## 大规模 MIMO 时分双工系统的基站天线互易校准算法

顾浙骐\* 张忠培

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

**摘 要:**对于采用大规模 MIMO 技术的时分双工系统,基站天线的互易误差会破坏上下行基带信道互易特性,大幅降低系统下行传输性能。考虑到大规模 MIMO 技术所带来的基站天线间的耦合效应,该文设计了基于总体最小二乘估计的基站天线互易校准算法,以实现对基站的天线互易误差的补偿。该算法以增加计算复杂度为代价,以及通过增加信道测量样本,克服了上下行信道估计误差对现有天线互易误差校准算法的影响。同时,该文通过瑞利商迭代求解降低了该算法的复杂度。若忽略用户天线互易误差,计算机仿真结果表明,该算法相对于现有的基站天线互易误差校正算法,具有 1.8 dB 左右的性能增益。若考虑用户天线互易误差,该算法相对于已有的算法,具有随信道估计误差方差减小而增大的增益。

关键词:无线通信;大规模 MIMO;信道互易误差;互易校准
 中图分类号: TN92
 文献标识码: A

**DOI**: 10.11999/JEIT140472

文章编号: 1009-5896(2015)02-0405-06

# Reciprocity Calibration for Base Station Antenna in Massive MIMO Time Division Duplex Systems

Gu Zhe-qi Zhang Zhong-pei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: The downlink transmission performance of the massive MIMO Time Division Duplex (TDD) system is bottlenecked by the channel reciprocity errors called antenna reciprocity errors. Antenna reciprocity errors are caused by the mismatch and mutual coupling between antennas. In order to compensate antenna reciprocity errors of the base station, a reciprocity calibration algorithm is proposed in this paper, which can reduce the impact of channel estimate errors by using total least square estimation and increasing channel measurement samples. Rayleigh quotient iteration is also used to reduce the complexity of the reciprocity calibration algorithm in this paper. Simulation results reveal that the algorithm proposed in this paper can achieve 1.8 dB performance gain with respect to the traditional one proposed in references when the antenna reciprocity errors of user equipments are ignored. When the antenna reciprocity errors of user equipments are considered, the performance of the proposed algorithm increases with the decreasing variance of the channel estimation errors.

 $\textbf{Key words: Wireless communication; Massive MIMO; Channel reciprocity errors; Reciprocity calibration and the second second$ 

## 1 引言

大规模 MIMO(very large MIMO 或 massive MIMO)技术作为未来蜂窝网络备选技术,具有系统 容量大,基站发射功率低,射频模块可移植性强,射频器件成本低等特点<sup>[1,2]</sup>。若基站对下行信道状态 信息(Channel State Information, CSI)理想已知,基于大规模 MIMO 技术,基站能通过预编码获得平 均90 bit/(s·Hz)的下行传输频谱效率<sup>[3]</sup>。在实际系统

2014-04-11 收到, 2014-08-27 改回

国家重大科研专项(2012ZX03001027-001)和国家自然科学基金 (61101092)资助课题

\*通信作者: 顾浙骐 guzheqi@163.com

中,大规模 MIMO 技术的性能严重依赖于下行 CSI 的准确性。时分双工(Time Division Duplex, TDD) 系统利用信道互易特性,使基站能通过上行导频估计获得下行信道 CSI。因此 TDD 系统被认为更易于 大规模 MIMO 技术的实现和应用<sup>[4]</sup>。为了表述方便, 若非特殊说明,后文中的系统均表示 TDD 系统。

在相干时间内,上下行基带信道除了包括空中 传播信道外,还包括天线的收发射频模块。由于收 发射频模块包含的内部时钟、功放、锁相环以及射 频电路等器件存在结构上和制造工艺上的差异,导 致各射频模块具有不同的射频增益,即各天线具有 随机的相位与幅度。因此,用户天线与基站天线的 不同的射频增益会造成上下行基带信道的互易误 差,通常被称为天线互易误差。对于传统系统,由 于基站的天线间距较大,耦合效应可忽略,因此天 线互易误差被建模为对角矩阵<sup>6</sup>。针对天线互易误 差,绝对校准方法通过专用的硬件模块,测量出各 天线射频的射频增益,再加以补偿66。由于绝对校准 需要增加额外硬件设备,成本高,代价大,所以文 献[7-9]提出了基于数字信号处理的校准算法对天线 互易误差矩阵进行补偿。文献[7-9]的算法尽管不需 要增加额外的硬件设备,但会消耗时频资源,同时 其精度也受限于信道估计误差和量化反馈误差。对 于采用了大规模 MIMO 技术的系统, 天线间距较 小,因此天线间耦合效应不可忽略<sup>[10]</sup>。文献[11]不仅 指出天线互易误差会降低下行 CSI 估计的精度,同 时通过推导大规模 MIMO 系统下行传输可达速率 的上下界证明了其系统容量受限于天线互易误差的 大小。针对此类包含天线间的耦合效应的天线互易 误差, 文献[7-9]中的校准算法不再适用, 因此文献 [10]提出了基于天线互易误差二阶统计特征的最小 均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE) 估计方法和误差校准方法。文献[12]提出了以某用户 天线为校准参考天线的基站天线互易误差互校准算 法。但该算法基于理想的信道估计假设,忽略了 CSI 估计误差。

对于采用大规模 MIMO 技术的系统,考虑上下 行 CSI 的估计误差,本文设计了基于总体最小二乘 估计的基站天线互易校准算法,以实现对基站的天 线互易误差的补偿。首先该算法将包含天线耦合效 应的天线互易误差估计问题建模为总体最小二乘 (Total Least Square, TLS)估计问题。其次在未知基 站天线互易误差的统计特性前提下,该算法以计算 复杂度为代价,通过增加信道测量样本,获得对基 站天线互易误差校准矩阵较好的估计。同时本文通 过瑞利商迭代求解对该算法的复杂度进行化简,使 该算法更易于大规模 MIMO 技术的实现。最后,本 文通过计算机仿真验证了该算法的性能。

文中斜黑体表示向量或矩阵, $(\cdot)^{T}$ , $(\cdot)^{H}$ 与 $(\cdot)^{-1}$ 分别表示转置,共轭转置以及矩阵逆,H与H分别 表示取复数模和取向量的 2-范数, $\otimes$ 为克罗内克积 (Kronecker product), vec{·}表示矢量化算子,E{·} 表示取期望值,diag{·}为对角矩阵,*I*表示单位矩 阵。

#### 2 系统模型

假设系统由一个配置 N<sub>B</sub>根天线的基站和 N<sub>M</sub>个 配置单天线的用户组成。如图 1 所示,基站和用户 间的上下行基带信道可表示为<sup>[10]</sup>



图1上下行基带信道模型

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{UL}} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{UE}} \boldsymbol{C}_{t_{-}\mathrm{UE}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}_{r_{-}\mathrm{BS}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{BS}} \in \mathcal{C}^{N_{M} \times N_{B}} \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{DL}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{UE}} \boldsymbol{C}_{r \quad \mathrm{UE}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}_{t \quad \mathrm{BS}} \boldsymbol{T}_{\mathrm{BS}} \in \mathcal{C}^{N_{M} \times N_{B}}$$
(2)

其中矩阵  $H \in \mathbb{C}^{N_M \times N_B}$  表示基站与用户间的空中信 道,在相干时间内上下行的空中信道保持理想互易。 矩阵  $R_{BS}, T_{BS} \in \mathbb{C}^{N_B \times N_B}$  表示基站天线收发射频模块 增益。矩阵  $C_{r_{-BS}}, C_{t_{-BS}} \in \mathbb{C}^{N_B \times N_B}$  表示在接收和发 送信号时基站天线间的互耦矩阵。同理,矩阵  $R_{UE}, T_{UE} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_M}$  表示用户天线收发射频模块增 益。矩阵 $C_{r_{-UE}}, C_{t_{-UE}} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_M}$  表示在接收和发送 信号时用户天线间的互耦矩阵。

矩阵 $\mathbf{R}_{BS}, \mathbf{T}_{BS}$ 被定义为对角矩阵<sup>5</sup>, $\mathbf{R}_{BS}$ =  $\operatorname{diag}\{r_{\mathrm{BS}}^1 \cdots r_{\mathrm{BS}}^b \cdots r_{\mathrm{BS}}^{N_B}\}, \boldsymbol{T}_{\mathrm{BS}} = \operatorname{diag}\{t_{\mathrm{BS}}^1 \cdots t_{\mathrm{BS}}^b \cdots t_{\mathrm{BS}}^{N_B}\}.$ 其对角元素 r<sup>b</sup><sub>BS</sub>, t<sup>b</sup><sub>BS</sub> 均为复数,相互独立,且幅度和 相位分别为时间,温度和接收或发射功率的函数。 同理,  $\mathbf{R}_{\text{UE}} = \text{diag}\{r_{\text{UE}}^1 \cdots r_{\text{UE}}^b \cdots r_{\text{UE}}^{N_B}\}, \mathbf{T}_{\text{UE}} = \text{diag}\{t_{\text{UE}}^1\}$ …t<sup>b</sup><sub>UE</sub>…t<sup>NB</sup><sub>UE</sub>}。由于在实际系统中,天线收发射频模 块增益为时间,温度和接收或发射功率等的慢变函 数,因此本文设 $R_{\text{BS}}, T_{\text{BS}}, R_{\text{UE}}, T_{\text{UE}}$ 的对角元素为复常 数。且假设基站天线 n 收发射频模块增益 r<sub>BS</sub>, t<sub>BS</sub> 和 基站天线 m 收发射频模块增益 r<sub>BS</sub>, t<sub>BS</sub> 的幅度和相位 的取值相互独立且同分布。同理,假设用户 n 收发 射频模块增益 r<sup>n</sup><sub>UE</sub>, t<sup>n</sup><sub>UE</sub>和用户 m 收发射频模块增益 r<sub>UE</sub>, t<sub>UE</sub> 的幅度和相位的取值相互独立且同分布。在 实际系统中,用户天线间的间距通常较大,则用户 天线间的耦合效应可忽略,即 $C_{r}$  UE =  $C_{t}$  UE  $= I_{N_M}$ 。对于采用大规模 MIMO 技术的基站而言, 基站的天线数量巨大,由于空间受限,则基站天线 间的耦合效应不可忽略。根据文献[13]的天线耦合模 型,基站天线的互耦矩阵 $C_{r BS}, C_{t BS}$ 由接收和发射 的耦合阻抗确定

$$\boldsymbol{C}_{r/t \text{ BS}} = (Z_A + Z_L) \left( \boldsymbol{Z}_{r/t} + Z_L \boldsymbol{I} \right)^{-1}$$
(3)

式中 $Z_A$ 表示天线的开路阻抗, $Z_L$ 为天线的负载阻抗。为了实现天线的阻抗匹配,负载阻抗通常为开路阻抗的共轭转置,即 $Z_L = Z_A^H \circ Z_r 和 Z_t$ 分别表示基站天线的接收和发射耦合阻抗矩阵。

$$\boldsymbol{Z}_{r} = Z_{L} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{Z_{12}}{Z_{L}} & \cdots & -\frac{Z_{1N_{B}}}{Z_{L}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{L}} & 1 & \cdots & -\frac{Z_{2N_{B}}}{Z_{L}} \\ & \ddots & & \ddots \end{bmatrix}$$
(4)

$$\mathbf{Z}_{t} = Z_{L} \begin{bmatrix} -\frac{Z_{N_{B}1}}{Z_{L}} & -\frac{Z_{N_{B}2}}{Z_{L}} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{t} = Z_{L} \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{L}} & \frac{Z_{12}}{Z_{L}} & \cdots & \frac{Z_{1N_{B}}}{Z_{L}} \\ \frac{Z_{21}}{Z_{L}} & 1 + \frac{Z_{22}}{Z_{L}} & \cdots & \frac{Z_{2N_{B}}}{Z_{L}} \\ & \ddots & \\ \frac{Z_{N_{B}1}}{Z_{L}} & \frac{Z_{N_{B}2}}{Z_{L}} & \cdots & 1 + \frac{Z_{N_{B}N_{B}}}{Z_{L}} \end{bmatrix}$$
(5)

式(4)和式(5)中, *Z<sub>mn</sub>*表示由于天线 *n* 对天线 *m* 的 耦合效应,而在天线 *m* 处产生的耦合阻抗。天线的 耦合阻抗等于耦合电压与耦合电流的比值,可通过 感应电动势方法获得。例如,按矩阵形状规则排列 的偶极子天线阵列,耦合阻抗 *Z<sub>mn</sub>* 可表示为<sup>[14]</sup>

$$Z_{mn} = \begin{cases} 30 [0.5772 + \ln (2\kappa l) - C_i (2\kappa l)] + j [30S_i (2\kappa l)], \\ m = n \\ 30 [2C_i (u_0) - C_i (u_1) - C_i (u_2)] \\ - j [30 (2S_i (u_0) - S_i (u_1) - S_i (u_2))], & m \neq n \end{cases}$$
(6)

其中  $u_0 = \kappa d_h$ ,  $u_1 = \kappa \left( \sqrt{d_h^2 + l^2} + l \right)$ ,  $u_2 = \kappa \left( \sqrt{d_h^2 + l^2} - l \right)$ 。  $\kappa = 2\pi / \lambda$  表示波数,  $\lambda$  表示波长,  $d_h$ 表示天线间的水平距离, l 表示天线长度, 通常天 线长度  $l = \lambda / 2$ 。  $C_i(u) = \int_{\infty}^{u} (\cos x / x) dx$ ,  $S_i(u) = \int_{0}^{u} (\sin x / x) dx$ 。

### 3 基站天线互易误差校准

#### 3.1 基站天线互易误差模型

忽略用户天线间的耦合效应,即 $C_{r_{UE}} = C_{t_{UE}} = I$ ,由式(1)和式(2)可得

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{DL}} = \underbrace{\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{UE}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{UE}}^{-1}\right)}_{\boldsymbol{E}_{\mathrm{UE}}} \boldsymbol{H}_{UL} \underbrace{\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{BS}}^{-1}\boldsymbol{C}_{r_{-}\mathrm{BS}}^{-1}\boldsymbol{C}_{t_{-}\mathrm{BS}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{BS}}\right)}_{\boldsymbol{E}_{\mathrm{BS}}} \quad (7)$$

其中 **E**<sub>UE</sub> 被定义为用户天线互易误差, **E**<sub>BS</sub> 被定义 为基站天线互易误差。根据文献[5]的理论分析和仿 真结果, **E**<sub>UE</sub> 被认为对系统下行传输性能无影响。 而由于 **E**<sub>BS</sub> 会改变线性预编码矩阵中向量的方向, 从而大幅度降低系统下行传输性能。因此,基站天 线互易校准是指在下行传输前对基站天线互易误差 **E**<sub>BS</sub>进行消除或补偿。

对于大规模 MIMO 技术而言,由于基站天线间 存在耦合效应,则 *E*<sub>BS</sub> 为方阵而非对角阵。因此, 文献[7-9]中提出的针对传统的 MIMO 系统的基站 天线互易校准算法便不再适用。假设基站已获得带 有信道估计误差的上下行基带 CSI

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{UL}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{UL}} + \boldsymbol{N}_{\mathrm{UL}}$$
(8)

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{DL}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{DL}} + \boldsymbol{N}_{\mathrm{DL}}$$
(9)

其中 **N**<sub>UL</sub> 与 **N**<sub>DL</sub> 为信道估计误差。根据式(7),式 (8),式(9),上下行基带信道估计之间的关系可表示 为

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\text{DL}} = \boldsymbol{E}_{\text{UE}} \widehat{\boldsymbol{H}}_{\text{UL}} \boldsymbol{E}_{\text{BS}} + \boldsymbol{N}_{\text{E}}$$
(10)

式(10)中,  $N_{\rm E} = N_{\rm DL} - E_{\rm UE} N_{\rm UL} E_{\rm BS}$ 。文献[10]基于 MMSE 准则,提出基站天线互易误差估计:

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}_{BS} = \left[\widehat{\boldsymbol{H}}_{UL}^{H}\widehat{\boldsymbol{H}}_{UL} + \sigma_{NE}^{2}\boldsymbol{R}_{BS}^{-1}\right]^{-1}\widehat{\boldsymbol{H}}_{UL}^{H}\widehat{\boldsymbol{H}}_{DL} \qquad (11)$$

其中 $R_{BS} = E\{E_{BS}E_{BS}^{H}\}$ 为基站天线互易误差的协方 差矩阵, $\sigma_{NE}^{2}$ 近似等于 $\sigma_{UL}^{2} + \sigma_{DL}^{2}, \sigma_{UL}^{2}$ 和 $\sigma_{DL}^{2}$ 分别为 上下行信道估计误差矩阵 $N_{UL} \in N_{DL}$ 中元素的方 差。首先,式(11)采用 $\sigma_{NE}^{2}$ 对 $N_{E}$ 的协方差矩阵进行 近似,导致 $E\{||\hat{E}_{BS} - E_{BS}||\} > E\{||\hat{E}_{BS} - E_{BS}||\}$ 。其 次,在实际系统中,通常难以获得准确的 $R_{BS}$ ,若 简单以单位矩阵I替代 $R_{BS}$ ,则会导致基站天线互 易误差校准算法无法达到预期效果。最后, $E_{UE} = I$ 的假设通常难以满足,若直接忽略存在于式(11)中 的 $E_{UE}$ ,仅对 $E_{BS}$ 进行估计,无法保证其估计精度。

### 3.2 基于 TLS 估计的基站天线互易误差校准

如前文所述,基站需通过校准矩阵  $K_{BS} = E_{BS}^{-1}$ 消除基站天线互易误差。在实际系统中,只能通过 信道估计获得有误差的  $\hat{H}_{UL}$ , $\hat{H}_{DL}$ 。则根据  $\hat{H}_{UL}$ ,  $\hat{H}_{DL}$  对  $E_{BS}^{-1}$ 的估计问题的本质和系数矩阵和数据向 量均存在扰动的总体最小二乘求解问题的本质相 同<sup>[15]</sup>。在此将  $E_{BS}^{-1}$ 的估计问题转化为 TLS 估计问题, 避免了文献[10]中算法对基站天线互易误差统计特 性的依赖。同时,为了避免文献[10]中由未知的用户 互易误差矩阵  $E_{UE}$ 带来的估计误差,在此作者用某 用户与基站间的上下行基带信道  $h_{UL}$ , $h_{DL}$  取代全局 上下行基带信道  $H_{UL}$ , $H_{DL}$  对校准矩阵  $E_{BS}^{-1}$ 进行估 计。根据式(7),可以得到  $h_{DL}E_{BS}^{-1} = e_{UE}h_{UL}$ 。对  $h_{DL}E_{BS}^{-1}$ 和  $e_{UE}h_{UL}$ 矢量化,可以得到

$$Qk = 0 \tag{13}$$

其中  $Q = [Q_{DL} - Q_{UL}] \in \mathbb{C}^{N_B \times (N_B^2 + 1)}, k = [k_{BS}^T k_{UE}^T]^T \in \mathbb{C}^{(N_B^2 + 1) \times 1}$ 。如前文所述,在实际系统中,基站只能获得带有信道估计误差的 $\hat{h}_{UL}, \hat{h}_{DL}$ 。式(13)的系数矩阵 Q由 $\hat{h}_{UL}, \hat{h}_{DL}$ 中的元素构成,考虑到信道估计的误差,则系数矩阵 Q中存在扰动 $\Delta Q$ 。根据文献 [9]中对基站天线互易误差分析,造成下行传输速率损失的为基站天线间的相对互易误差,而不是基站天线的绝对互易误差。复标量 $e_{UE}$ 不会改变基站天线的相对互易误差,在后续的计算机仿真结果中,我们也可以看到 $e_{UE}$ 的取值对系统下行传输性能无影响。因此,为便于分析,作者在此令 $e_{UE} = 1$ 。因此式(14)中的对k的求解,可转化为TLS估计问题<sup>[15]</sup>。根据TLS估计问题的定义,k的求解可通过等价的约束最优化问题表示:

$$\min_{\Delta \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{k}} \|\Delta \boldsymbol{Q}\|$$
s.t.  $(\boldsymbol{Q} + \Delta \boldsymbol{Q}) \boldsymbol{k} = 0$ 

$$(14)$$

显然  $N_B < N_B^2 + 1$ ,式(13)为欠定方程,则可根 据文献[15]中关于 TLS 问题最小范数解的求解方法 给出式(13)的最小范数。由于基站天线间的耦合效 应,则 k 中的参数近似相互独立,则无法通过最小 范数求解从  $k_{BS}^{TLS}$ 中辨识出  $N_B^2$ 个独立估计参数。互 易误差  $E_{UE}$ ,  $E_{BS}$ 可视为在时域和频域的常数,则通 过增加对时域或频域相互独立的上下行信道的估计 [ $\hat{h}_{UL}$ (1)  $\hat{h}_{UL}$ (2)… $\hat{h}_{UL}$ (c)] 与 [ $\hat{h}_{DL}$ (1)  $\hat{h}_{DL}$ (2)…  $\hat{h}_{DL}$ (c)],对矩阵 Q进行行扩展,使得 $\overline{Q} =$ [Q(1)<sup>T</sup> Q(2)<sup>T</sup>…Q(c)<sup>T</sup>]<sup>T</sup>  $\in C^{cN_B \times (N_B^2+1)}$ 。则式(13)被 扩展为

$$\overline{Q}k = 0 \tag{15}$$

令 $cN_B > N_B^2 + 1$ ,式(15)是超定方程,其TLS 解可 通过系数矩阵 $\overline{Q}$ 的最小奇异值所对应的右奇异向量 获得,实现 $k + N_B^2$ 个独立参数的估计。对系数矩阵  $\overline{Q}$ 进行奇异值分解 $\overline{Q} = \overline{U\SigmaV}^{H}$ ,其中式(15)的TLS 解可表示为

$$\overline{\boldsymbol{k}}_{\text{BS}}^{\text{TLS}} = \frac{1}{\overline{\boldsymbol{v}}_{N_B^2+1}\left(N_B^2+1\right)} \begin{vmatrix} \overline{\boldsymbol{v}}_{N_B^2+1}\left(1\right) \\ \overline{\boldsymbol{v}}_{N_B^2+1}\left(2\right) \\ \vdots \\ \overline{\boldsymbol{v}}_{N_B^2+1}\left(N_B^2\right) \end{vmatrix} \in \mathcal{C}^{N_B^2 \times 1} \quad (16)$$

其中 $\bar{\boldsymbol{v}}_{N_B^2+1}(i)$ 为矩阵 $\overline{\boldsymbol{V}}^{\mathrm{H}}$ 第 $N_B^2+1$ 列的第i个元素。

综上所述,尽管对信道估计误差以及基站互易 误差的二阶统计特征未知,仍可通过 TLS 估计获得 对基站天线互易误差的补偿矩阵  $E_{BS}^{-1}$ 较好的估计。 但由于大规模 MIMO 系统的基站天线数远远大于 传统 MIMO 系统,这将大幅增加矩阵  $\overline{Q} \in C^{cN_B \times (N_B^2+1)}$ SVD 分解的复杂度。因此在下一节中, 采用瑞利商迭代算法,迭代计算 $\bar{v}_{N_{b}^{2}+1}$ ,降低该问题的求解复杂度。

#### 3.3 TLS 估计的瑞利商迭代求解

根据瑞利商的定义,因此式(15)的解k可表示为

$$\bar{\boldsymbol{k}} = \operatorname*{arg\,min}_{\boldsymbol{k}\neq 0} R(\boldsymbol{k}) = \operatorname*{arg\,min}_{\boldsymbol{k}\neq 0} \frac{\boldsymbol{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{k}} \qquad (17)$$

其中  $R(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k} / \mathbf{k}^{\mathrm{H}} \mathbf{k}$ 为 Hermitian 矩阵  $\mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}$ 的瑞利商。我们通过瑞利商迭代算法对式(15)进行 求解<sup>[15]</sup>。

如图 2 所示,在第 n+1 步迭代更新式(18)中,  $\alpha_n = -\frac{1}{2A} \Big( -B + \sqrt{B^2 - 4CA} \Big)$ ,其中  $A = P_b(n)P_c(n)$   $-P_a(n)P_d(n), B = P_b(n) - \lambda_n P_d(n), C = P_a(n) - \lambda_n P_c(n)$ 。  $\lambda_n = R(\mathbf{k}_n) = \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n, P_a(n) = \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n, P_a(n) = \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n, P_a(n) = \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n, P_a(n) = \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n, P_a(n) = \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{p}_n / \mathbf{k}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_n$ 。在第 n+1 步梯度更新中, $\mathbf{r}_{n+1}$ 为第 n+1 次迭代的残差向量,残差向量等价于共轭 梯度,则 $\mathbf{r}_{n+1} = (\lambda_{n+1} \mathbf{k}_{n+1} - \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{k}_{n+1}) / \mathbf{k}_{n+1}^{\mathrm{H}} \mathbf{k}_{n+1}$ 。式 (19)中的系数 $\beta_n$ 应该满足 $\mathbf{p}_{n+1}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{p}_n = 0$ ,在此我 们取 $\beta_n = -\mathbf{r}_{n+1}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{p}_n / \mathbf{p}_n^{\mathrm{H}} \mathbf{Q}^{\mathrm{H}} \mathbf{Q} \mathbf{p}_n$ 。最后若 $\mathbf{k}_{n+1}$ 和  $\mathbf{k}_n$ 之间的 $\varepsilon_{n+1}$ 误差小于误差门限 $\varepsilon_{\mathrm{TS}}$ 或者迭代次数 n+1大于迭代次数上限 $n_{\mathrm{max}}$ ,则终止迭代,将 $\mathbf{k}_{n+1}$ 当 作迭代结果输出。否则,继续迭代。

通过瑞利商迭代算法,作者得到系数矩阵 $\overline{Q}$ 最 小奇异值向量逼近值 $\overline{v}_{N_{B}^{2}+1} \approx \overline{k}$ 。通常,对矩阵Q的 SVD 分解的复杂度近似等于O( $(cN_{BS})^{3}$ ),而基于瑞 利 商 迭代 算 法 求  $\overline{v}_{N_{B}^{2}+1}$ 的复杂度近似等于 O( $(cN_{BS}^{2})^{2}$ )<sup>[15]</sup>。

## 4 计算机仿真及结果分析

针对前文所提出的基于 TLS 的  $E_{\text{BS}}^{-1}$ 估计,本节 通过计算机仿真验证其性能。假设基站天线数  $N_B = 8$ ,用户数 $N_M = 8$ 。忽略路径衰落和阴影衰



图2 TLS估计的瑞利商迭代

落,假设空中信道为瑞利衰落(Rayleigh fading)信 道。假设基站天线收发射频增益矩阵  $R_{\rm BS}$ , $T_{\rm BS}$ 的对角 线元素相互独立,且各对角元素的幅度服从在 [-0.5,0.5]区间均匀分布,各对角元素的相位服从 在[ $-\pi/2$ , $\pi/2$ ]区间均匀分布。忽略用户天线间的 耦合效应,即 $C_{r_{\rm UE}} = C_{t_{\rm UE}} = I$ 。设用户载波频率 为 $f_c = 2$  GHz,则波长 $\lambda = (3 \times 10^8)/(2 \times 10^9)$ = 0.15 m。假设基站各天线长度 $l = \lambda/2$ ,基站天 线间隔 $d_h = \lambda/2$ 。通过式(6)可以得到仿真中所需要 的基站天线间的耦合阻抗,再通过式(3),式(4),式 (5)可得到互耦矩阵 $C_{r_{\rm DS}}$ , $C_{t_{\rm DS}}$ 。最后,在仿真中, 作者令式(8),式(9)中的信道估计误差矩阵 $N_{\rm UL}$ 与  $N_{\rm DL}$ 的元素服从正态分布 N(0, $\eta$ ),其中方差 $\eta = \rho^{-1}$ ,  $\rho$ 为导频信号与噪声的信噪比。

如图 3 所示,若 $R_{\rm UE} = T_{\rm UE} = I$ ,随着信道估计 误差的减小,均方误差  $\mathrm{E}\{||\boldsymbol{E}_{\mathrm{BS}} - \widehat{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{BS}}||^2 / N_B^2\}$  也随 之变小。MMSE1曲线表示文献[10]中所述估计算法 的均方误差。MMSE2曲线表示理想已知式(11)中基 站天线互易误差的协方差矩阵 R<sub>BS</sub> 以及等效信道估 计误差 $\sigma_{\rm NE}^2$ 的MMSE估计算法的均方误差。文献[10] 中使用单位矩阵 I 和噪声方差和  $\sigma_{\text{UL}}^2 + \sigma_{\text{DL}}^2$  对  $R_{\text{BS}}$  $和 \sigma_{NE}^2$  近似。所以 MMSE1 的性能与 MMSE2 的性 能在 $\rho = 0$  dB 时具有接近 6 dB 的性能损失。然而 随着 $\rho$ 的增加,由于 $\sigma_{\text{NE}}^2 \subseteq \sigma_{\text{UL}}^2 + \sigma_{\text{DL}}^2$ 的差异减小, MMSE1 曲线与 MMSE2 曲线之间的间隔收窄,直 到只剩下 $R_{BS}$ 与I之间的差异带来 3 dB 的性能损 失。图 3 中, TLS 曲线表示信道估计样本  $cN_B = 96$ 时,本文所提出的 TLS 估计算法的均方误差  $E\{||\boldsymbol{E}_{BS}^{-1} - \widehat{\boldsymbol{E}}_{BS}^{-1}||^2 / N_B^2\}$ 。尽管相对于 MMSE2, TLS 仍有 1.2 dB 左右的性能损失。但该算法并不依赖  $\mathbf{R}_{\text{RS}}$  和 $\sigma_{\text{NE}}^2$  的相关信息。同时,相对于 MMSE1,该 算法能获得 1.8 dB 左右的性能增益。LS1 曲线表示 最小二乘估计算法对基站天线互易误差 E<sub>BS</sub>的估计 均方误差。由于其忽略了系数矩阵 $\hat{H}$ UL中的信道估 计误差,最小二乘估计算法相比于上述算法,性能 最差。若假设 **R**<sub>UE</sub>, **T**<sub>UE</sub> 的对角线元素相互独立,且 各对角元素的幅度服也从在[-0.25 0.25] 区间均匀 分布,且各对角元素的相位也服从在 $[-\pi/4\pi/4]$ 区 间均匀分布。图 3 中 MMSE3 与 MMSE4 曲线表示 当用户天线互易误差存在时( $\mathbf{E}_{UE} = \mathbf{R}_{UE} \mathbf{T}_{UE}^{-1} \neq \mathbf{I}$ ), 文献[10]估计算法以及理想最小均方误差估计算法 的均方误差。可见用户天线互易误差会大幅度降低 其对基站天线互易误差估计的精度。而图 3 中 TLSe 表示当用户天线互易误差存在时,本文提出的总体 最小二乘估计的均方差。由于只选取单个用户与基 站之间的上下行信道样本对 **E**<sub>BS</sub>进行估计。则当用

户天线互易误差存在时,该算法受用户天线互易误 差的影响有限,性能损失也较小。

图 4 表示, 当  $\rho = 10$  dB 时, 基于瑞利商迭代算 法的 TLS 估计对 E<sub>BS</sub> 的估计值与真实值之间的均方 误差。随着迭代次数 k 的增加,该算法对  $E_{\text{BS}}^{-1}$ 的估 计收敛,则均方误差保持恒定。通过图 4 还可以发 现瑞利商迭代收敛的速度与信道估计样本 cN<sub>B</sub> 的取 值相关, cN<sub>B</sub>越大, 瑞利商迭代收敛速度越快。同 时, cN<sub>B</sub>越大,总体最小二乘估计算法的性能越好。 然而在实际系统中, cN<sub>B</sub>越大,则表示需要估计的 上下行信道越多,则导频会占用大量的时频资源, 造成不必要的开销。如何根据系统需求,折中地设 定 $cN_B$ ,将是未来的研究方向。基于上述对 $E_{\rm BS}$ 或  $E_{\text{BS}}^{-1}$ 的估计,基站对其天线互易误差进行校准。在 此,我们对基站天线互易误差校准后,迫零预编码 的性能进行仿真(预编码矩阵W=  $\rho \widehat{\boldsymbol{H}}_{\text{UL}}^{\text{H}} (\widehat{\boldsymbol{H}}_{\text{UL}} \widehat{\boldsymbol{H}}_{\text{UL}}^{\text{H}})^{-1}$ ,其中 $\rho$ 表示基站向各用户发送 数据时的信噪比)。图 5 和图 6 分别表示当 $\rho = 6$  dB  $和 \rho = 10 \, dB \, \text{时}, 用户平均可达速率的累积分布函数$ (Cumulative Distribution Function, CDF)的曲线。 如图 5 和图 6 所示,若用户天线互易误差不存在, 经过上述对基站天线互易误差进行校准,迫零预编 码能获得近似理想性能。若存在用户天线互易误差, 文献[10]中估计算法以及理想最小均方误差估计算 法对基站天线互易误差 $E_{\rm BS}$ 的估计误差,会使对基 站天线互易误差的校准失效,从而大幅度降低迫零 预编码的用户平均可达速率。同时,我们还发现当 信噪比  $\rho=6$  dB 时,其速率损失约为 0.5 bit/(s·Hz)。 当信噪比 $\rho = 10 \text{ dB}$ 时,其速率损失约为 1.2 bit/(s·Hz)。速率损失随 $\rho$ 的增加而扩大。当存在用 户天线互易误差, 基于 TLS 估计的基站天线互易误 差校准,仍能使迫零预编码保持近似理想的用户平 均可达速率。

#### 5 结束语

对于采用大规模 MIMO 技术的实际 TDD 系统,基站天线间的耦合效应会使针对传统 MIMO 系统设计的天线互易校准算法失效。同时,在实际系统中,基站难以获得准确的上下行基带信道信息,同时也难以获得天线互易误差的二阶统计特性。因此本文设计了基于总体最小二乘估计的基站天线互易校准算法,以实现对基站的天线互易误差的补偿。首先该算法将包含天线耦合效应的天线互易误差估计问题建模为 TLS 估计问题。其次在未知基站天线互易误差的统计特性前提下,该算法以计算复杂度为代价,通过增加信道测量样本,获得对基站天线





图 6  $\rho = 10 \text{ dB}$ ,用户平均可达速率

互易误差校准矩阵较好的估计。同时本文通过瑞利 商迭代求解降低该算法的复杂度,使该算法更易于 大规模 MIMO 技术的实现。计算机仿真结果表明若 不存在用户天线互易误差,该算法相对于文献[10] 中的基站天线互易误差校正算法,具有 1.8 dB 左右 的性能增益。若存在用户天线互易误差,该算法相 对于文献[10]中的算法,具有随信道估计误差方差减 小而增大的增益。

#### 参考文献

- Larsson E G, Tufvesson F, Edfors O, et al.. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2013, 52(2): 186–195.
- [2] Hoydis J, Ten B S, and Debbah M. Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: how many antennas do we need[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 160–171.
- [3] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(1): 3590–3600.
- [4] Rusek F, Persson D, and Lau B K, et al.. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(1): 40–60.
- [5] Alcatel-Lucent. Channel reciprocity modeling and performance evaluation, R1-100426[R]. 3GPP TSG RAN WG1 59 meeting, Valencia, Spain, 2012.
- Qualcomm Europe. Calibration procedures for TDD beamforming, R1-080494[R]. 3GPP TSG RAN WG1 59 meeting, Sevilla, Spain, 2010.
- [7] Shi Jing, Luo Qing-lin, and You Ming-li. An efficient method

for enhancing TDD over the air reciprocity calibration[C]. IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Cancun, Mexico, 2011: 339–344.

 [8] 孙德春,张霏霏,刘祖军,等.TDD-MIMO系统中由I/Q不平 衡引起的信道非互易性补偿方法[J].通信学报,2011,32(3): 79-85.

Sun De-chun, Zhang Fei-fei, Liu Zu-jun, et al. Compensation for channel non-reciprocity caused by I/Q imbalance in TDD-MIMO systems[J]. Journal on Communications, 2011, 32(3): 79–85.

- [9] Huang Fan, Wang Ya-feng, and Geng Jian. Antenna mismatch and calibration problem in coordinated multi-point transmission system[J]. *IET Communications*, 2012, 6(3): 289–299.
- [10] Shi Jing, Luo Qing-lin, and You Ming-li. Channel reciprocity of compact antenna array and the calibration[C]. 2011 IEEE 22nd International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications, Istanbul, Turkey, 2011: 1953–1957.
- [11] Björnson E, Hoydis J, Kountouris M, et al. Massive MIMO systems with non-Ideal hardware: energy efficiency, estimation, and capacity limits[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, Submitted.
- [12] Shepard C, Yu H, Li E, et al. Argos: practical many-antenna base stations[C]. Proceedings of the 18th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking, New York, 2012: 53–64.
- [13] Lui H S, Hui H T, and Leong M S. A note on the mutual-coupling problems in transmitting and receiving antenna arrays[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2009, 51(5): 171–176.
- [14] Balanis C A. Antenna Theory: Analysis and Design[M]. New York, John Wiley&Sons, 2005: 478–491.
- [15] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社, 2004: 第7.2节、第8.9节.
  Zhang Xian-da. Matrix Analysis and Applications[M].
  Beijing: Tsinghua University Press, 2004: Chapter 7.2, Chapter 8.9.
- 顾浙骐: 男,1984年生,博士生,研究方向为协作通信、预编码、 信道互易性.
- 张忠培: 男,1967年生,教授,博士生导师,研究方向为无线通 信、信道编码.