}} = \mathbf{V}_{\min}^{d_i} \left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^H \mathbf{U}_j + \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_j^H \bar{\mathbf{E}}_j \bar{\mathbf{E}}_j^H \mathbf{U}_j + \mathbf{U}_i^H \bar{\mathbf{E}}_{ii} \bar{\mathbf{E}}_{ii}^H \mathbf{U}_i \right) \quad (14)$$

其中 $E[U_i^H \bar{E}_{ii} \bar{E}_{ii}^H U_i] = \sigma_c^2 I_{d_i}$, $E[U_j^H \bar{E}_{ji} \bar{E}_{ji}^H U_j] = \sigma_c^2 I_{d_j}$ 。

根据上面的推导, 得到如下求最优干扰对齐矩阵 U_i^{opt} 和 W_i^{opt} 的算法流程总结为:

(1) 初始化 W_i , 这里可以随机选择均值为 0, 方差为 1 的矩阵 $W_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}$, $W_i^H W_i = I_{d_i}$ 。

(2) 由式(10)计算出 $U_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}$, 并且单位化 U_i 。

(3) 将步骤(2)中得到的 U_i , 代入式(14), 从而计算出 $W_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}$, 并且单位化 W_i 。

(4) 重复步骤(2)和步骤(3), 直到收敛。

3.2 收敛性分析

接收端经过干扰抑制处理后, 接收信号中仍然存在的干扰功率, 称之为干扰泄露。发送端 i 泄露到非目标接收端的总功率为

$$I L_i = \text{Tr}(W_i^H Q_i W_i) \quad (15)$$

其中, 接收端 i 的干扰协方差矩阵为

$$Q_i = \sum_{j=1, j \neq i}^K U_j^H L_{ji} L_{ji}^H U_j - \sum_{j=1, j \neq i}^K U_j^H \bar{E}_{ji} \bar{E}_{ji}^H U_j + U_i^H \bar{E}_{ii} \bar{E}_{ii}^H U_i \quad (16)$$

为了使干扰泄露最小, W_i 由式(14)取 Q_i 的前 d_i 个最小特征值对应的特征向量得到。在接收端, 为了同时压缩干扰空间和提高信干噪比, 建立约束式(8), 最终通过式(10)求出 U_i , 可见 U_i 可以最小化接收端的干扰泄露并且同时提高信干噪比。本文算法在发送端最小化干扰泄露, 在接收端最小化干扰泄露并且最大化信干噪比, 通过迭代使干扰泄露逐步减少, 同时逐步提高接收信号的信干噪比。

在本文第 5.5 节给出了系统容量与迭代次数关系的仿真图, 进一步验证了算法的收敛性和可行性。

4 自由度及频谱效率分析

4.1 理想 CSI 情况下等效联合信道下的自由度保持不变

在理想 CSI 的情况下, 相对于每个接收端 i , 要使接收端收到的干扰对齐到干扰抑制矩阵 U_i 的零空间上, 发送端的预编码矩阵 W_i 应满足的约束为

$$\text{span}[H_{1i} W_1, H_{2i} W_2, \dots, H_{ji} W_j, \dots, H_{Ki} W_K] \in \text{null}[U_i^H], \quad \forall j \neq i \quad (17)$$

若要让系统的总自由度达到最大值 $K \min(N_r, N_t)/2$, 式(17)变化为

$$\text{span}[H_{1i} W_1] = \text{span}[H_{2i} W_2] = \dots = \text{span}[H_{ji} W_j] = \dots = \text{span}[H_{Ki} W_K], \quad \forall j \neq i \quad (18)$$

从求取等效信道联合矩阵的过程可以看出, 等

效联合信道矩阵 L 是由联合信道矩阵 H 经过 QR 分解得到的, 又因为 Q 是酉矩阵, 因此等效信道联合矩阵 L 与信道联合矩阵 H 的统计特性相同。

根据矩阵理论可知, 对于维数匹配的矩阵, 有 $\text{span}(H_{ji} W_j) = \text{span}(L_{ji} W_j), \quad \forall j \neq i \quad (19)$

所以, QR 分解并不影响干扰对齐的约束条件式(17)及式(18)的满足, 故不影响其总自由度。

4.2 具有误差 CSI 情况下的自由度分析

在理想 CSI 的情况下, 接收端只需对来自其他发送端的干扰信号进行简单的迫零处理, 达到消除已在发送端被对齐的干扰的目的, 所以在理想 CSI 的情况下, 干扰对齐的目标为

$$\text{span}[0, \dots, 0, L_{(i+1)i} W_{i+1}, \dots, L_{Ki} W_K] \in \text{null}[U_i^H] \quad (20)$$

然而, 在实际通信系统中, 由于信道估计误差等原因, CSI 往往是有误差的, 此时干扰对齐的目标为

$$\text{span}[-\bar{E}_{1i} W_1, \dots, -\bar{E}_{(i-1)i} W_{i-1}, -\bar{E}_{ii} W_i, (L_{(i+1)i} - \bar{E}_{(i+1)i}) W_{i+1}, \dots, (L_{Ki} - \bar{E}_{Ki}) W_K] \in \text{null}[U_i^H] \quad (21)$$

由式(21)可以看出, 左边项多出了误差项 $-\bar{E}_{1i} W_1, -\bar{E}_{2i} W_2, \dots, -\bar{E}_{Ki} W_K$, 式(21)的左边项所占用的空间维数大于或者等于式(20)的左边项所占的空间维数, 所以考虑误差之后, 每个用户所能获得的自由度变小了。

4.3 具有误差 CSI 情况下的频谱效率分析

在误差 CSI 的情况下, 必须应用真实含有误差的联合信道矩阵求取信道容量。通过本文第 2 节系统模型与 QR 分解的分析可以知道, 等效的真实信道联合矩阵为

$$H = Q^{-1} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{21} & \dots & H_{K1} \\ H_{12} & H_{22} & \dots & H_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{1K} & H_{2K} & \dots & H_{KK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & \dots & h_{K1} \\ h_{12} & h_{22} & \dots & h_{K2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1K} & h_{2K} & \dots & h_{KK} \end{bmatrix} \quad (22)$$

所以, 信道存在误差条件下系统的和速率为

$$R_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^K \log_2 \left(\det \left(I_{d_i} + \frac{Q_{y_i y_i}}{Q_{I_i I_i}} \right) \right) \quad (23)$$

其中, $Q_{y_i y_i}$ 为用户 i 收到的目标发送端发送来信号的协方差, 即

$$Q_{y_i y_i} = \frac{P(i)}{d_i} U_i^H h_{ii} W_i (U_i^H h_{ii} W_i)^H \quad (24)$$

$Q_{I_i I_i}$ 为用户 i 收到的来自其他发送端的干扰与目标信道上噪声之和的协方差, 即

$$Q_{I_i I_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^K \frac{P(j)}{d_j} U_i^H h_{ji} W_j (U_i^H h_{ji} W_j)^H + I_{d_i} \quad (25)$$

5 仿真结果及性能分析

利用 Matlab 进行频谱效率、能量效率和误比特率等性能仿真。考虑基于 3 个相邻小区系统环境，其中每个小区存在 1 个边缘用户，每个基站的发送天线数 N_t 为 2，每个用户的接收天线数 N_r 也为 2，并且每个用户对应的自由度均为 1，即 $d_1=d_2=d_3=1$ ，所以系统的总自由度为 3。假设所有收发天线间的信道均为平坦瑞利衰落信道，信道矩阵元素独立同分布，均满足均值为 0 和方差为 1 的复高斯随机分布。在比较具有信道误差时，信道误差的方差 σ_e^2 取值为 0.05。

接下来，将对本文算法与稳健对称 MMSE 算法 (Robust MMSE IA)^[6]、稳健最小干扰泄露算法 (Robust Min-IL IA)^[11]、自适应最小化 BER 算法 (Robust Adaptive IA)^[12]、最大干扰比算法 (MAX-SINR IA)^[15] 等进行仿真比较。

5.1 理想 CSI 下的平均频谱效率仿真

在理想 CSI 时，对比几种算法的信道容量，如图 1 所示。本文算法一方面减少了干扰，另一方面又考虑了如何提高信号本身的传输质量，所以性能较好。而稳健最小干扰泄露算法 (Robust Min-IL IA)^[11] 主要考虑的是减少干扰泄露，并没有考虑信号本身的传输质量，所以信道容量没有本文算法好。而稳健对称 MMSE 算法 (Robust MMSE IA)^[6] 和最大信干噪比算法 (MAX-SINR IA)^[15]，充分考虑直接信道和干扰信道的影响，以最大化信干噪比为目标，而本文算法由于做了 QR 分解，降低了算法对干扰的灵敏度，所以最大信干噪比算法的信道容量大于最小干扰泄露算法，而小于本文算法。而自适应最小化 BER 算法 (Robust Adaptive IA)^[12] 改进了最小干扰泄露和最大信干噪比算法的性能，所以性能好于后两者，然而它并不能降低干扰对齐对干扰的灵敏度，所以相对于本文算法而言性能要差一些。

5.2 具有信道误差时的平均频谱效率

在误差 CSI 时，对比几种算法的信道容量，如图 2 所示。因为本文算法对联合信道矩阵进行了 QR 分解同时压缩了干扰项和误差项的空间维度，且同时提高信号的信干噪比，增强了系统的稳健性。文献[11]提出的 Robust Min-IL IA 算法，仅仅最小化具有误差的干扰项和直接信道的误差项所占用的空间维度，并没有考虑如何提高信号本身的传输质量。而文献[6]提出的稳健对称 MMSE 算法 (Robust MMSE IA)，相对于 Robust Min-IL IA 算法而言，最小化干扰项和误差项所占用的空间维度，同时最大化信号本身的传输质量，所以性能好于 Robust Min-IL IA 算法；而本文算法进一步消除了一半具

有误差的干扰信道，所以本文算法性能较 Robust MMSE IA 好。自适应最小化 BER 算法 (Robust Adaptive IA)^[12] 通过自适应算法，最小化所有干扰项和误差项所占用的空间维度，同时最大化信号本身，所以性能好于文献[6]和文献[11]的算法，然而它并不能降低干扰对齐对干扰的灵敏度，所以相对于本文算法而言性能要差一些。从图 2 中也可以看出，对于所有的 IA 算法而言，由于信道误差项的存在，使信号泄露到干扰空间成为限制信道容量的主要因素，所以信道容量不能进一步提高，存在容量极限。

5.3 具有信道误差时的平均能量效率仿真

定义平均能量效率为单位带宽内单位能量能够传输的信息比特数，即 $\log_2(1 + \text{SINR}_k) / P(k)$ ，其单位为 bit/(Hz·J)，其中 $P(k)$ 是用户 k 的发送功率。从图 3，可以看出，在误差 CSI 条件下，采用本文算法，使系统的平均能量效率较 Robust Min-IL IA 算法^[11]、Robust MMSE IA 算法^[6] 和 Robust Adaptive IA 算法^[12] 的平均能量效率有一定的提高。

5.4 具有信道误差时的误比特率 (BER) 仿真

在误差 CSI 时，图 4 仿真了几种算法的 BER 性能。图中显示的是使用 QPSK 调制时，系统的误比特率随发送端信噪比的变化。从图中可以看出，采用本文算法之后，相对于 Robust Min-IL IA 算法和 Robust MMSE IA 算法而言，系统的 BER 得到了改善。文献[12]提出的自适应算法，以最小化 BER 为目标自适应的选择比特加载的 MIN-IL, Max-SINR, SVD 算法，由于本文算法通过信道联合处理，减少了一半的干扰，在等效后的联合信道中，通过最小化发送端泄露到非目标接收端的信号功率来设计等效预编码矩阵，且应用 MMSE 准则来设计干扰抑制矩阵，进一步提高了性能，所以较文献[11]和文献[6]的 BER 性能好。

5.5 具有信道误差时的迭代次数与平均频谱效率的仿真

图 5(a) 和图 5(b) 分别为几种算法在每个用户发射功率为 5 dB, 10 dB 时，平均频谱效率与迭代次数关系的仿真图。从图中可以看出，在误差 CSI 时，本文算法，Robust Adaptive IA^[12] 和 Robust MMSE IA^[6] 算法的平均频谱效率大概在迭代 12 次左右趋于饱和，而 Robust Min-IL IA^[11] 的收敛速度要慢一些，大致在 20 次左右的迭代才能达到饱和。从图中也可以看出，本文算法在迭代次数没有增加的情况下，提高了系统的性能，进一步证实了本文算法的收敛性和可行性。

6 结束语

本文研究了实际 MIMO 通信系统中，由于信道

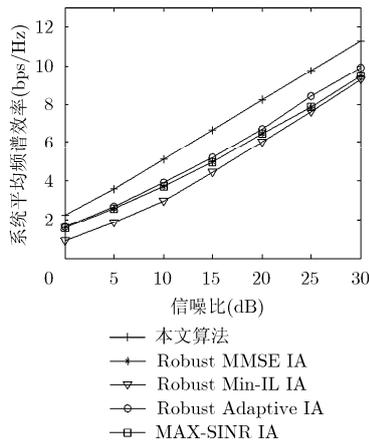


图1 理想CSI下算法平均频谱效率对比

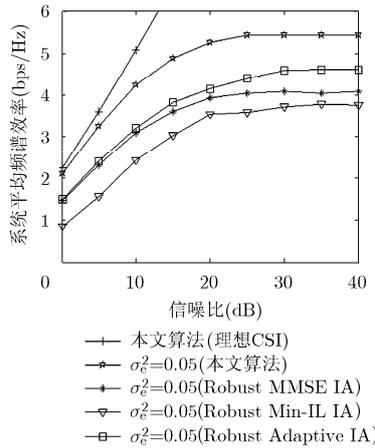


图2 具有信道误差时算法平均频谱效率对比

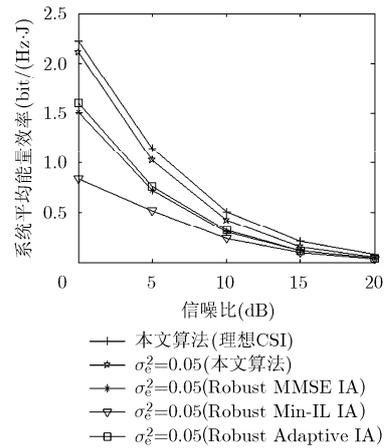


图3 具有信道误差时算法能量效率对比

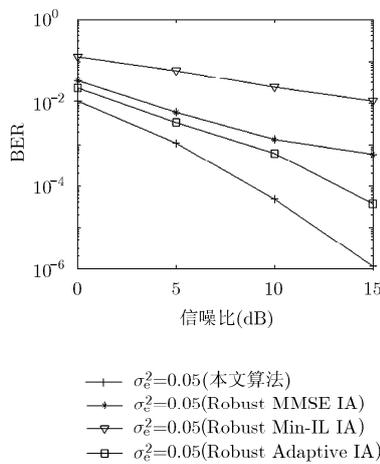
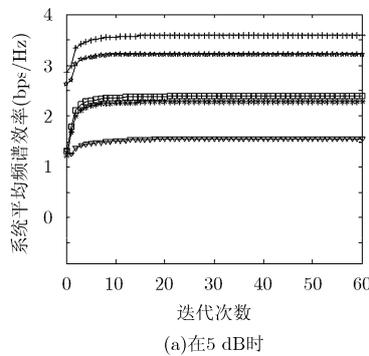
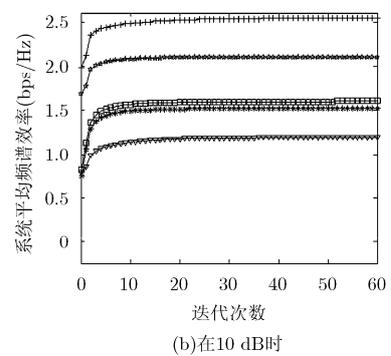


图4 具有信道误差时算法的BER



(a)在5 dB时



(b)在10 dB时

图5 平均频谱效率与迭代次数的关系

在测量或反馈中存在误差使得性能恶化的情况。为此，本文提出一种基于联合信道 QR 分解的稳健干扰对齐算法，在设计中最小化信道误差项和干扰项的影响。由仿真结果可知，本文算法提高了系统的系统容量和频谱效率，改善了 BER 性能，有效地降低了信道误差对系统性能的影响，增强了系统的稳健性。

参考文献

[1] Cadambe V R and Jafar S A. Interference alignment and the degree of freedom for the K -user interference channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3425-3441.

[2] Maddah-Ali M, Motahari A, and Khandani A. Communication over MIMO X channels: interference alignment, decomposition, and performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3457-3470.

[3] Xu Sheng-feng, Zhu Gang, Sun Qian, et al. Joint interference

alignment and power allocation in MIMO interference network[C]. *Proceedings of the 9th International on Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*, Sardinia, Italy, 2013: 1258-1262.

[4] Omar El Ayach, Steven W, and Robert W. The practical challenges of interference alignment[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2013, 20(1): 35-42.

[5] Dong An-ming, Zhang Hai-xia, and Yuan Dong-feng. Achievable rate improvement through channel prediction for interference alignment[C]. *Proceedings of the 19th Asia-Pacific Conference on Communications (APCC)*, Bali, Indonesia, 2013: 293-298.

[6] Schmidt D, Shi C, Berry R, et al. Minimum mean squared error interference alignment[C]. *Proceedings of the IEEE 43th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Asilomar, America, 2009: 1106-1110.

[7] Shen H, Li B, Tao M, et al. MSE-based transceiver designs for the MIMO interference channel[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3480-3489.

- [8] Tresch R and Guillaud M. Cellular interference alignment with imperfect channel knowledge[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Communications Workshops, Dresden, Germany, 2009: 1-5.
- [9] Farhadi H, Zaidi A A, Fischione C, *et al.* Distributed interference alignment and power control for wireless MIMO interference networks with noisy channel state information [C]. 2013 First International Black Sea Conference on Communications and Networking, Batumi, Georgia, 2013: 23-27.
- [10] Huang Huang, Lau V K N, Du Ying-gang, *et al.* Robust lattice alignment for K -user MIMO interference channels with imperfect channel knowledge[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3315-3325.
- [11] 谢显中, 邵奇, 周志栋, 等. 非理想信道状态信息下的稳健干扰安排设计[J]. 北京邮电大学学报, 2012, 35(3): 6-10.
Xie Xian-zhong, Shao Qi, Zhou Zhi-dong, *et al.* A robust interference alignment scheme with imperfect CSI used in multi-cell system[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2012, 35(3): 6-10.
- [12] Xie Bai-le, Li Yang, Minn Hlaing, *et al.* Adaptive interference alignment with CSI uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(2): 792-801.
- [13] Mahmoud A, El-Khamy M, and Elsayed K. Interference alignment performance on MIMO X channels with imperfect channel knowledge[C]. Proceedings of the IEEE 13th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Istanbul, Turkey, 2012: 239-243.
- [14] 谢显中, 徐冰, 雷维嘉, 等. 三小区环境中基于三角分解的低复杂度干扰对齐算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(5): 1031-1036.
Xie Xian-zhong, Xu Bing, Lei Wei-jia, *et al.* Interference alignment algorithm based on orthogonal-triangular decomposition for edge users in 3-cell MIMO cellular networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1031-1036.
- [15] Gomadam K, Cadambe V R, and Jafar S A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment[C]. Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBLECOM), New Orleans, LA, USA, 2008: 1-6.
- 谢显中: 男, 1966年生, 博士, 教授, 研究方向为认知无线电、干扰对齐、预编码技术、通信信号处理等。
- 张森林: 男, 1987年生, 硕士生, 研究方向为干扰对齐技术。
- 肖正瑛: 男, 1988年生, 硕士生, 研究方向为认知无线电技术。