基于张量分解的互质阵 MIMO 雷达目标多参数估计方法

樊劲宇*[①] 顾 红[①] 苏卫民[①] 陈金立[②]
[①](南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)
[②](南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044)

摘 要：该文提出了一种基于双基地互质阵列(CPA)多输入多输出(MIMO)雷达的多目标波离方向角(DOD)、波达方向角(DOA)和多普勒频率估计算法。收发阵列各由两个满足互质结构的稀疏均匀子线阵组成。时域的快拍序列同样由两个互质的稀疏均匀采样构成。算法利用张量因子分解得到分别包含 DOD, DOA 和多普勒频率信息的 3 个流形矩阵，再从中构造出具有范德蒙德矩阵结构的虚拟流形矩阵。为了提高估计精度，还提出了一种基于特征值分解的误差抑制算法，并通过旋转不变子空间算法(ESPRIT)求取各目标的 3 个待估参数。与传统算法相比，该算法通过构造均匀虚拟阵列和虚拟快拍提高参数估计性能，且不会产生模糊，避免了谱峰搜索和额外的配对过程。仿真实验验证了该算法有效性。

关键词：双基地 MIMO 雷达；互质数对；张量分解；Swerling-I 模型
中图分类号：TN958 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2015)04-0933-06
DOI: 10.11999/JEIT140826

Co-prime MIMO Radar Multi-parameter Estimation Based on Tensor Decomposition

Fan Jin-yu[①] Gu Hong[①] Su Wei-min[①] Chen Jin-li[②]
[①](*School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094, *China*)
[②](*Colllege of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing* 210044, *China*)

Abstract: A novel algorithm for estimation of Direction Of Departure (DOD), Direction Of Arrival (DOA), and Doppler frequency based on bistatic MIMO radar with Co-Prime Array (CPA) is presented. The transmit and receive arrays are both composed of a pair of sparse uniform subarrays. Similarly, a pair of snapshot sequences with co-prime intervals constitutes the sampling of temporal. Three manifold matrices which contain multi-targets' DODs, DOAs and Doppler frequencies respectively are estimated through tensor decomposition. From which a group of Vandermonde matrices of virtual manifold are constructed. To improve the estimation accuracy, an error depressing algorithm based on eigenvalue decomposition is proposed. Finally, the above three parameters are estimated by an Estimation of Signal Parameters via Rotation Invariant Techniques (ESPRIT) algorithm. The proposed algorithm offers better performance through virtual array and virtual snapshot without parameter ambiguous. It requires neither peak searching nor pairing processes, and the simulation results are presented to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Bistatic MIMO radar; Co-prime pair; Tensor decomposition; Swerling-I model

1 引言

由无线通信中多输入多输出(MIMO)技术发展而来的的 MIMO 雷达近些年来引起了人们的广泛关注，文献[1]首次提出这一概念。与相控阵雷达相比，该雷达具有更大的阵列孔径、更高的阵列自由度和更好的低截获性能[2–4]。得益于发射端的波形分集特性，双基地 MIMO 雷达可以同时估计多个目标的波离方向角(Direction Of Departure, DOD)和波达方向角(Direction Of Arrival, DOA)，从而实现交叉定位。文献[5]将 2 维多重信号分类(2 Dimension-MUltiple SIgnal Classification, 2D-MUSIC)技术引

2014-06-23 收到，2014-11-06 改回
国家部委基金，教育部博士点基金(20113219110018)，中国航天科技集团公司航天科技创新基金(CASC04-02)，国家自然科学基金(61302188)和江苏省自然科学基金(BK20131005)资助课题
*通信作者：樊劲宇 chisame904@gmail.com

入双基地 MIMO 雷达，能够同时估计多个目标的DOD 和 DOA，并提出了一种降维 MUSIC 算法降低 2 维谱峰搜索的运算量。文献[6]通过 2 次独立的旋转不变子空间参数估计(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法分别估计目标 DOD 和 DOA，算法避免了谱峰搜索，但需要进行额外的参数配对。文献[7]对其做出了改进，提出一种自动配对的 ESPRIT 算法。文献[8]将回波数据构造成测量张量，利用张量因子分解得到目标的各个流形矩阵，再通过传统子空间算法(如 ESPRIT 等)求得目标的 DOD 和 DOA。在目标雷达截面积(Radar Cross Section, RCS)满足 Swerling-I 模型的条件下还可求得各目标的多普勒频率，且这些参数均自动配对。上述算法要求阵元间距满足半波长限制，且脉冲重复频率(Pulse Recurrence Frequency, PRF)大于2倍多普勒频率，否则估计的参数会存在模糊。为了在相同阵元个数下得到更大的阵列孔径，非均匀阵列被引入 MIMO 雷达信号处理领域。

非均匀线阵的各阵元间距组成一个特定序列，且均为半波长的整数倍。常见的非均匀线阵有：最小冗余阵列[9](Minimum Redundancy Array, MRA)、嵌套阵列[10](Nested Array, NA)和互质阵列[11](Co-Prime Array, CPA)等。文献[12]将非均匀线阵应用于双基地 MIMO 雷达，从匹配滤波输出数据的自相关矩阵中构造出虚拟 MIMO 阵列的导向矢量。再通过 2 维空间平滑算法估计出各目标的 DOD 和 DOA。该算法提高了 MIMO 雷达的角度估计精度且可以实现估计参数的自动配对。当物理阵元个数较多时形成的虚拟阵元数将大大增加，此时 2 维空间平滑算法得到的 2 维虚拟阵列流形矩阵过于庞大不利于后续运算。此外，自相关运算会导致运算过程中丢失时域信息，因而无法估计目标的多普勒频率。

本文提出了一种基于非均匀线阵的目标参数估计算法。选用了互质阵作为收发阵列，并对文献[8]中均匀采样的快拍序列做出改进，仅对其中构成互质序列的若干非均匀快拍进行采样。从而将非均匀阵列角度估计算法拓展到了非均匀快拍下的多普勒频率估计中。算法首先将匹配滤波后数据构造成三阶张量，并利用张量分解从中求取互质结构下的收发阵列流形矩阵和多普勒信息矩阵。然后通过矩阵的 Khatri-Rao 乘积运算估计出均匀虚拟收发线阵各自的阵列流形矩阵和均匀虚拟快拍下的多普勒信息矩阵。针对运算过程中误差放大问题提出了一种利用特征值分解进行误差抑制的方法。最后利用 ESPRIT 算法从误差抑制后的 3 组导向矢量中逐一估计出各目标的 DOD, DOA 和多普勒频率。算法利用非均匀线阵形成的虚拟阵列获得更高的角度估计性能，通过构造数量远高于实际采样快拍数的均匀虚拟快拍提高了多普勒频率估计精度，并降低了接收端信号处理的存储成本。该算法能够实现参数间自动配对，且适用于 MRA 等其他非均匀阵列，文中仅以互质阵为例是为了便于非均匀阵列和非均匀快拍序列的构造。

2 系统模型

双基地 MIMO 雷达的收发阵列分别为 N 和 M 个阵元的非均匀线阵。M 路正交窄带发射信号 $\boldsymbol{S}=[\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2,\cdots,\boldsymbol{s}_m]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{M\times P}$ 满足 $\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{I}_M$，其中 $(\cdot)^{\mathrm{T}}$ 表示转置，$(\cdot)^{\mathrm{H}}$ 表示共轭转置，P 为每个脉冲的采样点数，$\boldsymbol{I}_M$ 为 M 维单位矩阵。假设有 K 个不相关的远场目标，收发阵列流形矩阵分别为 $\boldsymbol{A}_r=[\boldsymbol{a}_{r1},\boldsymbol{a}_{r2},\cdots,\boldsymbol{a}_{rK}]$ 和 $\boldsymbol{A}_t=[\boldsymbol{a}_{t1},\boldsymbol{a}_{t2},\cdots,\boldsymbol{a}_{tK}]$，其中 $\boldsymbol{a}_{rk}$ 和 $\boldsymbol{a}_{tk}$ 分别为第 k 个目标的接收和发射导向矢量。则接收端第 q 个快拍的输出信号可以表示为

$$\boldsymbol{Y}_q=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{\Lambda}_q\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{N}_q,\quad q=1,2,\cdots,Q \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}_q$ 是以 $\lambda_{kq}=c_{kq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{dk}(q-1)T}\,(k=1,2,\cdots,K)$ 为对角元素的 K 维对角矩阵，c_{kq} 和 f_{dk} 分别为第 k 个目标在第 q 个快拍的 RCS 和多普勒频率，T 为脉冲重复周期。$\boldsymbol{N}_q$ 为零均值加性高斯白噪声，Q 为每个相干处理间隔(Coherent Processing Interval, CPI)内的快拍数。假设发射阵列由两个具有互质结构的子线阵构成，具有图 1 所示结构。阵元间距较大的子阵用●表示，阵元间距较小的子阵用○表示，两个子阵共用的最左端参考阵元用⊗表示，阵元个数分别为 $2M_t$ 和 $N_t\,(M_t<N_t)$，阵元间距分别为 $M_t\lambda/2$ 和 $M_t\lambda/2$。其中 λ 为信号波长，M_t 和 N_t 为两个互质的正整数，即 M_t 和 N_t 不含 1 以外的公约数，且满足总阵元数 $M=2M_t+N_t-1$。

设第 k 个目标的 DOD 为 $\phi_{tk}\in[0,2\pi)$，其发射导向矢量可以表示为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_{tk}=[1,\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi i_{m,n}\cos\phi_{tk}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(2M_t-1)N_t\cos\phi_{tk}}]^{\mathrm{T}}\\&\text{s.t.}\quad i_{m,n}\in\mathbb{I}_{M,N}=\{n_tM_t,0\le n_t\le N_t-1\}\\&\qquad\cup\{m_tN_t,0\le m_t\le 2M_t-1\}\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

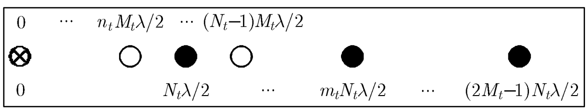


图 1 互质发射阵列结构

集合 $\mathbb{I}_{M,N}$ 包含两个子阵所有阵元位置。该导向矢量不满足范德蒙德结构，无法使用常规的角度估计算法。因此构造矩阵 $\boldsymbol{R}_{tk}=\boldsymbol{a}_{tk}\boldsymbol{a}_{tk}^{\mathrm{H}}$，其元素可以表示为 $r_{m,n}=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(i_m-i_n)\cos\phi_{tk}}(i_m,i_n\in\mathbb{I}_{M,N})$。根据互质数性质，由 $p=i_m-i_n$ 组成的集合 $\mathbb{P}$ 包含了区间 $[-M_tN_t\quad M_tN_t]$ 上的所有整数[13]。去除 $\boldsymbol{R}_{tk}$ 中冗余和非均匀的元素即可构造向量

$$\bar{\boldsymbol{a}}_{tk}=[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi M_tN_t\cos\phi_{tk}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi p\cos\phi_{tk}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi M_tN_t\cos\phi_{tk}}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

其等效于位于 $[-M_tN_t\quad M_tN_t]$ 处阵元间距为 $\lambda/2$ 的均匀虚拟线阵的导向矢量，再利用 ESPRIT 算法即可估计出目标发射角。综上所述，虚拟阵列技术可以利用 $2M_t+N_t-1$ 个阵元的稀疏互质阵列构造出 $2M_tN_t+1$ 个阵元的虚拟满阵。同理，在接收端可以得到 $2M_rN_r+1$ 个阵元的虚拟接收阵列。

将上述互质阵列的思想拓展到目标多普勒频率估计中，假设目标满足 Swerling-I 模型，其 RCS 在一个 CPI 内保持不变，即 $c_{kq}\equiv c_k\,(q=1,2,\cdots,Q)$。通过将式(1)中 $\boldsymbol{Y}_q$ 列向量化得到 $\boldsymbol{y}_q=\mathrm{vec}(\boldsymbol{Y}_q)$，令 $\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}_1,\cdots,\boldsymbol{y}_Q]$，即可以构造出整个 CPI 内 Q 个快拍的数据矩阵。

$$\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{A}_t\oplus\boldsymbol{A}_r)\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{N}\in\mathbb{C}^{(MN)\times Q} \tag{4}$$

其中 $\oplus$ 表示 Khatri-Rao 乘积。矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}$ 的第 q 列为矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_q$ 的对角线元素构造成的列向量 $\boldsymbol{\lambda}_q=[\lambda_{1q},\cdots,\lambda_{kq},\cdots,\lambda_{Kq}]^{\mathrm{T}}$。$\boldsymbol{N}=[\mathrm{vec}(\boldsymbol{N}_1),\cdots,\mathrm{vec}(\boldsymbol{N}_q),\cdots,\mathrm{vec}(\boldsymbol{N}_Q)]$，$\mathrm{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的列向量化。当 q 取 $[1\quad Q]$ 上的均匀序列，且相邻两快拍间隔满足奈奎斯特采样条件 $T\le 1/(2f_d)$ 时，即可利用 ESPRIT 算法从矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的第 k 个列向量 $\boldsymbol{\lambda}_k$ 中得到该目标多普勒频率的不模糊估计。为了降低数据存储成本，仅采样 L 个快拍的数据，快拍序列具有类似于收发阵列的互质结构，满足 $l_{m,n}\in\mathbb{L}_{M,N}=\{n_lM_l,0\le n_l\le N_l-1\}\cup\{m_lN_l,0\le m_l\le 2M_l-1\}$，$M_l$ 和 N_l 为一对互质数。此时，式(4)中矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 的维数降低为 $(MN)\times L$，但仍可从 $2M_lN_l+1$ 个连续的虚拟快拍中估计目标的多普勒频率。

基于上述回波模型，3.1 节提出了一种在非均匀阵列以及非均匀快拍条件下估计目标 DOD, DOA 和多普勒频率的算法，并在 3.2 节中进行优化以降低估计误差。

3　互质阵 MIMO 雷达参数估计算法

3.1 目标多参数估计

为了从式(4)中得到 $\boldsymbol{A}_t$，$\boldsymbol{A}_r$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的估计，在此引入张量分解算法。文献[14]给出了张量的矩阵表示法。

定义 1[14]　N 阶张量 $\boldsymbol{\mathcal{X}}\in\mathbb{C}^{I_1\times I_2\times\cdots\times I_N}$ 的 P 模式展开矩阵 $\boldsymbol{X}_{(P)}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{X}_{(P)}=(\boldsymbol{A}^{(1)}\oplus\boldsymbol{A}^{(2)}\oplus\cdots\oplus\boldsymbol{A}^{(P)})\cdot(\boldsymbol{A}^{(P+1)}\oplus\boldsymbol{A}^{(P+2)}\oplus\cdots\oplus\boldsymbol{A}^{(N)})^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{A}^{(1)}\sim\boldsymbol{A}^{(N)}$ 称为张量 $\boldsymbol{\mathcal{X}}$ 的 N 个因子矩阵。由上述定义可得，式(4)中矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 为三阶张量的二模式展开矩阵，该张量包含 3 个因子矩阵 $\boldsymbol{A}_t$，$\boldsymbol{A}_r$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}$。因此可将矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 重构成三阶张量 $\boldsymbol{\mathcal{Y}}\in\mathbb{C}^{M\times N\times L}$，其元素满足 $y_{mnl}=[\boldsymbol{Y}]_{(m-1)\cdot N+n,l}$，$[\cdot]_{a,b}$ 表示矩阵第 a 行第 b 列的元素。可见 y_{mnl} 表示第 m 路发射信号经过多目标散射在第 n 个接收阵元处得到的第 l 个快拍的输出数据，因此可以改写为

$$y_{mnl}=\sum_{k=1}^{K}[\boldsymbol{a}_{tk}]_m\cdot[\boldsymbol{a}_{rk}]_n\cdot[\boldsymbol{\lambda}_k]_l+e_{mnl} \tag{6}$$

其中 $[\cdot]_a$ 表示向量的第 a 个元素，e_{mnl} 为噪声张量中的相应元素。

定义 2[14]　若张量 $\boldsymbol{\mathcal{X}}\in\mathbb{C}^{I_1\times I_2\times\cdots\times I_N}$ 为 N 个向量的外积，即张量的每个元素等于这 N 个向量相应元素的乘积，则 $\boldsymbol{\mathcal{X}}$ 为秩 1 张量。

根据上述定义和式(6)，张量 $\boldsymbol{\mathcal{Y}}$ 可以表示为 K 个秩 1 张量的和：

$$\boldsymbol{\mathcal{Y}}\approx\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{a}_{tk}\circ\boldsymbol{a}_{rk}\circ\boldsymbol{\lambda}_k \tag{7}$$

“$\circ$”表示向量外积。$\boldsymbol{a}_{tk}$，$\boldsymbol{a}_{rk}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}_k$ 分别为矩阵 $\boldsymbol{A}_t$，$\boldsymbol{A}_r$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的第 k 列。张量分解的目的就是从具有式(7)结构的张量 $\boldsymbol{\mathcal{Y}}$ 中得到 3 个因子矩阵的估计 $\widehat{\boldsymbol{A}}_t$，$\widehat{\boldsymbol{A}}_r$ 和 $\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}$。交替最小二乘算法(Alternating Least Squares, ALS)可以求解这一问题[15]。求得的矩阵 $\widehat{\boldsymbol{A}}_t$ 与 $\boldsymbol{A}_t$ 的列向量存在幅度和顺序上的模糊。记为 $\widehat{\boldsymbol{A}}_t=\boldsymbol{A}_t\boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{\Gamma}_2$，$\boldsymbol{\Gamma}_1$ 为列置换矩阵，$\boldsymbol{\Gamma}_2=\mathrm{diag}(c_1,\cdots,c_k,\cdots,c_K)$ 为列加权矩阵，c_k 为随机复常数。为了构造形如式(3)的虚拟导向矢量，令

$$\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t=\boldsymbol{\Pi}_t\left(\widehat{\boldsymbol{A}}_t\oplus\widehat{\boldsymbol{A}}_t^{\mathrm{H}}\right) \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{\Pi}_t$ 为 $(2M_tN_t+1)\times(2M_t+N_t-1)^2$ 维选择矩阵，使得选取后的矩阵 $\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t$ 等效于 $[-M_tN_t\quad M_tN_t]$ 处虚拟发射阵列的阵列流形。令 $\boldsymbol{\Pi}_{t1}$，$\boldsymbol{\Pi}_{t2}$ 分别为矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_t$ 的前 $2M_tN_t$ 行和后 $2M_tN_t$ 行，$[\cdot]_{\mathrm{fr}}$ 和 $[\cdot]_{\mathrm{lr}}$ 分别表示矩阵的第一行和最后一行，由式(3)可得

$$\begin{aligned}\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t&=\left[c_1\hat{\bar{\boldsymbol{a}}}_{t1},\cdots,c_k\hat{\bar{\boldsymbol{a}}}_{tk},\cdots,c_K\hat{\bar{\boldsymbol{a}}}_{tK}\right]\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Pi}_{t1}\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t\\ \left[\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t\right]_{\mathrm{lr}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left[\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t\right]_{\mathrm{fr}}\\ \boldsymbol{\Pi}_{t2}\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{9}$$

满足 $\boldsymbol{\Pi}_{t2}\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t=\boldsymbol{\Pi}_{t1}\widehat{\widehat{\boldsymbol{A}}}_t\cdot\boldsymbol{\Phi}_t$，$\boldsymbol{\Phi}_t$ 是以 $(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\cos\phi_{t1}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\cos\phi_{tk}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\cos\phi_{tK}})$ 为对角元素的对角矩阵。则第 k 个目标的 DOD 可以利用 ESPRIT 算法求得

$$\hat{\phi}_{tk}=\arccos\left(\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}_{t1}\hat{\bar{\boldsymbol{a}}}_{tk}\right)^{+}\boldsymbol{\Pi}_{t2}\hat{\bar{\boldsymbol{a}}}_{tk}\right]\Big/\pi\right) \tag{10}$$

其中arg[·]表示取复数幅角，$(\cdot)^+$表示矩阵伪逆。以此类推，可以利用估计得到的因子矩阵$\widehat{\boldsymbol{A}}_r$和$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}$构造出形如式(3)的向量$\widehat{\boldsymbol{a}}_{rk}$和$\widehat{\overline{\boldsymbol{\lambda}}}_k$，求得第$k$个目标的DOA和多普勒频率

$$\left.\begin{aligned}\hat{\phi}_{rk}&=\arccos\left(\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}_{r1}\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{rk}\right)^+\boldsymbol{\Pi}_{r2}\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{rk}\right]\Big/\pi\right)\\ \hat{f}_{dk}&=-\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}_{d1}\widehat{\overline{\boldsymbol{\lambda}}}_k\right)^+\boldsymbol{\Pi}_{d2}\widehat{\overline{\boldsymbol{\lambda}}}_k\right]\Big/(2\pi T)\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

讨论 1 均匀快拍下的目标多普勒频率估计算法要求发射信号PRF满足奈奎斯特采样条件$f_{\mathrm{PRF}}\ge 2f_{dk}$。本文采用的非均匀快拍序列由2个均匀稀疏快拍序列构成，具有类似图的互质结构。其PRF分别为$f_{\mathrm{PRF1}}=f_{\mathrm{PRF}}/M_l$和$f_{\mathrm{PRF2}}=f_{\mathrm{PRF}}/N_l$，均不满足上述采样条件，常规算法下得到的速度估计会存在周期性模糊。但得益于M_l和N_l的互质关系，构造出的$2M_lN_l+1$个虚拟快拍均匀分布，其PRF满足$f'_{\mathrm{PRF}}=f_{\mathrm{PRF}}$。因此，仅要求$f'_{\mathrm{PRF}}\ge 2f_{dk}$即可解决由非均匀稀疏快拍造成的速度模糊问题。

3.2 改进的参数估计算法

由式(7)可知，在噪声环境下通过ALS算法得到3个因子矩阵的估计$\widehat{\boldsymbol{A}}_t$, $\widehat{\boldsymbol{A}}_r$和$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}$存在一定误差。令$\hat{\boldsymbol{a}}_{tk}=c_k(\boldsymbol{a}_{tk}+\sigma\boldsymbol{n}_{tk})$，其中$\sigma\boldsymbol{n}_{tk}$为该导向矢量的估计误差，且$\sigma\ll 1$。虚拟均匀发射线阵的导向矢量的估计值为

$$\begin{aligned}\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{tk}&=\boldsymbol{\Pi}_t\left(\hat{\boldsymbol{a}}_{tk}\otimes\hat{\boldsymbol{a}}_{tk}^{\mathrm{H}}\right)=\left|c_k\right|^2\Big(\boldsymbol{\Pi}_t\left(\boldsymbol{a}_{tk}\otimes\boldsymbol{a}_{tk}^{\mathrm{H}}\right)\\&\quad+\sigma\boldsymbol{\Pi}_t\left(\boldsymbol{a}_{tk}\otimes\boldsymbol{n}_{tk}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{n}_{tk}\otimes\boldsymbol{a}_{tk}^{\mathrm{H}}+\sigma\boldsymbol{n}_{tk}\otimes\boldsymbol{n}_{tk}^{\mathrm{H}}\right)\Big)\end{aligned}\tag{12}$$

$\otimes$表示kronecker积，该运算使得张量分解产生的估计误差被放大，从而影响式(10)中DOD估计精度。针对这一问题，提出了一种基于特征值分解的误差抑制算法。

定义选择矩阵$\boldsymbol{\Xi}_t^{(i)}$为

$$\boldsymbol{\Xi}_t^{(i)}=\left[\boldsymbol{0}_{(M_tN_t+1)\times(M_tN_t-i)}\quad\boldsymbol{I}_{(M_tN_t+1)}\quad\boldsymbol{0}_{(M_tN_t+1)\times i}\right]\tag{13}$$

其中$\boldsymbol{0}_{a\times b}$表示$a\times b$维全零矩阵，$0\le i\le M_tN_t$。由式(3)和式(13)可以构造：

$$\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{A}}_{tk}&=F\left(\overline{\boldsymbol{a}}_{tk}\right)=\left[\boldsymbol{\Xi}_t^{(0)}\overline{\boldsymbol{a}}_{tk},\cdots,\boldsymbol{\Xi}_t^{(i)}\overline{\boldsymbol{a}}_{tk},\cdots,\boldsymbol{\Xi}_t^{(M_tN_t)}\overline{\boldsymbol{a}}_{tk}\right]\\&=\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}\left[0,\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi i\cos\phi_{tk}},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi M_tN_t\cos\phi_{tk}}\right]=\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}^{\mathrm{H}}\end{aligned}\tag{14}$$

向量$\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}=\boldsymbol{\Xi}_t^{(0)}\overline{\boldsymbol{a}}_{tk}$为式(3)中虚拟导向矢量$\overline{\boldsymbol{a}}_{tk}$的后$M_tN_t+1$行，具有范德蒙德结构。仿照式(14)对$\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{tk}$进行相同操作，可由式(12)得到

$$\widehat{\widetilde{\boldsymbol{A}}}_{tk}=F\left(\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{tk}\right)=\left|c_k\right|^2\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}^{\mathrm{H}}+\sigma\left|c_k\right|^2F\left(\overline{\boldsymbol{n}}_{tk}\right)\tag{15}$$

其中$\overline{\boldsymbol{n}}_{tk}=\boldsymbol{\Pi}_t(\boldsymbol{a}_{tk}\otimes\boldsymbol{n}_{tk}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{a}_{tk}^{\mathrm{H}}\otimes\boldsymbol{n}_{tk}+\sigma\boldsymbol{n}_{tk}\otimes\boldsymbol{n}_{tk}^{\mathrm{H}})$。因为$\sigma\ll 1$, $\widehat{\widetilde{\boldsymbol{A}}}_{tk}$的最大特征值所对应的特征向量$\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{tk}$与$\tilde{\boldsymbol{a}}_{tk}$张成相同的子空间。同理可从$\widehat{\overline{\boldsymbol{a}}}_{rk}$和$\widehat{\overline{\boldsymbol{\lambda}}}_k$中得到误差抑制后的向量$\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{tk}$和$\hat{\tilde{\boldsymbol{\lambda}}}_k$。仿照式(10)和式(11)，利用ESPRIT算法，即可得到第k个目标3个待估参数的高精度估计。

$$\left.\begin{aligned}\hat{\phi}'_{tk}&=\arccos\left(\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}'_{t1}\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{tk}\right)^+\boldsymbol{\Pi}'_{t2}\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{tk}\right]\Big/\pi\right)\\ \hat{\phi}'_{rk}&=\arccos\left(\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}'_{r1}\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{rk}\right)^+\boldsymbol{\Pi}'_{r2}\hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}_{rk}\right]\Big/\pi\right)\\ \hat{f}'_{dk}&=-\arg\left[\left(\boldsymbol{\Pi}'_{d1}\hat{\tilde{\boldsymbol{\lambda}}}_k\right)^+\boldsymbol{\Pi}'_{d2}\hat{\tilde{\boldsymbol{\lambda}}}_k\right]\Big/(2\pi T)\end{aligned}\right\}\tag{16}$$

讨论 2 张量分解参数估计算法的最大可估目标数由张量因子矩阵的秩决定。当目标个数K满足$2K+2\le k_{\boldsymbol{A}_t}+k_{\boldsymbol{A}_r}+k_{\boldsymbol{\Lambda}}$时，式(7)中张量$\boldsymbol{\mathcal{Y}}$分解出的$K$个秩1张量是唯一的。其中$k_{\boldsymbol{A}_t}$, $k_{\boldsymbol{A}_r}$和$k_{\boldsymbol{\Lambda}}$分别表示式(4)中矩阵$\boldsymbol{A}_t$, $\boldsymbol{A}_r$和$\boldsymbol{\Lambda}$的秩。每个秩1张量仅包含单一目标的待估参数信息，因此式(10)式(11)估得的参数不需要额外的配对算法。3.2节中的优化算法同样也是基于单个秩1张量的运算，所以式(16)中的各估计值也是一一对应的。

讨论 3 由式(9)和式(10)可知旋转不变因子$\eta_{tk}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi d_t\cos\phi_{tk}/\lambda}$的估计误差影响了方向余弦$u_{tk}=\cos\phi_{tk}$的估计精度，从而决定了算法的角度估计性能。而$\eta_{tk}$的估计值又由相邻两虚拟阵元的信号相位误差$\Delta\varphi$和阵元间距误差$\Delta d$决定，即$\eta'_{tk}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(d_t+\Delta d)u_{tk}/\lambda+\Delta\varphi}$。不难得到方向余弦$u_{tk}$的估计误差为

$$\Delta u_{tk}=\frac{d_t\Delta\varphi-\varphi\Delta d}{d_t(d_t+\Delta d)}\cdot\frac{\lambda}{2\pi}\tag{17}$$

可见参数估计误差将不再仅仅受到回波噪声的影响。而3.2节所提改进算法主要作用是抑制加性噪声，因此本文需要建立在两项测量误差$\Delta\varphi$和Δd均为0，仅存在加性高斯白噪声时的理想情况下。

表1列出了算法的基本步骤。

4 仿真实验

本节通过蒙特卡罗实验验证算法有效性，并对

表1 算法基本步骤

输入：匹配滤波器组输出数据$\boldsymbol{Y}$。
输出：目标参数$\{\phi_{tk},\phi_{rk},f_{dk}\}_{k=1}^K$。
(1)根据式(6)的定义将$\boldsymbol{Y}$构造成张量$\boldsymbol{\mathcal{Y}}$。利用ALS算法求取阵列流形矩阵$\widehat{\boldsymbol{A}}_t$, $\widehat{\boldsymbol{A}}_r$和多普勒信息矩阵$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}$。
(2)根据式(8)从步骤(1)的3个矩阵中构造出虚拟阵列流形矩阵$\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_t$, $\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_r$和虚拟多普勒信息矩阵$\widehat{\overline{\boldsymbol{\Lambda}}}$。
(3)抽取$\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_t$, $\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_r$和$\widehat{\overline{\boldsymbol{\Lambda}}}$的第$k$个列向量，根据式(15)构造矩阵$\widehat{\widetilde{\boldsymbol{A}}}_{tk}$, $\widehat{\widetilde{\boldsymbol{A}}}_{rk}$和$\widehat{\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}}_k$。求取各自最大特征值对应的特征向量，根据式(16)得到第k个目标的DOD, DOA和多普勒频率的估计。
(4)重复步骤(3)直到遍历$\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_t$, $\widehat{\overline{\boldsymbol{A}}}_r$和$\widehat{\overline{\boldsymbol{\Lambda}}}$的所有列，求得所有目标的参数估计$\{\hat{\phi}_{tk},\hat{\phi}_{rk},\hat{f}_{dk}\}_{k=1}^K$。

比了文献[8]，文献[12]，本文 3.1 节和本文 3.2 节所提算法的估计性能。文献[8]采用均匀线型收发阵列，文献[12]和本文算法采用相同结构的非均匀互质线阵。文献[8]和文献[12]采用均匀采样，快拍数为 Q，本文算法采样的快拍序号服从第 2 节所述的互质结构，共计 L 个快拍。雷达工作载频为1 GHz，发射信号为正交的 Hadamard 编码信号，脉冲内编码数为 128，脉冲重复周期均为100 μs 。3 个远场不相关目标的 DOD, DOA 和多普勒频率分别为：$\phi_t=\{70.2738°,65.4826°,55.5839°\}$,$\phi_r=\{65.2485°,55.3847°,44.3847°\}$ 和 $f_d=\{2\ \text{kHz}, 3.5\ \text{kHz}, 1.5\ \text{kHz}\}$ 。噪声为独立零均值加性高斯白噪声。假设收发阵列结构相同，定义角度估计均方根误差(Angle Root Mean Square Error, ARMSE)和多普勒频率估计均方根误差(Doppler Root Mean Square Error, DRMSE)为

$$\left.\begin{aligned}&\text{ARMSE}\\&=\frac{1}{2N_mK}\sqrt{\left(\sum_{n=1}^{N_m}\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{\phi}_{tk,n}-\phi_{tk}\right)^2+\left(\hat{\phi}_{rk,n}-\phi_{rk}\right)^2\right)}\\&\text{DRMSE}\\&=\frac{1}{N_mK}\sqrt{\left(\sum_{n=1}^{N_m}\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{f}_{dk,n}-f_{dk}\right)^2\right)}\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

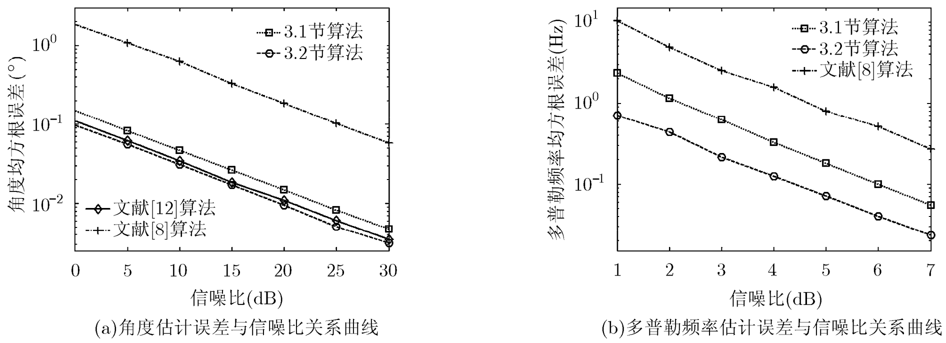
实验次数 $N_m=100$ 。各图中短虚线、长虚线、实线和点画线分别表示本文 3.1 节、本文 3.2 节、文献[12]和文献[8]算法的仿真数据。

图 2 为 4 种算法估计误差随信噪比变化曲线。文献[8]和文献[12]算法的快拍数为 20，本文所提 2 种算法的快拍序列具有互质结构，互质数对为 $M_l=5$ 和 $N_l=11$，实际采样的快拍数也等于 20。文献[8]采用 6 阵元均匀收发阵列，阵元间距为 $\lambda/2$ 。文献[12]和本文 2 种算法均采用图 1 结构的收发阵列，互质数对为 $M_t=2$ 和 $N_t=3$ 。信噪比变化范围为[0 dB, 30 dB]。由图 2(a)可知，本文及文献[12]由于收发阵列的互质结构形成了更多的虚拟阵元，获得了比文献[8]中均匀线阵更高的角度估计精度。本文 3.1 节的算法由于运算过程中误差被放大，角度估计精度低于文献[12]中的 2 维空间平滑算法。经过本文 3.2 节算法的优化，最终的估计精度略高于文献[12]所述算法。由图 2(b)可知，文献[12]的算法无法估计目标的多普勒频率。得益于快拍序列的互质结构，本文 3.1 节算法具有比文献[8]更高的多普勒估计精度。并且在 3.2 节算法优化后估计误差进一步减小。

图 3 为 4 种算法估计误差随实际采样的快拍数变化曲线。收发阵列结构同上一实验相同，信噪比为 0 dB。实际采样快拍数的变化范围为[20, 100]。本文 2 种算法快拍序号具有互质结构，为了保证同文献[8]和文献[12]的快拍数相同，互质数对分别为 $M_l=\{5,10,15,20,25\}$ 和 $N_l=\{11,21,31,41,51\}$ 。由图 3(a)可知，本文 3.2 节的算法可以获得远高于文献[8]且略高于文献[12]角度估计精度，这一优势在低快拍条件下仍然保持。由图 3(b)可知，在低快拍下本文 3.2 节的算法可以利用虚拟快拍提高多普勒频率估计精度，且提升效果随着快拍数的增加而增大。

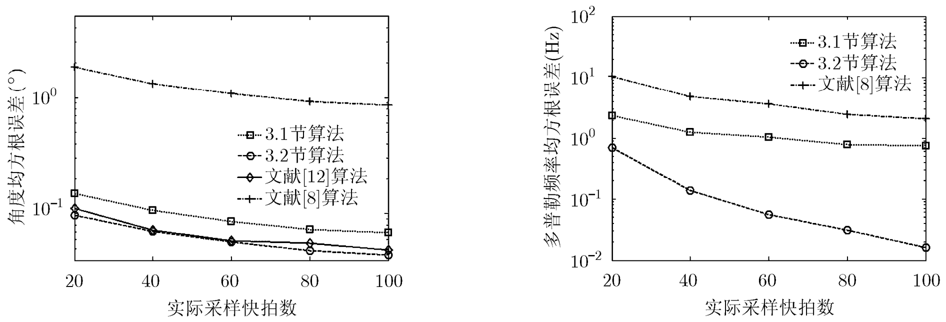
5 结束语

本文提出了一种基于非均匀线型收发阵列的双基地MIMO雷达目标DOD, DOA和多普勒频率估计算法。收发阵列均采用非均匀互质线阵，且一个CPI内采样的快拍序号也具有互质结构。算法首先利用张量分解从测量张量中求取3个因子矩阵，从中构造出虚拟均匀线阵的阵列流形矩阵和虚拟均匀采样的多普勒信息矩阵。然后构造虚拟导向矢量的自相关矩阵，通过特征值分解得到误差抑制后的虚拟导向矢量。最后通过ESPRIT算法求得目标的DOD, DOA和多普勒频率。仿真结果表明算法在相同阵元数和快拍数条件下能得到比普通MIMO雷达更高的参数估计精度，且各参数间无需额外的配对算法。



(a)角度估计误差与信噪比关系曲线
(b)多普勒频率估计误差与信噪比关系曲线

图2 估计误差与信噪比关系曲线



(a)角度估计误差与快拍数关系曲线 (b)多普勒频率估计误差与快拍数关系曲线

图3 估计误差与快拍数关系曲线

参 考 文 献

[1] Rabideau D J and Parker P. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar[C]. Proceedings of the Thirty-seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, California, USA, 2003: 1057–1064.

[2] Kai L and Manikas A. Superresolution multitarget parameter estimation in MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(6): 3683–3693.

[3] Gong Peng-cheng, Shao Zhen-hai, Tu Guang-peng, *et al*.. Transmit beampattern design based on convex optimization for MIMO radar systems[J]. *Signal Processing*, 2014, 94(3): 195–201.

[4] Li L. Cramer-Rao bound for parameter estimation in narrowband bistatic MIMO radar[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 56(2): 5034–5037.

[5] Zhang Xiao-fei, Xu Ling-yun, Xu Lei, *et al*.. Direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(12): 1161–1163.

[6] Chen Duo-fang, Chen Bai-xiao, and Qin Guo-dong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770–771.

[7] Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422–1423.

[8] Chen Yuan-bing, Gu Hong, and Su Wei-min. Joint 4-D angle and doppler shift estimation via tensor decomposition for MIMO array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(6): 917–920.

[9] Chen Chun-yang and Vaidyanathan P P. Minimum redundancy MIMO radars[C]. Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, California, USA, 2008: 45–48.

[10] Pal P and Vaidyanathan P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4167–4181.

[11] Pal P and Vaidyanathan P P. Coprime sampling and the music algorithm[C]. Proceedings of the Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop (DSP/SPE), California, USA, 2011: 289–294.

[12] Yao Bo-bin, Wang Wen-jie, and Yin Qin-ye. DOD and DOA estimation in bistatic non-uniform multiple-input multiple-output radar systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(11): 1796–1799.

[13] Vaidyanathan P P and Pal P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 573–586.

[14] Sørensen M and Comon P. Tensor decompositions with banded matrix factors[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2013, 38(2): 919–941.

[15] Lü Hui and Zhang Meng. Angle and Doppler estimation using alternating least squares method in bistatic MIMO radar[C]. Proceedings of the IET International Radar Conference 2013, Xi'an, China, 2013: 987–990.

樊劲宇： 男，1985年生，博士生，研究方向为MIMO雷达阵列信号处理、目标定位等.

顾 红： 男，1967 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为噪声雷达、MIMO 雷达信号处理、雷达成像、目标识别等.

苏卫民： 男，1959 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为阵列信号处理、雷达成像等.