## 基于相关法的分布式全相参雷达相干参数估计及相参性能

宋 靖\* 周青松 张剑云

(电子工程学院 合肥 230037)

**摘 要:**针对一般结构的分布式全相参雷达,研究了基于相关法的时延差和相位差估计性能以及输出信噪比增益 (oSNRg)。首先分别建立多输入多输出(MIMO)模式和全相参(FC)模式下的信号模型。然后重点分析估计相位差时 的相位模糊问题,并提出一种有效的解模糊方法。数值实验结果表明:当输入信噪比足够高时,相关法能够获得稳 健的相干参数估计,且 oSNRg 接近理想值。

关键词: 雷达; 信号处理; 稳健估计; 相位模糊; 相关法; 分布式全相参

中图分类号: TN957.51 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2015)07-1710-06 **DOI**: 10.11999/JEIT141339

# Coherent Parameters Estimation by Cross-correlation for Distributed Aperture Fully Coherent Radar

Song Jing Zhou Qing-song Zhang Jian-yun (Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: For distributed aperture coherent radar of general signal processing architecture, the estimating performance of time delay differences and phase differences, and the output Signal to Noise Ratio gain (oSNRg) based on cross-correlation are studied in this paper. Firstly, the signal models are proposed in Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) mode and Fully Coherent (FC) mode respectively. Then the phase ambiguity with estimating phase differences by cross-correlation is deeply analyzed, and an effective method for resolving ambiguity is proposed to estimate robustly the phase differences. Numerical examples demonstrate that when the input SNR is high enough, the coherence parameters can be estimated robustly and the oSNRg approaches the ideal value by cross-correlation method.

**Key words**: Radar; Signal processing; Robust estimation; Phase ambiguity; Cross-correlation; Distributed Aperture Fully Coherent (DAFC)

## 1 引言

宽孔径、高功率的大规模相控阵雷达在远距离 监视、跟踪以及目标识别中扮演着越来越重要的角 色。然而随着对探测威力和精度要求的不断提高, 大规模相控阵雷达的进一步发展面临着成本昂贵和 机动不足等诸多因素的制约。分布式全相参 (Distributed Aperture Fully Coherent, DAFC)雷达 是继多输入多输出(MIMO)雷达之后出现的一种新 体制雷达,它克服了大规模相控阵雷达的诸多固有 缺点,是下一代雷达发展的技术方向。DAFC 雷达 的主要特点:多部机动式单元雷达或天线分散布设, 通过对多部雷达回波进行信号级相参合成,等效形 成一个大威力探测雷达。其关键性能包括:具有较 高灵敏度,适用于远距离搜索、跟踪和目标识别, 同时满足机动部署能力。DAFC 雷达先后工作于两 种典型模式: MIMO 模式和全相参(Fully Coherent, FC)模式。首先在 MIMO 模式下发射一组正交信号, 分别估计出收发端的时延差和相位差; 然后雷达切换到 FC 模式,发射一组相同波形,利用估计的相干参数分别对收发端的时延和相位作精确补偿,从而实现收发全相参。FC 模式是 DAFC 雷达所独有的常态化模式,是 MIMO 雷达所不具备和无法实现的。

国外主要是美国林肯实验室对 DAFC 雷达技术 做了大量研究<sup>[1-5]</sup>,国内目前对该技术的研究尚属 起步阶段,但是其潜在优势和应用前景已引起各大 高校和研究所的关注<sup>[6-14]</sup>。文献[5]定义了 FC 模式 下的输出信噪比增益(output Signal to Noise Ratio gain, oSNRg)。文献[6-8]给出了部分线馈和空馈实 验结果,并指出了关键技术及突破思路。文献[9,10] 研究了时间和相位同步问题以及相位差跟踪技术。 文献[11]首先建立了"多发多收"的一般结构,然后 推导了时延差和相位差估计的克拉美-罗界

<sup>2014-10-20</sup> 收到, 2015-03-12 改回, 2015-06-01 网络优先出版 \*通信作者: 宋靖 songjingpla@163.com

(Cramer-Rao Bounds, CRB)闭式解,并基于 CRB 分析了相参处理性能。文献[12-14]将发射单脉冲拓 展到多脉冲,研究了相干参数估计和相参处理性能 与脉冲数的关系。文献[15]基于系统相位同步构建了 DAFC 雷达信号模型,分析了时延差估计和相参处 理性能对相位同步误差的敏感性。文献[16]将峰值法 (peak picking)和正交频分线性调频信号设计相结 合,研究了高精度相干参数估计所需的信号设计要 求。

目前对 DAFC 雷达的研究主要集中在信号模型 构建、相干参数估计的 CRB 推导以及时间和相位同 步系统设计,而对相干参数估计算法研究较少。相 关法(cross-correlation)原理简单,便于工程实现, 因此常用于 DAFC 雷达的相干参数估计。本文针对 一般结构的 DAFC 雷达,研究基于相关法的相干参 数估计及相参处理性能,重点分析相位差估计时存 在的相位模糊问题,并给出一种易实现的解模糊方 法。最后利用正交四相编码波形,通过数值实验验 证结论的正确性和解模糊方法的有效性。

### 2 信号模型

由 K 个发射天线( $T_1, T_2, ..., T_K$ )和 L 个接收天线 ( $R_1, R_2, ..., R_L$ )组成的一般结构的分布式 MIMO 雷达,如图 1 所示。雷达发射一组正交信号,在接收端通过匹配滤波恢复每个发射信号分量。假设发射一组能量归一化的正交窄带信号为  $s_k(t)$  (k = 1, 2, ..., K)。经上变频,发射信号复包络可表示为 $\hat{s}_k(t) = s_k(t) e^{j2\pi f_c t + j\phi_s^k}$ ,其中  $f_c$ 为载频, $\phi_k^t$ 为发射天线 $T_k$ 经上变频引入的初始相位。假设空间存在一个各向同性散射点目标,其确定性复散射系数为 $\bar{\xi} = [\bar{\xi}] e^{j\phi_{\xi}}$ ,则天线 $R_i$ 接收回波的低通等效式可表示为

$$\hat{g}_{l}(t) = \sum_{k=1}^{n} \bar{\xi} s_{k} \left( t - \tau_{lk} \right) e^{-j2\pi f_{c} \tau_{lk} + j\phi_{l}^{r} + j\phi_{k}^{t}} + w_{l}(t), \quad l = 1, 2, \cdots, L$$
(1)

式中 $\phi_i^r$ 为 $R_i$ 经下变频引入的初始相位。 $\tau_{lk}$ 为 $T_k$ 到  $R_i$ 之间路径的传播时延,且 $\tau_{lk} = \tau_k^t + \tau_i^r$ ,其中 $\tau_k^t$ 和



图 1 一般结构的分布式 MIMO 雷达

 $\tau_l^r$ 分别为 $T_k$ 到目标、目标到 $R_l$ 的传播时延。 $w_l(t)$ 为 天线 $R_l$ 接收的噪声。假设 $w_l(t)$ 是空间和时间独立 的,且 $w_l(t)$ 在时域上是均值为零、方差为 $\sigma_w^2$ 的复白 高斯过程。

分别选择  $T_1$  和  $R_1$  作为发射端和接收端参考天 线,且定义  $\xi = \overline{\xi} e^{-j2\pi f_c \tau_{11} + j\phi_1^t + j\phi_1^t}$ ,则式(1)可改写为

$$\begin{aligned} r_l(t) &= \xi \sum_{k=1}^{N} s_k \left( t - \tau_{11} - \Delta \tau_k^{\mathrm{t}} - \Delta \tau_l^{\mathrm{r}} \right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta \theta_k^{\mathrm{t}} + \mathrm{j}\Delta \theta_l^{\mathrm{r}}} \\ &+ w_l(t) \end{aligned} \tag{2}$$

式中,  $\Delta \tau_k^{t} = \tau_k^{t} - \tau_1^{t}$ ,  $\Delta \theta_k^{t} = -2\pi f_c \Delta \tau_k^{t} + \phi_k^{t} - \phi_1^{t}$ , 分别表示发射天线  $T_k$ 对应的时延差和相位差;  $\Delta \tau_l^{r} = \tau_l^{r} - \tau_1^{r}$ ,  $\Delta \theta_l^{r} = -2\pi f_c \Delta \tau_l^{r} + \phi_l^{r} - \phi_1^{r}$ , 分别表 示接收天线  $R_l$ 对应的时延差和相位差。需要指出的 是,  $\Delta \tau_1^{t} = \Delta \tau_1^{r} = \Delta \theta_1^{t} = \Delta \theta_1^{r} = 0$ , 无需估计。此外, 定义接收端输入信噪比 SNR<sub>in</sub> =  $|\xi|^2 / \sigma_w^2$ 。

假设 DAFC 雷达由 MIMO 模式切换到 FC 模式 时,相干参数估计是稳健的。定义各相干参数估计 值分别为  $\Delta \hat{\tau}_k^t$ ,  $\Delta \hat{\theta}_k^t$ ,  $\Delta \hat{\tau}_l^r$ ,  $\Delta \hat{\theta}_l^r$ 。发射端经时延和相位 调 整 后, $T_k$ 发射的信号经上变频可表示为  $s(t + \Delta \hat{\tau}_k^t)e^{j2\pi f_c t + j\phi_k^t - j\Delta \hat{\theta}_k^t}$ 。同理,在接收端经时延和 相位调整后, $R_i$ 接收的回波信号经下变频可表示为

$$r_l(t) = \xi \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta\theta_l^{\mathrm{t}}} \sum_{k=1}^K s \left( t - \tau_{11} - \delta \tau_l^{\mathrm{r}} - \delta \tau_k^{\mathrm{t}} \right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta\theta_k^{\mathrm{t}}} + w_l(t) \quad (3)$$

式中,  $\delta \tau_k^{t} = \Delta \tau_k^{t} - \Delta \hat{\tau}_k^{t}, \delta \theta_k^{t} = \Delta \theta_k^{t} - \Delta \hat{\theta}_k^{t}, \delta \tau_l^{r} = \Delta \tau_l^{r} - \Delta \hat{\tau}_l^{r}, \delta \theta_l^{r} = \Delta \theta_l^{r} - \Delta \hat{\theta}_l^{r}, \overline{\delta \tau_l^{r}} = \Delta \theta_l^{r} - \Delta \hat{\theta}_l^{r}$ , 表示相干参数估计误差。 *L* 个天线接收回波合成后可表示为

$$R(t) = \sum_{l=1}^{L} r_l(t)$$

$$= \xi \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{K} e^{j\delta\theta_l^r + j\delta\theta_k^t} s \left( t - \tau_{11} - \delta\tau_l^r - \delta\tau_k^t \right)$$

$$+ \sum_{l=1}^{L} w_l(t)$$
(4)

为便于分析,假设各相干参数估计误差服从独立高 斯分布: $\delta \tau_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta \tau^t}^2), \delta \theta_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta \theta^t}^2), \delta \tau_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta \tau^r}^2), \delta \theta_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta \psi^r}^2)$ 。无噪 R(t) 经脉冲压缩 后可表示为

$$Y(t) = \xi \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{K} e^{j\delta\theta_{l}^{\mathbf{r}} + j\delta\theta_{k}^{\mathbf{t}}} s\left(t - \tau_{11} - \delta\tau_{l}^{\mathbf{r}} - \delta\tau_{k}^{\mathbf{t}}\right) \odot s\left(t\right)$$

其中  $\odot$  表示卷积。从而 FC 模式下的输出峰值信噪 比为 SNR<sub>ad</sub>=E[| $Y(\tau_{11})$ ]<sup>2</sup>]/( $L\sigma_w^2$ ),其中 E(•)表示期 望。定义 oSNRg 为 SNR<sub>gain</sub> = SNR<sub>ad</sub>/SNR<sub>in</sub>。显然, 当 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2 = \sigma_{\Delta\sigma^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta^t}^2 = \sigma_{\Delta\theta^r}^2 = 0$ ,即时延和相位精 确补偿时,SNR<sub>gain</sub> =  $K^2L$ ,表示理想上界,记作 SNR<sup>ideal</sup>。

#### 3 相关法原理

将 $r_i(t)$ 分别通过K个匹配滤波器:  $h_k(t) =$ 

$$s_k^*(-t)(k = 1, 2, \dots, K, (\bullet)^*$$
表示复共轭), 假设发射波  
形理想正交,则匹配输出(不考虑噪声)可表示为

$$y_{lk}(t) = |\xi| e^{j\psi_{lk}} s_k(t - \tau_{lk}) \odot h_k(t), \ l = 1, 2, \cdots, L \quad (5)$$

式中 $\psi_{lk} = -2\pi f_c \tau_{lk} + \phi_l^{\mathrm{r}} + \phi_k^{\mathrm{t}} + \phi_{\overline{\xi}} \circ \operatorname{M} y_{lk}(t) \operatorname{H} y_{l1}(t)$ 作相关运算可得

$$\begin{aligned} x_{lk}(\tau) &= \left|\xi\right|^{z} e^{j(\psi_{k}-\psi_{l1})} \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_{k}\left(\mu-\tau_{lk}\right)h_{k}\left(t-\mu\right)d\mu \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s_{1}^{*}\left(\upsilon-\tau_{l1}\right)h_{1}^{*}\left(t-\tau-\upsilon\right)d\upsilon\right]dt \\ &= \left|\overline{\xi}\right|^{2} e^{j\Delta\theta_{k}^{t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_{k}\left(\mu\right)h_{k}\left(t-\mu\right)d\mu \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s_{1}^{*}\left(\upsilon\right)h_{1}^{*}\left(t-\left(\tau-\Delta\tau_{k}^{t}\right)-\upsilon\right)d\upsilon\right]dt, \\ &\quad l=1,2,\cdots,L \end{aligned}$$
(6)

相关输出  $|x_k(\tau)|$  的峰值位置即为发射时延差  $\Delta \tau_k^t$  的 估计值,记作  $\Delta \hat{\tau}_k^{t(l)}$ ;  $x_k(\Delta \hat{\tau}_k^{t(l)})$  对应的相位即为发射 相位差  $\Delta \theta_k^t$ 的估计值,记作  $\Delta \hat{\theta}_k^{t(l)}$ 。同理,对  $y_{lk}(t)$ 和  $y_{lk}(t)$ 作相关运算可得

$$z_{lk}(\tau) = \left|\overline{\xi}\right|^2 e^{j(\psi_k - \psi_{1k})}$$
$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_n \left(\mu - \tau_{lk}\right) h_k \left(t - \mu\right) d\mu \right]$$
$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s_k^* \left(\upsilon - \tau_{1k}\right) h_k^* \left(t - \tau - \upsilon\right) d\upsilon dt$$
$$= \left|\overline{\xi}\right|^2 e^{j\Delta\theta_l^r} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_k \left(\mu\right) h_k \left(t - \mu\right) d\mu \right]$$
$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s_k^* (\upsilon) h_k^* \left(t - \left(\tau - \Delta \tau_l^r\right) - \upsilon\right) d\upsilon dt,$$
$$k = 1, 2, \cdots, K$$
(7)

 $|z_{lk}(\tau)|$ 的峰值位置即为接收时延差 $\Delta \tau_l^r$ 的估计值, 记作 $\Delta \hat{\tau}_l^{r(k)}; z_{lk}(\Delta \hat{\tau}_l^{r(k)})$ 对应的相位即为接收相位差  $\Delta \theta_l^r$ 的估计值,记作 $\Delta \hat{\theta}_l^{r(k)}$ 。考虑到收发天线数分别 为L和K,因此发射和接收时延差估计可分别表示 为

$$\Delta \hat{\tau}_k^{t} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \Delta \hat{\tau}_k^{t(l)}, \quad k = 2, 3, \cdots, K$$
(8)

$$\Delta \hat{\tau}_l^{\mathbf{r}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Delta \hat{\tau}_l^{\mathbf{r}(k)}, \quad l = 2, 3, \cdots, L$$
(9)

发射和接收相位差估计可分别表示为

$$\Delta \hat{\theta}_k^{t} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \Delta \hat{\theta}_k^{t(l)}, \quad k = 2, 3, \cdots, K$$
(10)

$$\Delta \hat{\theta}_l^{\rm r} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Delta \hat{\theta}_l^{\rm r(k)}, \quad l = 2, 3, \cdots, L \tag{11}$$

## 4 相位差稳健估计

#### 4.1 相位模糊分析

利用相位具有 $2\pi$ 周期性, $\Delta \theta_k^{t}$ 可改写为

 $\Delta \theta_k^{t} = \Delta \vartheta_k^{t} + 2\pi \lambda_k^{t}, \quad \Delta \vartheta_k^{t} \in [-\pi, \pi), \quad \lambda_k^{t} \in \mathbb{Z}$ (12)

式中Z表示整数集。相位差 $\Delta \theta_k^t$ 的各独立估计值可表示为

$$\Delta \hat{\theta}_{k}^{t(l)} = \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)} + 2\pi \lambda_{k}^{t}, \ \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)} \in [-\pi, \pi),$$
$$l = [1, 2, \cdots, L]$$
(13)

由于相位具有周期性导致估计时丢失 $\lambda_k^t$ ,因此由  $x_{lk}(\Delta \hat{\tau}_k^{t(l)})$ 估计的相位差事实上应为 $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ ,而 $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ ,无法获得。将式(13)代入式(10)可得

$$\Delta \hat{\theta}_{k}^{t} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)} + 2\pi \lambda_{k}^{t} \triangleq \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t} + 2\pi \lambda_{k}^{t} \qquad (14)$$

由于相位具有  $2\pi$ 周期性,因此对于 FC 模式下的相 位差补偿而言, $\Delta \hat{\theta}_k^t 与 \Delta \hat{\theta}_k^t$ 是等效的。为便于表述, 记估计子  $\Delta \hat{\theta}_k^t$ 为"直接加权平均(Directly Weighted Average, DWA)"。

首先给出周期估计误差(Periodic Estimation Error, PEE)的定义。假设待估计参数为 $\varepsilon$ ,其估计 值为 $\hat{\varepsilon}$ ,则 $\hat{\varepsilon}$ 关于周期 $\Omega$ 的 PEE:  $\delta_{\hat{\varepsilon}}$ 定义为

$$\begin{split} \delta_{\hat{\varepsilon}} &= \hat{\varepsilon} + \Omega \hat{\iota} - \varepsilon, \quad \text{s.t.} \quad \hat{\iota} = \arg\min_{\iota \in \mathbb{Z}} \left| \hat{\varepsilon} + \Omega \iota - \varepsilon \right| \quad (15) \\ & \mathbb{E} \, \& \left| \delta_{\hat{\varepsilon}} \right| \leq \Omega/2 \, \circ \, \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)} \, \\ & \end{split}$$
 (15)

$$\begin{split} \delta_{\Delta\hat{\vartheta}_{k}^{\mathrm{t}(l)}} &= \Delta\hat{\vartheta}_{k}^{\mathrm{t}(l)} + 2\pi\hat{\iota}_{k}^{\mathrm{t}(l)} - \Delta\vartheta_{k}^{\mathrm{t}},\\ \mathrm{s.t.} \ \hat{\iota}_{k}^{\mathrm{t}(l)} &= \arg\min_{\iota_{k}^{\mathrm{t}(l)} \in [0,\pm 1]} \left| \Delta\hat{\vartheta}_{k}^{\mathrm{t}(l)} + 2\pi\iota_{k}^{\mathrm{t}(l)} - \Delta\vartheta_{k}^{\mathrm{t}} \right| \ (16) \end{split}$$

式中 $\iota_k^{t(l)} \in [0,\pm 1]$ 是由于 $\Delta \vartheta_k^t$ ,  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)} \in [-\pi,\pi)$ , 且  $\left| \delta_{\Delta \vartheta_k^{t(l)}} \right| \leq \pi$ 。由于 $\iota_k^{t(l)}$ 未知,因此 $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)} = \Delta \vartheta_k^t$ 之间存在 $2\pi \iota_k^{t(l)}$ 的相位模糊。需要指出的是, $\hat{\iota}_k^{t(l)}$ 表示相位差真实值与估计值之间的相位模糊关系,是由估计误差导致的,例如噪声或波形非理想正交引起的估计误差。

记  $\Delta \vartheta_k^{t}$  的稳健估计子为  $\Delta \overline{\vartheta}_k^{t}$ , 则  $\Delta \overline{\vartheta}_k^{t}$  的 PEE 应满足  $\delta_{\Delta \overline{\vartheta}_k^{t}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \delta_{\Delta \widehat{\vartheta}_k^{t(l)}} \circ$ 从而  $\Delta \overline{\vartheta}_k^{t}$  可表示为  $\Delta \overline{\vartheta}_k^{t} = \delta_{\Delta \overline{\vartheta}_k^{t}} + \Delta \vartheta_k^{t} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \left( \Delta \widehat{\vartheta}_k^{t(l)} + 2\pi \widehat{\iota}_k^{t(l)} \right)$  (17)

比较估计子 $\Delta \hat{\vartheta}_k^t$ 和 $\Delta \overline{\vartheta}_k^t$ 可知, $\Delta \hat{\vartheta}_k^t$ 考虑了模糊关系  $\hat{\iota}_k^{(l)}$ ,因此具有稳健性。然而 $\Delta \hat{\vartheta}_k^t$ 是未知参数 $\hat{\iota}_k^{(l)}$ 的 函数,因此 $\Delta \hat{\vartheta}_k^t$ 无法直接应用。记估计子 $\Delta \hat{\vartheta}_k^t$ 为"不 可获得的稳健估计(Unattainable Robust Estimation, URE)"。

同
$$\Delta \theta_{l}^{t}$$
类似,  $\Delta \theta_{l}^{r}$ 可改写为  
 $\Delta \theta_{l}^{r} = \Delta \vartheta_{l}^{r} + 2\pi \lambda_{l}^{r}, \ \Delta \vartheta_{l}^{r} \in [-\pi, \pi), \ \lambda_{l}^{r} \in \mathbb{Z}$  (18)

从而 Δθi 的各独立估计值可表示为

$$\Delta \hat{\theta}_{l}^{\mathbf{r}(k)} = \Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k)} + 2\pi \lambda_{l}^{\mathbf{r}} , \quad \Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k)} \in [-\pi, \pi) ,$$
  
$$k = 1, 2, \cdots, K$$
(19)

$$\begin{aligned} \Delta\theta_l^{\mathrm{r}} \,\mathrm{fh} \,\,\mathrm{DWA} \,\,\mathrm{fh} \mathrm{H} \mathcal{F} \mathcal{H} \,\Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}} &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)} \,\, \circ \,\, \Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)} \\ \mathcal{K} \mathcal{F} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{pEE} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{PEE} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{fh} \,\mathrm{fh} \\ \delta_{\Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)}} &= \Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)} + 2\pi\hat{\iota}_l^{\mathrm{r}(k)} - \Delta\vartheta_l^{\mathrm{r}}, \\ \mathrm{s.t.} \,\, \hat{\iota}_l^{\mathrm{r}(k)} &= \arg\min_{\iota_l^{\mathrm{r}(k)} \in [0,\pm 1]} \left| \Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)} + 2\pi\iota_l^{\mathrm{r}(k)} - \Delta\vartheta_l^{\mathrm{r}} \right| \,\, (20) \\ \Delta\vartheta_l^{\mathrm{r}} \,\,\mathrm{fh} \,\,\,\mathrm{URE} \,\,\,\mathrm{fh} \,\,\mathrm{H} \,\,\mathcal{F} \,\,\Delta\overline{\vartheta}_l^{\mathrm{r}} \,\,\mathrm{fh} \,\,\mathrm{fh} \,\,\mathrm{fh} \,\,\mathrm{fh} \,\,\Delta\overline{\vartheta}_l^{\mathrm{r}} &= \\ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \left( \Delta\hat{\vartheta}_l^{\mathrm{r}(k)} + 2\pi\hat{\iota}_l^{\mathrm{r}(k)} \right) \,\mathrm{s} \end{aligned}$$

#### 4.2 解相位模糊

首先给出一种可获得的估计子 $\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t}$ ,然后证明 当 $\Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)}$ 满足一定精度时, $\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t} 与 \Delta \overline{\vartheta}_{k}^{t}$ 是等价的, 即二者的 PEE 相等。任意选择独立估计值 $\Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l_{0})}$ ( $l_{0} \in [1,2,\cdots,L]$ )作为参考,定义估计子 $\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t}$ 为

$$\begin{split} \Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t} &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \left( \Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t(l)} + 2\pi \hat{\gamma}_{k}^{t(l)} \right), \\ \text{s.t.} \quad \tilde{\gamma}_{k}^{t(l)} &= \arg \min_{\gamma_{k}^{t(l)} \in [0, \pm 1]} \left| \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)} + 2\pi \gamma_{k}^{t(l)} - \Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l_{0})} \right| (21) \end{split}$$

显然  $\hat{\gamma}_{k}^{t(l_{0})} = 0$  。  $\hat{\gamma}_{k}^{t(l)}$  只依赖于估计值  $\Delta \hat{\partial}_{k}^{t(l)}$ ,因此  $\Delta \tilde{\partial}_{k}^{t}$  是可获得的。  $\Delta \tilde{\partial}_{k}^{t}$  的 PEE 可表示为

$$\begin{split} \delta_{\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t}} &= \Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t} + 2\pi \tilde{\varsigma}_{k}^{t(l_{0})} - \Delta \vartheta_{k}^{t}, \\ \text{s.t.} \quad \tilde{\varsigma}_{k}^{t(l_{0})} &= \arg \min_{\varsigma_{k}^{t(l_{0})} \in [0, \pm 1]} \left| \Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t} + 2\pi \varsigma_{k}^{t(l_{0})} - \Delta \vartheta_{k}^{t} \right| \quad (22) \end{split}$$

 $\Delta \theta_k^{t}, \Delta \vartheta_k^{t}, \Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ 和  $\Delta \tilde{\vartheta}_k^{t}$ 之间的模糊关系如图 2 所示,结合式(21)可知:选择  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l_0)}$ 为参考值,将其 余  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ 以 2π为步长逼近  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l_0)}$ ,对  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ 作修正; 然后对  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l_0)}$ 及修正后的  $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ 作加权平均即可得  $\Delta \tilde{\vartheta}_k^{t}$ 。

下面证明 $\Delta \tilde{\vartheta}_k^t$ 与 $\Delta \overline{\vartheta}_k^t$ 的等价性。

定理 若 $\Delta \vartheta_k^{t}$ 的任一独立估计值 $\Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$ 的 PEE 满足

$$\left| \delta_{\Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l)}} \right| < \frac{\pi}{2} , \quad \forall l \in [1, 2, \cdots, L]$$

$$(23)$$

则

 $\delta_{\Delta\tilde{\vartheta}_{k}^{t}} = \delta_{\Delta\bar{\vartheta}_{k}^{t}} \tag{24}$ 

由定理可知,式(23)成立是 $\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t} = \Delta \overline{\vartheta}_{k}^{t}$ 等价的 充分条件;当式(23)成立时, $\delta_{\Delta \tilde{\vartheta}_{k}}$ 与参考值 $\Delta \hat{\vartheta}_{k}^{t(l_{0})}$ 的



图 2  $\Delta \theta_k^{t}, \Delta \vartheta_k^{t}, \Delta \hat{\vartheta}_k^{t(l)}$  和  $\Delta \tilde{\vartheta}_k^{t}$  之间的模糊关系

选择无关。为便于表述,记估计子 $\Delta \tilde{\vartheta}_k^t$ 为"可获得的稳健估计(Attainable Robust Estimation, ARE)"。

「同理,任意选择独立估计值 $\Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k_{0})}(k_{0} \in [1,2,\cdots,K])$ 作为参考,则 $\Delta \vartheta_{l}^{\mathbf{r}}$ 的 ARE 估计子可表示为  $\Delta \tilde{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left( \Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k)} + 2\pi \hat{\gamma}_{l}^{\mathbf{r}(k)} \right),$ s.t.  $\tilde{\gamma}_{l}^{\mathbf{r}(k)} = \arg \min_{\gamma_{l}^{\mathbf{r}(k)} \in [0,\pm1]} \left| \Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k)} + 2\pi \gamma_{l}^{\mathbf{r}(k)} - \Delta \hat{\vartheta}_{l}^{\mathbf{r}(k_{0})} \right| (25)$ 

 $\Delta \tilde{\vartheta}_{l}^{r}$ 的 PEE 为

$$\delta_{\Delta\tilde{\vartheta}_{l}^{\mathrm{r}}} = \Delta\tilde{\vartheta}_{l}^{\mathrm{r}} + 2\pi\tilde{\varsigma}_{l}^{\mathrm{r}(k_{0})} - \Delta\vartheta_{l}^{\mathrm{r}},$$

s.t. 
$$\tilde{\varsigma}_l^{\mathbf{r}(k_0)} = \arg\min_{\varsigma_l^{\mathbf{r}(k_0)} \in [0,\pm 1]} \left| \Delta \tilde{\vartheta}_l^{\mathbf{r}} + 2\pi \varsigma_l^{\mathbf{r}(k_0)} - \Delta \vartheta_l^{\mathbf{r}} \right|$$
(26)

 $\Delta \tilde{\vartheta} = \Delta \tilde{\vartheta}$ 的等价性证明与定理类似,不再赘述。

综上所述,给出发射时延差 $\Delta \hat{r}_{k}^{t}$ 和(等效)相位 差 $\Delta \tilde{\vartheta}_{k}^{t}$ 的稳健估计流程如图 3 所示,接收时延差  $\Delta \hat{r}_{l}^{t}$ 和(等效)相位差 $\Delta \tilde{\vartheta}_{l}^{t}$ 的稳健估计流程如图 4 所 示。

#### 5 仿真及数据结果分析

DAFC 雷达的收发天线配置为L = K = 2;载 频 $f_c = 1$  GHz; MIMO 模式下选用两组正交四相编 码波形<sup>[8]</sup>,每组码含有 128 个子脉冲,每个子脉冲宽 度为1 µs 。目标到各收发天线的时延在 (0,*T*/2) (*T* = 128 µs)内随机选取;收发初始相位在[ $-\pi$ , $\pi$ )内 均匀分布;噪声服从复白高斯过程,每个 SNR<sub>in</sub>取







图 4  $\Delta \hat{\tau}_{l}^{r}$  和  $\Delta \tilde{\vartheta}_{l}^{r}$  的稳健估计流程

值点独立进行 500 次 Monte-carlo 实验。考虑以下 两类目标模型。

单散射点(Single Scatterer, SS)目标模型:目标 只包含1个散射点,其RCS为 $\overline{\xi}$ =1。

主散射点(Dominant Scatterer, DS)目标模型: 目标共包含 10 个独立的散射点,其中一个主散射 点,其 RCS 为 $\overline{\xi}$  = 1;其余 9 个为辅散射点,RCS 在区间[0.05,0.15]内均匀分布。

实验1 时延差估计性能 针对两类目标模型, 相关法估计收发时延差的 RMSE(Root Mean Squared Error)随SNR<sub>in</sub>的变化曲线如图5所示。由 图可知:对于 SS 目标模型,接收时延差估计的 RMSE随SNR<sub>in</sub>增加逐渐逼近 CRB<sup>[13]</sup>;由于发射波 形非理想正交,发射时延差估计精度低于接收时延 差;两者的SNR<sub>in</sub>阈值(RMSE 曲线斜率出现剧烈变 化的SNR<sub>in</sub>值)分别约等于18 dB和24 dB。相比 SS 目标模型,DS 目标模型对应的发射或接收时延差的 SNR<sub>in</sub>阈值更高。

**实验 2** 估计子 URE 与 ARE 等价性验证 定 义估计子 URE 与 ARE 的等价概率(Equivalence Ratio, ER)为:估计子 URE 与 ARE 等价的次数与 实验总次数之比。针对两类目标模型,图 6 分别展 示了接收和发射(等效)相位差对应的 URE 和 ARE 的 ER 随 SNR<sub>in</sub>的变化曲线。由图可知,对于两种 目标模型,接收或发射对应的 ER 随 SNR<sub>in</sub>增加逐 渐趋于概率 1。

**实验 3** (等效)相位差估计性能 针对两类目标模型,图 7 展示了接收相位差  $\Delta \vartheta_2^2$  估计的 RMSE 随 SNR<sub>in</sub>的变化曲线。RMSE 计算式为:

 $\sqrt{\frac{1}{\prod}\sum_{n=1}^{\Pi} \left| \left( \delta_{\Delta \tilde{d}_{2}} \right)_{n} \right|^{2}}$ ,其中П表示实验总次数, $\left( \delta_{\Delta \tilde{d}_{2}} \right)_{n}$ 

表示第n次实验获得的PEE。由图7可知:

(1)两类目标模型的实验结果类似;(2)由于 DWA 估计相位差时存在相位模糊,因此 DWA 估计



图 5 时延差估计的 RMSE 随 SNR<sub>in</sub> 的变化曲线

失效; (3)URE 或 ARE 对应的 RMSE 随 SNR<sub>in</sub> 增加 逐渐接近 CRB<sup>[13]</sup>,且 SNR<sub>in</sub> 阈值约等于18 dB; (4) 当 SNR<sub>in</sub> 不小于18 dB 时,URE 和 ARE 对应的 RMSE 曲线完全重叠,由图 6 可知这是由于二者的 ER 等于1。

图 8 展示了  $\Delta \vartheta_2^t$  估计的 RMSE 随 SNR<sub>in</sub> 的变化 曲线。由于发射波形非理想正交, URE 或 ARE 对 应的 RMSE 随 SNR<sub>in</sub> 增加不再接近 CRB,最终趋于 定值。其余结论与  $\Delta \vartheta_1^c$  的类似,不再赘述。

实验 4 相参处理性能 在 FC 模式任选 MIMO 模式下一组码分信号作为发射波形。针对两 类目标模型,实验获得 3 种估计子对应的 oSNRg 随 SNR<sub>in</sub>变化曲线如图 9 所示。由图可知: (1)两类目 标模型的实验结果类似; (2)由于估计子 DWA 缺乏 稳健性,因此在 SNR<sub>in</sub>较高时, DAM 对应的 oSNRg 无法达到理想上界 SNR<sup>ideal</sup>; (3)URE 和 ARE 对应的 oSNRg 曲线近似,这是由于二者的相位差估计精度 近似;随着 SNR<sub>in</sub>逐渐增加,URE(或 ARE)对应的 oSNRg 曲线接近理想上界 SNR<sup>ideal</sup>; (4)尽管在低信 噪比区域(SNR<sub>in</sub>  $\leq$  15 dB) URE 较 ARE 的相位差 估计精度更高(如图 7 或图 8 所示),但在 SNR<sub>in</sub> 较低 时 oSNRg 主要受到时延差估计精度的影响,因此 URE 和 ARE 对应的 oSNRg 近似。

#### 6 结束语

针对一般结构的 DAFC 雷达, 研究了相关法的 相干参数估计及相参性能。基于周期估计误差的定 义,分析了估计相位差时的相位模糊问题,并提出 了一种易实现的解相位模糊方法。仿真实验考虑了 多种目标模型,利用正交多相编码波形作为发射信 号,数值结果表明提出的解相位模糊方法是稳健有 效的;由于发射波形非理想正交,接收相干参数的 估计精度高于发射相干参数;在输入信噪比较高时, oSNRg 接近理想上界 *K*<sup>2</sup>*L*。为更好地指导工程应



图 6 URE 和 ARE 的 ER 随 SNR<sub>in</sub> 的变化曲线



## 图 9 oSNRg 随 SNR<sub>in</sub> 的变化曲线

## 用,下一步将设计DAFC 雷达的闭环信号处理框架, 研究相参性能监控方法以及工作模式切换策略。

#### 参考文献

- Ahlgren G W. Next generation radar concept definition team [1]final report[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2003.
- [2]Cuomo K M, Coutts S D, McHarg J C, et al.. Wideband aperture coherence processing for next generation radar (NexGen)[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2004: 11-16.
- Coutts S D, Cuomo K M, McHarg J C, et al.. Distributed [3] coherent aperture measurements for next generation BMD radar[C]. Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing, Walthma, MA, USA, 2006: 390 - 393.
- Phased-array [4] Brookner E. and radar astounding breakthroughs — an update[C]. IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, 2008, DOI:10.1109/RADAR.2008. 4720771.
- Fletcher A and Robey F. Performance bounds for adaptive [5]coherence of sparse array radar[C]. 11th Conference Adaptive Sensors Array Processing, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, MA, USA, 2003: 290-293.
- [6]鲁耀兵,张履谦,周荫清,等.分布式阵列相参合成雷达技术 研究[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(8): 1657-1662. Lu Yao-bing, Zhang Lü-qian, Zhou Yin-qing, et al.. Study on distributed aperture coherence synthetic radar technology[J]. Systems Engineering and Electronic, 2013, 35(8): 1657-1662.
- 曹哲, 柴振海, 高宏卫, 等. 分布式阵列相参合成雷达技术研 [7] 究与试验[J]. 现代防御技术, 2012, 40(4): 1-11. Cao Zhe, Chai Zhen-hai, Gao Hong-wei, et al.. Technology and tests on distributed aperture coherence synthesizing radar[J]. Modern Defence Technology, 2012, 40(4): 1-11.
- Gao Hong-wei, Cao Zhe, Wen Shu-liang, et al.. Study on [8] distributed aperture coherence synthesizing radar with several experiment results[C]. Proceedings of the IEEE Radar Conference, Xi'an, China, 2011: 84-86.
- 曾涛,殷丕磊,杨小鹏,等.分布式全相参雷达系统时间与相 [9] 位同步方案研究[J]. 雷达学报, 2013, 2(1): 105-110. Zeng Tao, Yin Pi-lei, Yang Xiao-peng, et al.. Time and phase synchronization for distributed aperture coherent radar[J]. Journal of Radars, 2013, 2(1): 105-110.
- [10]殷丕磊,杨小鹏,曾涛.分布式全相参雷达的相位差跟踪技术 [J]. 信号处理, 2013, 29(3): 313-318. Yin Pi-lei, Yang Xiao-peng, and Zeng Tao. Tracking technology of phase difference for distributed aperture radar

[J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(3): 313-318.

- [11] Sun Pei-lin, Tang Jun, He Qian, et al.. Cramer-Rao bound of parameters estimation and coherence performance for next generation radar[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2013, 7(5): 553-567.
- [12] Tang Xiao-wei, Tang Jun, He Qian, et al. Cramer-Rao bounds and coherence performance analysis for next generation radar with pulse trains[J]. Sensor, 2013, 13(4): 5347-5367.
- [13] 宋靖,张剑云,郑志东,等.分布式全相参雷达相干参数估计 性能[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(8): 1926-1931. Song Jing, Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, et al.. Coherent parameters estimation performance for distributed aperture coherent radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(8): 1926-1931.
- [14] 宋靖, 张剑云. 分布式全相参雷达相参性能分析[J]. 电子与信 息学报, 2015, 37(1): 9-14. Song Jing and Zhang Jian-yun. Coherence performance analysis for distributed aperture coherent radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(1): 9-14.
- [15] 宋靖,张剑云,代林,等.基于相位同步的分布式全相参雷达 参数估计及相参性能[OL].中国科学:信息科学, 2015.http://info.scichina.com/sciF/CN/abstract/abstract 516987.shtml. Song Jing, Zhang Jian-yun, Dai Lin, et al.. Parameters estimation and coherence performance for distributed aperture coherent radar based on phase synchronization[OL]. Scientia Sinica Informationis, 2015. http://info.scichina.

com/sciF/CN/abstract/abstract 516987.shtml. 宋靖, 牛朝阳, 张剑云. 分布式全相参雷达 LFM 信号设计及 [16]性能分析 [J]. 中国科学: 信息科学, DOI: 10.1360/ N112014-00185. Song Jing, Niu Zhao-yang, and Zhang Jian-yun. OFD-LFM signal design and performance analysis for distributed aperture fully coherent radar[J]. Scientia Sinica Informationis, DOI: 10.1360/N112014-00185.

- 宋 靖: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达及分 布式雷达信号处理.
- 周青松: 男, 1982 年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为凸优化理 论及雷达信号处理.
- 张剑云: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷 达及目标环境模拟、高速信号处理.