

基于混合矩的极化 SAR 图像 K 分布模型参数估计新方法

崔浩贵 刘涛* 蒋宇中 高俊
(海军工程大学电子工程学院 武汉 430033)

摘要: K分布模型在极化合成孔径雷达(PolSAR)图像建模领域中获得广泛应用。其模型参数估计的精度将直接影响到模型拟合的准确性。目前普遍采用的K分布参数估计方法是基于协方差矩阵Mellin变换的对数累积量的估计方法。但是该方法没有解析的表达式,数值计算运算时间较长,另外在形状参数 $\alpha < 1$ 时估计偏差较大。为此该文提出一种基于 $|z|^r \lg|z|$ 混合矩的参数估计新方法,该方法对不同形状参数 α 值下的参数估计具有较好的适应性,并且在 α 值较小时估计性能优于对数累积量方法。同时在 $r=1/d$ 时该方法有解析的表达式,其运算时间优于对数累积量方法。最后用仿真数据和实测数据对新方法和已有参数估计方法的结果进行了比较,验证了基于混合矩估计方法的准确性与有效性。该方法为PolSAR图像统计模型参数的快速有效估计提供了新手段。

关键词: 极化合成孔径雷达; 混合矩; K分布; 参数估计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)02-0328-06

DOI: 10.11999/JEIT140551

Parameter Estimation for the K-distribution in PolSAR Imagery Based on Hybrid Moments

Cui Hao-gui Liu Tao Jiang Yu-zhong Gao Jun

(School of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The K-distribution is usually used to model the Polarimetric Synthetic Aperture Radar (PolSAR) imagery. The parameter estimation method for K-distribution is very important, which affects the fitting degree of the model. However, the classical method of matrix log-cumulants relies upon a nontrivial inversion of a nonlinear equation, which introduces a computationally expensive stage into the estimation procedure. Moreover, the bias is large when the sharp parameter α is smaller than 1. Therefore, a new method for estimating the sharp parameter of K-distribution based on $|z|^r \lg|z|$ is proposed. This method is more adaptable to parameter estimation under different sharp parameters, and the performance is better than matrix log-cumulants when α is small. In addition, the proposed estimator has an analytical expression at $r=1/d$, which allows rapid calculation. Finally, the estimation accuracy of this new estimator is compared with previous ones through simulation data and real data. The results show that the new estimator is effective and robust, which is of practical value in solving the accurate parameter estimation of K-distribution.

Key words: Polarimetric Synthetic Aperture Radar (PolSAR); Hybrid moment; K-distribution; Parameter estimation

1 引言

极化合成孔径雷达(Polarimetric Synthetic Aperture Radar, PolSAR)具有全天时全天候的观测能力和多维信息遥感能力,是重要的遥感信息源。杂波统计建模及其参数估计方法是 PolSAR 图像目标检测和分类识别等图像解译手段的基础课题^[1,2]。在高分辨情形下,地面或者海面散射杂波一般服从某种非高斯分布。针对 PolSAR 图像杂波非高斯建

模问题,目前研究最多的是多变量乘积模型。该模型将目标的散射表示为一个表征目标雷达散射截面的纹理分量和一个表征相干斑的复高斯矢量的乘积,并且这两个变量之间相互统计独立。在多变量模型中, Gamma 分布、逆 Gamma 分布、Fisher 分布和 α 稳定分布等非高斯分布常常用来对纹理分量进行建模^[3-7]。

K分布模型是目前应用最广泛的 PolSAR 图像统计模型,它是在纹理分量为 Gamma 分布时根据多变量乘积模型得到的。寻找快速、准确的参数估计方法是 K 分布研究的核心问题。传统的 PolSAR 图像 K 分布参数估计方法是利用单极化 SAR 的方法分别估计出每个极化通道强度图像的参数,然后

2014-04-28 收到, 2014-06-25 改回

国家自然科学基金(61372165)和湖北省自然科学基金(2012FB06902)资助课题

*通信作者: 刘涛 liutao1018@sina.com

将各通道的参数求平均。常用的单通道 K 分布参数估计方法为矩估计法^[8]和最大似然估计法^[9]。文献[10]的研究表明在矩估计法中采用分数阶矩能取得更好的估计效果。文献[11]提出了基于 $z^r \lg(z)$ 的 K 分布参数估计方法，该方法在 $z \lg(z)$ 情形下有解析的形式。文献[12]对文献[11]的方法在不同 r 值下的性能进行了仿真比较，指出 $0 < r < 1$ 时能取得较好的估计效果。

上述基于单通道的估计方法实际上只用了 PolSAR 图像协方差矩阵的对角元素，没有用到各极化通道间的相关信息。在单通道方法的基础上，针对 K 分布下 PolSAR 图像协方差矩阵的分布特性，以矩阵为变量对参数估计方法进行了研究。文献[13]将文献[10]的方法扩展到多维情形，给出了基于协方差矩阵行列式值二阶矩的参数估计方法。文献[14,15]提出了基于协方差矩阵的对数累积量 (Matrix Log-Cumulants, MLC) 的参数估计方法，该方法本质上是协方差矩阵行列式值的 Mellin 变换。研究表明基于对数累积量的估计方法在已有方法中是估计精度最优的，并已获得广泛应用^[13,16]。该方法的缺陷在于没有解析的表达式，虽然根据表达式的单调性能较快地找到方程的解，但是在处理海量的 PolSAR 图像数据时，其运算速度仍有一定的局限性。本文将文献[11]的估计方法扩展到全极化多视数据的情形，提出了基于 $|z|^r \lg|z|$ 混合矩 (ZrLZ) 的参数估计方法，该方法在 $r=1/d$ 时有解析表达式。并且对 ZrLZ 方法在 r 取值不同值时的估计性能进行了仿真分析。最后用仿真数据和实测数据对本文方法与已有方法进行了比较，结果表明 ZrLZ 方法对不同 α 值区域的适应能力更好，并且在 $r=1/d$ 时的计算速度明显优于对数累积量方法。

2 PolSAR 图像 K 分布统计模型

PolSAR 图像中每个像素点可用目标矢量表示，在互易条件下可写为

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} S_{HH} \\ (S_{HV} + S_{VH})/\sqrt{2} \\ S_{VV} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 L 为视图数， $\boldsymbol{\Sigma} = E(\mathbf{Z})$ ， α 为 Gamma 分布的形状参数， $K_{\alpha-Ld}(\cdot)$ 为第 $\alpha-Ld$ 阶的第 2 类修正 Bessel 函数。

3 基于 $|z|^r \lg|z|$ 混合矩的 K 分布参数估计方法

假定高斯假设下协方差矩阵测量值 \mathbf{Z} 和期望值

其中下标 H 表示水平极化，V 表示垂直极化，因子 $1/\sqrt{2}$ 是为了保持总能量不变。

多变量乘积模型是由一个表征目标雷达散射截面积的纹理分量 t 和一个表征相干斑分量的复高斯矢量 \mathbf{y} 组成，它们是相互独立的，即目标矢量为

$$\mathbf{z} = \sqrt{t}\mathbf{y} \quad (2)$$

其中复高斯矢量 \mathbf{y} 的概率密度函数为

$$f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\pi^d |\boldsymbol{\Sigma}|} \exp(-\mathbf{y}^H \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}) \quad (3)$$

这里 d 是复高斯矢量的维数， $\boldsymbol{\Gamma} = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^H)$ ， $E(\cdot)$ 表示随机变量的数学期望。

实际中往往通过多视处理来抑制相干斑，该过程可由式(4)表示。

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{z}(k) \mathbf{z}^H(k) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L t(k) \mathbf{y}(k) \mathbf{y}^H(k) \quad (4)$$

这里 L 为视图数，即进行平均的像素点的个数， k 代表第 k 个像素点。如果视图数不是很多，往往假设多视处理的像素点具有相同的纹理分量，即 $X(k)$ 独立于 k ，此时式(4)可简化为

$$\mathbf{Z} = t\mathbf{Y} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{y}(k) \mathbf{y}^H(k) \quad (6)$$

式中 \mathbf{Y} 为复高斯矢量 \mathbf{y} 对应的协方差矩阵， \mathbf{Y} 服从 Wishart 分布，即 $\mathbf{Y} \sim W_d(L, \boldsymbol{\Gamma})$ ，其概率密度函数为

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}) = \frac{L^d |\mathbf{Y}|^{L-d} \exp(-L \text{Tr}(\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}))}{\Gamma_d(L) |\boldsymbol{\Gamma}|^L} \quad (7)$$

其中 d 是 \mathbf{Y} 的维数， $\boldsymbol{\Gamma} = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^H)$ ，函数 $\Gamma_d(L)$ 为复数形式的多变量 Gamma 函数

$$\Gamma_d(L) = \pi^{\frac{1}{2}d(d-1)} \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-d+1) \quad (8)$$

当式(5)中纹理分量服从均值为 1 的 Gamma 分布时，其乘积模型服从 K 分布，即 $\mathbf{Z} \sim K(L, \boldsymbol{\Sigma}, \alpha)$ ，其概率密度函数为

$$f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}) = \frac{2|\mathbf{Z}|^{L-d} (L\alpha)^{\frac{\alpha+Ld}{2}} \text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{Z})^{\frac{\alpha-Ld}{2}} K_{\alpha-Ld} \left(2\sqrt{L\alpha \text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{Z})} \right)}{\Gamma_d(L) \Gamma(\alpha) |\boldsymbol{\Sigma}|^L} \quad (9)$$

$\boldsymbol{\Sigma}$ 的行列式值分别为 $\gamma = |\mathbf{Z}|$ ， $\Upsilon = |\boldsymbol{\Sigma}|$ ， d 是协方差矩阵的维数， L 是视图数。已知随机变量 $\eta = (2L)^d \gamma / \Upsilon$ 为 d 个相互独立的 χ^2 分布变量的乘积构成，其自由度分别为 $2L, 2(L-1), \dots, 2(L-d+1)$ ^[14,15]，考虑如式(5)所示的乘积模型，第 2 类 (Mellin 变换) 特征函数满足：

$$\phi(\mathbf{z}) = \phi_i(s) \cdot \phi_Y(s) \quad (10)$$

根据 χ^2 分布变量的 Mellin 变换^[14], 可得行列式值随机变量 $\eta = (2L)^d \gamma / \Upsilon$ 的 Mellin 变换为

$$\phi_\eta(s) = \frac{2^{d(s-1)} \Gamma(L+s-1) \cdots \Gamma((L-d+1)+s-1)}{\Gamma(L) \cdots \Gamma(L-d+1)} \quad (11)$$

将式(11)进行 Mellin 逆变换, 可知高斯假设下协方差矩阵的行列式值的高阶矩为

$$|\mathbf{C}|^r = \frac{\Gamma(L+r) \cdots \Gamma((L-d+1)+r)}{L^d \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-d+1)} |\boldsymbol{\Sigma}|^r \quad (12)$$

Gamma 分布 $t \sim \gamma(1, \alpha)$ 的矩特征为

$$E(t^r) = \frac{\Gamma(\alpha+r)}{\alpha^r \Gamma(\alpha)} \quad (13)$$

对于式(5)所示的乘积模型, 由于纹理分量与干扰分量是相互独立的, 因此其矩特征存在如下关系:

$$E(|\mathbf{Z}|^r) = E(t^{dr}) E(|\mathbf{Y}|^r) \quad (14)$$

因此可知 K 分布下协方差矩阵行列式值的矩特征为

$$E(|\mathbf{Z}|^r) = \frac{\Gamma(\alpha+rd)}{\alpha^r \Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma(L+r) \cdots \Gamma((L-d+1)+r)}{L^{rd} \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-d+1)} |\boldsymbol{\Sigma}|^r \quad (15)$$

$E(|\mathbf{Z}|^r)$ 关于 r 求导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(|\mathbf{Z}|^r)}{\partial r} &= \frac{\partial \int |\mathbf{Z}|^r f(\mathbf{Z}) d\mathbf{Z}}{\partial r} \\ &= \int |\mathbf{Z}|^r \lg(|\mathbf{Z}|) f(\mathbf{Z}) d\mathbf{Z} \\ &= E(|\mathbf{Z}|^r \lg(|\mathbf{Z}|)) \end{aligned} \quad (16)$$

将式(15)代入式(16), 可得

$$\begin{aligned} \frac{E(|\mathbf{Z}|^r \lg(|\mathbf{Z}|))}{E(|\mathbf{Z}|^r)} &= d\psi^{(0)}(\alpha+rd) \\ &+ \sum_{i=0}^{d-1} \psi^{(0)}(L+r-i) + \lg(|\boldsymbol{\Sigma}|) - \lg \alpha - d \lg L \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\psi^{(0)}(x)$ 为 Digamma 函数, 并且 $\psi^{(0)}(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$ 。对式(17)取不同的 r 值, 并将两个式子相减, 可以得到 α 的参数估计方法如式(18)所示

$$\begin{aligned} \frac{E(|\mathbf{Z}|^{r_1} \lg(|\mathbf{Z}|))}{E(|\mathbf{Z}|^{r_1})} - \frac{E(|\mathbf{Z}|^{r_2} \lg(|\mathbf{Z}|))}{E(|\mathbf{Z}|^{r_2})} \\ = d[\psi^{(0)}(\alpha+r_1d) - \psi^{(0)}(\alpha+r_2d)] \\ + \sum_{i=0}^{d-1} \psi^{(0)}(L+r_1-i) - \sum_{i=0}^{d-1} \psi^{(0)}(L+r_2-i) \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $r_1 \neq r_2$ 。当 $r=0$ 时, 式(17)实际上就是一阶对数累积量的表达式:

$$\begin{aligned} E(\lg(|\mathbf{Z}|)) &= d\psi^{(0)}(\alpha) + \sum_{i=0}^{d-1} \psi^{(0)}(L-i) \\ &+ \lg(|\boldsymbol{\Sigma}|) - \lg \alpha - d \lg L \end{aligned} \quad (19)$$

已有的研究表明将式(19)用于参数估计, 其估计性能较好^[7], 同时为了便于对估计方法进行分析, 这里将 r_2 的值取 0, 此时式(18)可写为

$$\begin{aligned} \frac{E(|\mathbf{Z}|^r \lg(|\mathbf{Z}|))}{E(|\mathbf{Z}|^r)} - E(\lg(|\mathbf{Z}|)) \\ = d[\psi^{(0)}(\hat{\alpha}+rd) - \psi^{(0)}(\alpha)] \\ + \sum_{i=0}^{d-1} [\psi^{(0)}(L+r-i) - \psi^{(0)}(L-i)] \end{aligned} \quad (20)$$

我们将式(20)的估计方法称为基于 $|\mathbf{z}|^r \lg|\mathbf{z}|$ 混合矩的参数估计法(ZrLZ)。对式(20)求导可得求解方程具有单调递减性, 可以利用基于中值的搜索方法进行快速求解。另外我们发现当 $r=1/d$ 时, 由式(20)可得到 ZrLZ($r=1/d$)估计 α 的解析表达式

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= d \left/ \left[\frac{E(|\mathbf{Z}|^{1/d} \lg(|\mathbf{Z}|))}{E(|\mathbf{Z}|^{1/d})} - E(\lg(|\mathbf{Z}|)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{i=0}^{d-1} [\psi^{(0)}(L+1/d-i) - \psi^{(0)}(L-i)] \right] \right. \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)的推导应用了等式

$$\psi^{(0)}(\alpha+1) - \psi^{(0)}(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \quad (22)$$

4 实验结果与分析

这里对以下几种常用的 K 分布模型的参数估计方法性能进行比较:

(1)文献[15]提出的基于协方差矩阵行列式值二阶对数累积量的参数估计方法(Second-order MLC, SMLC);

(2)文献[13]提出的基于二阶矩特征(Second MOMent, SMOM)的参数估计方法;

(3)文献[10]提出的基于单极化通道强度数据的分数阶矩的参数估计方法(Fractional MOMent, FMOM);

(4)本文给出的 ZrLZ 方法。文献[12]指出在单极化通道情形下 $0 < r < 1$ 时估计效果较好, 因此这里 ZrLZ 方法在没有解析解时, r 的值分别取 0.05, 0.20 和 0.60, 见式(20); 以及 $r=1/d$ 时具有解析解的 ZrLZ 方法, 见式(21)。

上述几种方法中, FMOM 为基于单极化通道的方法, 其它的是基于协方差矩阵的估计方法。ZrLZ($r=1/d$)和 SMOM 方法具有解析的表达式。SMLC 和 ZrLZ 方法($r \neq 1/d$)可以用基于中值的搜索方法进行求解, 这里搜索精度设为 0.001。FMOM 方法的求解方程不具备单调性, 因此用遍历搜索的方法求解, 选取的遍历范围为 $\alpha \in (0, 100)$, 搜索精度为 0.001。

4.1 仿真数据分析

K 分布仿真数据由如式(5)所示的乘积模型得到, 视图数取 $L = 10$ 。形状参数 α 的取值范围一般在 0.1(极不均匀区域)到 10(海洋、平原等均匀区域)之间。图 1 给出了在不同的 α 取值下 ($\alpha \in [0.1, 10]$), 不同参数估计方法在样本数为 512 时的相对估计偏差与相对估计方差, 仿真次数为 $N = 10000$ 次。其中相对估计偏差定义为对 $|\hat{\alpha} - \alpha| / \alpha$ 求平均, 相对估计方差为 $\text{var}(\hat{\alpha}) / \alpha^2$ 。首先比较 ZrLZ 方法在不同参数 r 下的估计性能, 可以看到 $r=0.60$ 时的估计性能较差, 而 $r=0.05, r=0.20$ 以及 $r=1/d$ 这几种方法估计性能非常接近。因此下面在与常用的几种 K 分布模型的参数估计方法相比较时 ZrLZ 方法只讨论 $r=1/d$ 的情形。

同时从图 1 中可以看出当 α 值较小时, SMOM 方法相对估计偏差和方差都非常大, 此时该方法几乎失效。FMOM 方法在 α 很小时效果最好, 但是在 α 较大时, 估计性能最差。另外可以看出本文的 ZrLZ($r=1/d$) 方法在 α 值较小时, 估计性能优于 SMLC 方法。当 α 值增大时, ZrLZ 方法与 SMLC 方法性能相当。因此可以得出 ZrLZ 方法对于不同 α 值的估计性能要更稳健。

图 2 为不同估计方法运算时间的比较, 这里数据来源为 $\alpha = 6$ 的 K 分布仿真数据。计算机 CPU 为 Inter E5700, 双核 3 GHz, 内存大小为 2 G。从图 2 可以看出在样本数小于 512 时, ZrLZ($r=1/d$) 方法的运算速度要明显快于其它方法。实际中往往采用滑窗的方法对实测图像进行估计, 为了适应不同的地物类型, 每个滑窗包含的像素点一般都不会很多, 因此该速度优势具有实用价值。

4.2 实测数据分析

传统的 PolSAR 图像统计模型的假设检验方法是对各极化通道的幅度或强度数据分别进行假设检验。该方法的缺点在于只考虑了协方差矩阵的对角元素, 没有用到协方差矩阵中非对角元素的信息。最近, 文献[16]提出了基于矩阵对数累积量的假设检

验方法, 实验结果表明该假设检验方法有效并且直观。对于模型参数未知需要从样本值估计得到的复合假设检验, 统计量可由式(23)得到

$$Q'_p = n \langle (\mathbf{k}) - \mathbf{k}(\hat{\mathbf{w}}) \rangle^T \mathbf{K}(\hat{\mathbf{w}})^{-1} \langle (\mathbf{k}) - \mathbf{k}(\hat{\mathbf{w}}) \rangle \quad (23)$$

其中 $\hat{\mathbf{w}} = \{\hat{\mathbf{w}}_1, \hat{\mathbf{w}}_2, \dots, \hat{\mathbf{w}}_m\}$ 表示需要估计的未知参数, m 为未知参数的个数。 n 为样本数, $\langle \mathbf{k} \rangle$ 为由样本计算得到的 MLC, $\mathbf{k}(\hat{\mathbf{w}})$ 表示根据估计出来的参数计算得到的理论 MLC, 另外 $\mathbf{K}(\hat{\mathbf{w}}) = nE\{(\langle \mathbf{k} \rangle - \mathbf{k}(\hat{\mathbf{w}}))(\langle \mathbf{k} \rangle - \mathbf{k}(\hat{\mathbf{w}}))^T\}$ 。

假设检验中概率值(probability value, p 值)是指在由 H_0 所规定的总体中随机抽样, 获得等于及大于现有统计量的概率。根据式(23)所示的统计量可以通过蒙特卡罗仿真的方法得到 p 值^[16]。进行假设检验时, 向量 $\langle \mathbf{k} \rangle$ 的维数要求大于 m 。对于 K 分布, 其阶数大于 1 的 MLC 与参数 Σ 无关。另外 L 采用名义视图数代替, 此时只剩下一个未知参数 α , 式(23)中取 $\langle \mathbf{k} \rangle = [\langle k_2 \rangle, \langle k_3 \rangle]^T$ 。

这里取的实测数据为 PolSAR Pro 软件中常用的 AIRSAR 系统 San Francisco 地区的 L 波段 PolSAR 图像(10 m×10 m)和 ESAR 系统 Oberpfaffenhofen 地区的 L 波段 PolSAR 图像(3 m×3 m), 其中多视图数假定为 $L = 4 (2 \times 2)$ 。在两幅图像中各选取了 4 个大小为 20×20 的区域进行参数估计与假设检验。

两幅图像中 4 个区域的选择及其 $(\langle k_2 \rangle, \langle k_3 \rangle)$ 散点图如图 3 和图 4 所示。该散点图是在 400 个样本中随机选取 200 个计算 $(\langle k_2 \rangle, \langle k_3 \rangle)$, 并且重复该过程 50 次得到的。图中的两条线分别为 K 分布和 G0 分布的理论 (k_2, k_3) 曲线^[16]。San Francisco 图像中选取的 4 个区域分别为城区、海洋、植被 A 和植被 B, 由图 3 可知城区的 MLC 靠近 G0 分布, 海洋的 MLC 靠近 Wishart 分布, 而植被 A 和植被 B 靠近 K 分布。Oberpfaffenhofen 图像中选取的 4 个区域分别为城区、森林、植被 A 和植被 B, 由图 4 可知城区 MLC 在 K 分布和 G0 分布之间, 实际上这是 Fisher 分布的区域^[16], 而其它的 3 个区域都靠近 K 分布。

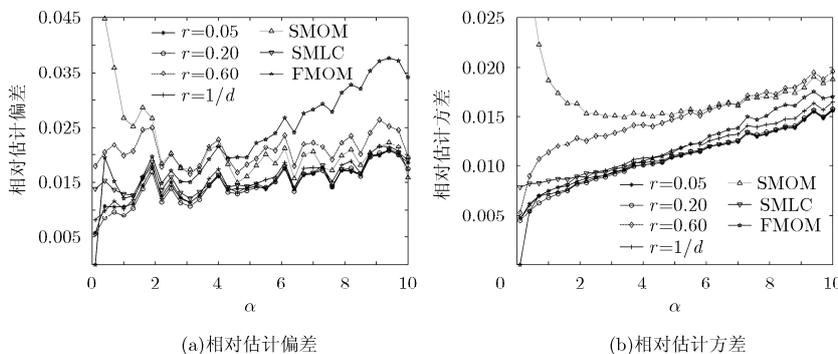


图1 在不同的 α 取值下, 不同参数估计方法在样本数为 512 时的相对估计偏差与相对方差

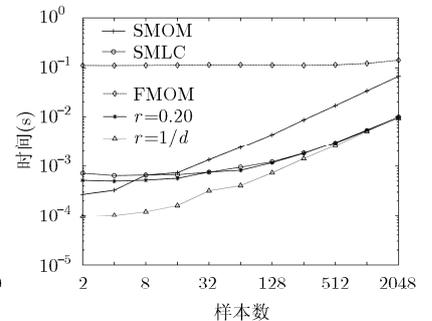
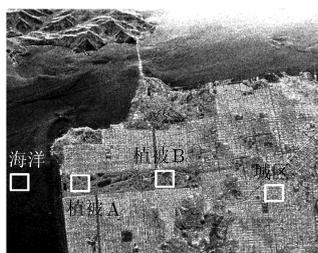
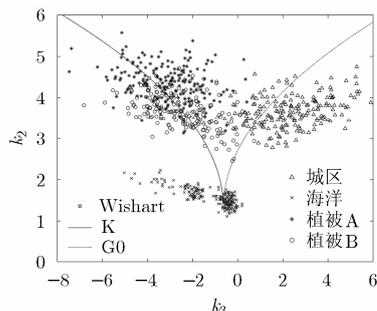


图2 本文方法与原有方法在不同样本数下的运算时间比较

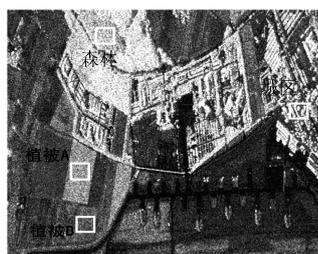


(a) 4个区域的示意图(Pauli RGB图像)

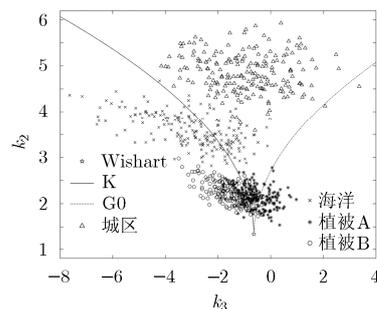


(b) 4个区域的MLC散点图

图 3 San Francisco 区域选取及 MLC 散点图



(a) 4个区域的示意图(Pauli RGB图像)



(b) 4个区域的MLC散点图

图 4 Oberpfaffenhofen 区域选取及 MLC 散点图

由于 FMOM 估计性能较差, 这里不做比较。由仿真比较可知 ZrLZ 无解析解的估计方法中 $r=0.60$ 时估计性能较差, $r=0.05$ 与 $r=0.20$ 估计性能相差不大。因此这里参数估计方法选取 ZrLZ($r=0.20$ 和 $r=1/d$), SMLC 和 SMOM 方法。下面我们在显著性水平 α 下, 对各个区域在不同的参数估计方法下检验假设 H_0 : 区域内样本值服从 $K(L=4, \Sigma, \hat{\alpha})$ 。

表 1 给出了 San Francisco 4 个区域不同算法下的 K 分布模型的参数估计结果及假设检验 p 值, 从表中可以看出, 对于城区, 所有估计方法得到的 p 值都无法通过显著性水平 $\alpha=0.05$ 的假设检验。从图 3 中散点图中可看到这是因为该区域的样本 MLC 更靠近 G0 分布, 离 K 分布较远。对于海洋区域, 所有的估计方法都能通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验, 但是相比较来说 SMLC 方法的 p 值最大, SMOM 方

法 p 值最小, 而其它两种方法 p 值相近。在植被 A 区域, 4 种方法的 p 值都较大。而在植被 B 区域, SMOM 方法的 p 值特别小, 无法通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验, 而其它 3 种方法的 p 值都很大。

表 2 给出了 Oberpfaffenhofen 4 个区域不同算法下的 K 分布模型的参数估计结果及假设检验 p 值, 从表中可以看出, 对于城区, 同样地所有估计方法得到的 p 值都无法通过显著性水平 $\alpha=0.05$ 的假设检验。对于森林区域, 所有估计方法的 p 值都较大, 但是相比较来说 SMOM 方法最小, 而其它 3 种方法结果相差不大。对于植被 A 区域, SMOM 方法无法通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验, 而其它 3 种方法的 p 值都很大。对于植被 B 区域, SMOM 方法无法通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验, 而其它方法都能通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验。

表 1 San Francisco 4 个区域不同算法下的 K 分布模型的参数估计结果及假设检验 p 值

	城区		海洋		植被 A		植被 B	
	$\hat{\alpha}$	p 值						
ZrLZ($r=1/d$)	3.0745	0.0080	39.7566	0.0690	3.3657	0.6990	2.3406	0.9760
ZrLZ($r=0.20$)	3.5315	0.0020	37.8447	0.0688	3.3713	0.7070	2.3508	0.9550
SMLC	4.2811	0	33.1069	0.0770	3.3961	0.6910	2.3604	0.9250
SMOM	1.2214	0.0070	27.7164	0.0520	3.1006	0.6860	1.1234	0.0360

总结来说对于样本分布本身就离 K 分布较远的区域，例如两幅图中的城区，在 $\alpha=0.05$ 下四种方法都拒绝假设 H_0 。对于接近 K 分布的实测数据区域，SMOM 方法的稳健性较差，其它 3 种方法的都

能通过 $\alpha=0.05$ 的假设检验，并且 p 值相差不大。但是另一方面从算法复杂度来说，ZrLZ($r=1/d$) 具有解析的表达式，其计算速度要明显优于其它方法 (见图 2)。

表 2 Oberpfaffenhofen 4 个区域不同算法下的 K 分布模型的参数估计结果及假设检验 p 值

	城区		森林		植被 A		植被 B	
	$\hat{\alpha}$	p 值						
ZrLZ($r=1/d$)	2.7147	0.0420	3.4188	0.5660	10.3975	0.5800	11.4134	0.1170
ZrLZ($r=0.20$)	2.7819	0.0270	3.3846	0.5550	10.6535	0.5260	10.8786	0.1340
SMLC	2.9841	0.0160	3.4075	0.5630	11.0026	0.5400	10.1710	0.1500
SMOM	1.3812	0.0030	2.4114	0.4640	6.0415	0.0300	5.8737	0.0090

5 结论

本文以 $|z|^r \lg|z|$ 混合矩为基础推导了 K 分布的参数估计方法，并且该方法在 $r=1/d$ 时有解析表达式。研究了最优 r 值的选择问题，仿真结果表明在选定的几个 r 值中， r 取 0.20 时最优。最后用仿真数据和实测数据对本文方法与原有方法进行了比较，实验结果表明本文方法对不同 α 值的适应性最好，并且 ZrLZ 方法在 $r=1/d$ 时运算速度的优势明显。但是最优 r 值的推导问题还有待研究。另外可以将基于 $|z|^r \lg|z|$ 混合矩的参数估计方法的推导应用于 G0 分布和 U 分布等 PolSAR 图像模型，其推导结果及估计效果也值得研究。

参 考 文 献

- [1] Collins M J, Denbina M, and Atteia G. On the reconstruction of quad-pol SAR data from compact polarimetry data for ocean target detection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(1): 591-600.
- [2] Akbari V, Doulgeris A P, Moser G, et al. A textural-contextual model for unsupervised segmentation of multipolarization synthetic aperture radar images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(4): 2442-2453.
- [3] Lee J S, Schuler D, Lang R, et al. K-distribution for multi-look processed polarimetric SAR imagery[C]. *Proceedings of the IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Pasadena, 1994: 2179-2181.
- [4] Khan S and Guida R. On fractional moments of multilook polarimetric whitening filter for polarimetric SAR Data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(6): 3502-3512.
- [5] Cheng J, Gao G, Ding W, et al. An improved scheme for parameter estimation of G0 distribution model in high-resolution SAR images[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2013, 134: 23-46.
- [6] Sei T, Shibata H, Takemura A, et al. Properties and applications of Fisher distribution on the rotation group[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2013, 116: 440-445.
- [7] Liu T, Cui H G, Mao T, et al. Modeling multilook polarimetric SAR images with heavy-tailed rayleigh distribution and novel estimation based on matrix log-cumulants[J]. *Science China Information Sciences*, 2013, 56(6): 1-14.
- [8] Iskander D R and Zoubir A M. Estimating the parameters of K-distribution using higher-order and fractional moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(4): 1453-1457.
- [9] Blacknell D. Comparison of parameter estimators for K-distribution[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1994, 141(1): 45-52.
- [10] Frery A C, Correia A H, and Da Freitas C. Classifying multifrequency fully polarimetric imagery with multiple sources of statistical evidence and contextual information[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(10): 3098-3109.
- [11] Blacknell D and Tough R. Parameter estimation for the K-distribution based on $[z \log(z)]$ [J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2001, 148(6): 309-312.
- [12] 胡文琳, 王永良, 王首勇. 基于 $z \log(z)$ 期望的 K 分布参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(1): 203-205.
Hu Wen-lin, Wang Yong-liang, and Wang Shou-yong. Estimation of the parameters of K-distribution based on $z \log(z)$ [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(1): 203-205.
- [13] Doulgeris A P, Anfinsen S N, and Eltoft T. Classification with a non-Gaussian model for PolSAR data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(10): 2999-3009.
- [14] Anfinsen S N, Doulgeris A P, and Eltoft T. Estimation of the equivalent number of looks in polarimetric synthetic aperture radar imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(11): 3795-3809.
- [15] Anfinsen S N and Eltoft T. Application of the matrix-variate Mellin transform to analysis of polarimetric radar images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(6): 2281-2295.
- [16] Anfinsen S N, Doulgeris A P, and Eltoft T. Goodness-of-fit tests for multilook polarimetric radar data based on the Mellin transform[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(7): 2764-2781.

- 崔浩贵：男，1987 年生，博士生，研究方向为雷达极化信息处理、电子战建模与仿真。
- 刘 涛：男，1978 年生，副教授，研究方向为雷达极化信息处理、电子战建模与仿真。
- 蒋宇中：男，1963 年生，教授，博士生导师，研究方向为数字信号处理和低频噪声建模。
- 高 俊：男，1957 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为信道编码和数字通信。