

分布式全相参雷达相参性能分析

宋靖* 张剑云

(电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 该文针对多脉冲发射协同结构的分布式全相参雷达, 首先建立了全相参模式下的信号模型, 然后推导了输出信噪比增益(oSNRg)的解析式, 并基于相干参数估计的克拉美-罗界(CRB), 利用多项式拟合, 获得了 oSNRg 上界的数值解。结果表明: 增加发射天线数或脉冲数能够提高 oSNRg; 而增加接收天线数能否提高 oSNRg 取决于输入信噪比大小, 输入信噪比较大时则 oSNRg 随之提高, 较小时反而随之下降。最后的仿真实验验证了研究结论的正确性。

关键词: 雷达; 分布式; 全相参; 输出信噪比增益; 多项式拟合

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)01-0009-06

DOI: 10.11999/JEIT140202

Coherence Performance Analysis for Distributed Aperture Coherent Radar

Song Jing Zhang Jian-yun

(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: For distributed aperture coherent radar with cooperative architecture and pulse trains, the signal mode in fully coherent work mode is proposed firstly. Then the analysis formula of output Signal-to-Noise Ratio gain (oSNRg) is derived, and the performance bound of oSNRg is developed by using polynomial fitting based on Cramer-Rao Bounds (CRB) of coherence parameters estimation. It is concluded that more transmitters or pulses make higher oSNRg. However, as the number of receivers increase, if the input SNR is high sufficiently, the oSNRg will gradually improve; if not, it will worsen. Finally, numerical examples demonstrate the validity of the theoretical results.

Key words: Radar; Distributed aperture; Fully coherent; Output Signal-to-Noise Ratio gain (oSNRg); Polynomial fitting

1 引言

分布式全相参雷达是继多输入多输出(MIMO)雷达之后出现的一种新体制雷达, 它解决了大口径雷达难以机动部署和造价昂贵等问题, 是下一代雷达发展的技术方向。该雷达的主要特点包括: 多部机动式单元雷达或天线分散布设, 通过对多部雷达回波进行信号级相参合成, 等效形成一个大威力探测雷达。其关键能力包括: 具有较高灵敏度, 适用于远距离搜索、跟踪和目标识别, 同时满足机动部署能力。分布式全相参雷达先后工作于两种典型模式: MIMO模式和全相参模式。首先在MIMO模式下发射一组正交信号, 分别估计出收发端的相干参数; 然后雷达转换到全相参模式, 发射一组相同信号, 利用估计的相干参数分别对收发端进行精确补

偿和控制, 从而实现收发全相参。全相参模式是其所独有的常态化模式, 是MIMO雷达所不具备和无法实现的。根据收发天线数配置不同, 分布式全相参雷达主要分为主辅(master-slave)和协同(cooperative)结构, 前者仅利用一部单元雷达接收信号, 所需处理数据量小; 而后者利用全部单元雷达接收信号, 能够获得更好的相干参数估计性能。

国外主要是美国林肯实验室对该技术做了大量研究^[1-5]。国内目前对该技术的研究尚属起步阶段, 但是其潜在优势和应用前景已引起各大高校和研究机构的关注^[6-11]。文献[5]定义了全相参模式下输出信噪比增益(output Signal-to-Noise Ratio gain, oSNRg), 但未能研究其解析式。文献[6,7]研究了时间和相位同步问题, 以及相位差跟踪技术。文献[8]介绍了技术背景和发展现状。文献[9]针对收发天线分置的一般结构, 考虑单脉冲发射, 推导了相干参数估计的克拉美-罗界(Cramer-Rao Bound, CRB)

2014-02-17 收到, 2014-07-23 改回

国家自然科学基金(60702015)资助课题

*通信作者: 宋靖 songjingpla@163.com

闭式解,并基于 CRB 分析了相参处理性能。文献[10]针对主辅结构,将单脉冲拓展到多脉冲,研究了相干参数估计和相参处理性能。文献[11]针对部分收发共置,首先建立了“全发任意收”的混合结构,它是包含主辅结构和协同结构的更一般结构,然后在发射多脉冲条件下推导了相干参数估计 CRB 闭式解,但是未能进一步分析相参处理性能。值得指出的是,MIMO 雷达参数估计已得到学术界广泛关注^[12-17],尽管其与分布式全相参雷达参数估计问题相似,但是二者存在本质区别:首先,待估的目标参数不同,在前者中常见的有位置和速度估计,而在后者中需要估计的是各天线间时延差和相位差等相干参数;其次,待估目标参数数目与收发天线数的关系不同,在前者中往往一定,而在后者中随收发天线数的增加而增加;最后,针对相位参数的处理方式也不同,在前者中通常被看作随机变量,而在后者中则作为确定性未知参量,是需要估计和补偿的重要参数。

相干参数估计是实现各单元雷达间相参处理的前提,但并非最终目的。相参性能分析是分布式全相参雷达的一个重要问题。本文针对协同结构的分布式全相参雷达,在多脉冲发射条件下,研究了收发天线数及脉冲数对相参性能的影响。首先建立了 MIMO 模式和全相参模式下的分布式全相参雷达信号模型;然后推导了 oSNRg 的解析式,并基于文献[11]获得的相干参数估计 CRB,利用多项式拟合获得 oSNRg 上界的数值解。

2 信号模型

2.1 MIMO 模式信号模型

由 K 个发射天线, L ($1 \leq L \leq K$) 个接收天线和 1 个处理中心组成的混合结构的分布式全相参雷达^[11]如图 1 所示,其中接收天线与部分发射天线共置。显然,若 $L=1$ 则为主辅结构, $L=K$ 则为协同结构。假设发射一组正交窄带信号 $s_k(t)$ ($k=1,2,\dots,K$),且 $\int_T |s_k(t)|^2 dt = 1$,其中 T 为脉冲宽度。经上变频,发射信号复包络可表示为 $\hat{s}_k(t) = s_k(t)e^{j2\pi f_c t + j\phi_k^t}$,其中 f_c 为载频, ϕ_k^t 为发射天线 T_k 的初始相位。

假设空间存在一个各向同性散射点目标,且确定性复散射系数为 $\bar{\xi}$ 。目标相对于各单元雷达的距离变化率为常数,且在观测时间内不离开雷达距离分辨单元。定义 $\dot{R}_k$ 和 $R_{k,0}$ 分别为目标相对于第 k 部雷达的距离变化率和初始距离,则第 n 个脉冲时刻,目标相对于第 k 部雷达的距离可表示为 $R_{k,n} = R_{k,0}$

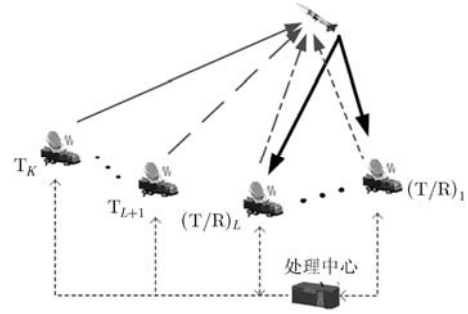


图 1 混合结构的分布式全相参雷达

$-nTR_{\dot{k}}^n$ ($n=0,1,\dots,N-1$),其中 N 为发射脉冲总数。对于第 lk 个收发路径,第 n 个脉冲的传播时间可表示为

$$\tau_{lk,n} = \tau_{lk,0} - nTR_{\dot{k}}^n / c = (\tau_{k,0}^t + \tau_{l,0}^r) - nT(\dot{R}_k^t / c + \dot{R}_l^r / c) \quad (1)$$

式中, c 为光速, $\tau_{lk,0}$ 为初始脉冲在路径 lk 中的传播时间, $\tau_{k,0}^t$ 和 $\tau_{l,0}^r$ 分别为 T_k 到目标、目标到 R_l 的初始脉冲传播时间。 $\dot{R}_k$ 为第 lk 个路径的距离变化率。天线 R_l 接收到的由第 n 个脉冲引起的目标回波低通等效式可表示为

$$r_l^n(t) = \sum_{k=1}^K \bar{\xi} s_k(t - \tau_{lk,0}) e^{-j2\pi f_c \tau_{lk,0} + j\phi_k^t + j\phi_l^r + j\varphi_{lk}} + w_l^n(t) \quad (2)$$

式中, ϕ_l^r 为接收天线 R_l 的初始相位, $\varphi_{lk} = 2\pi f_c TR_{\dot{k}}^n / c$ 为第 lk 个路径的多普勒频移, $w_l^n(t)$ 为 R_l 接收第 n 个脉冲的噪声。假设 $w_l^n(t)$ 是空间和时间独立的,且 $w_l^n(t)$ 在时域上是均值为零、方差为 σ_w^2 的复白高斯过程。 $\tau_{lk,0}$, $\tau_{k,0}^t$ 和 $\tau_{l,0}^r$ 分别写作 τ_{lk} , τ_k^t 和 τ_l^r 。选定 $(T/R)_1$ 为发射或接收参考天线,且定义 $\xi = \bar{\xi} e^{-j2\pi f_c \tau_{11} + j\phi_1^t + j\phi_1^r}$,从而式(2)可改写为

$$r_l^n(t) = \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \Delta\tau_k^t - \Delta\tau_l^r - \tau_1^t - \tau_1^r) \cdot e^{j\Delta\psi_k^t + j\Delta\psi_l^r + j\theta_k^t + j\theta_l^r} + w_l^n(t) \quad (3)$$

式中, $\Delta\tau_k^t = \tau_k^t - \tau_1^t$, $\Delta\psi_k^t = -2\pi f_c \Delta\tau_k^t + (\phi_k^t - \phi_1^t)$, $\theta_k^t = 2\pi f_c TR_{\dot{k}}^n / c$,记作发射相干参数,分别表示以 T_1 为参考天线, T_k 发射信号到达目标的时延差、相位差以及目标相对于 T_k 的多普勒频移; $\Delta\tau_l^r = \tau_l^r - \tau_1^r$, $\Delta\psi_l^r = -2\pi f_c \Delta\tau_l^r + (\phi_l^r - \phi_1^r)$, $\theta_l^r = 2\pi f_c TR_{\dot{l}}^n / c$,记作接收相干参数,分别表示以 R_1 为参考天线,目标回波到达 R_l 的时延差、相位差以及目标相对于 R_l 的多普勒频移。显然 $\Delta\tau_1^t = \Delta\tau_1^r = \Delta\psi_1^t = \Delta\psi_1^r = 0$ 。此外,定义接收端输入信噪比 $\text{SNR}_{\text{in}} = |\xi|^2 / \sigma_w^2$ 。文献[11]推导了收发相干参数估计的 CRB 闭式解,不再赘述。

2.2 全相参模式信号模型

假设雷达由 MIMO 模式转换到全相参模式时, 相干参数估计是稳健的。定义各相干参数估计值为 $\Delta\hat{\tau}_k^t, \Delta\hat{\psi}_k^t, \hat{\theta}_k^t, \Delta\hat{\tau}_l^r, \Delta\hat{\psi}_l^r$ 和 $\hat{\theta}_l^r$ 。在发射端经过时延、相位和多普勒频移补偿后, T_k 发射的第 n 个脉冲经

$$\begin{aligned} r_l^n(t) &= \xi \sum_{k=1}^K \left\{ s(t + \Delta\hat{\tau}_k^t - \tau_{lk} + \Delta\hat{\tau}_l^r) e^{j[(-2\pi f_c \Delta\hat{\tau}_k^t + \Delta\phi_k^t) - \Delta\hat{\psi}_k^t] + j[(-2\pi f_c \Delta\hat{\tau}_l^r + \Delta\phi_l^r) - \Delta\hat{\psi}_l^r] - jn\hat{\theta}_l^r - jn\hat{\theta}_k^t + jn\varphi_{lk}} \right\} + w_l^n(t) \\ &= \xi e^{j\delta\psi_l^r + jn\delta\theta_l^r} \sum_{k=1}^K s(t - \tau_{11} - \delta\tau_l^r - \delta\tau_k^t) e^{j\delta\psi_k^t + jn\delta\theta_k^t} + w_l^n(t) \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\delta\tau_k^t = \Delta\tau_k^t - \Delta\hat{\tau}_k^t$, $\delta\psi_k^t = \Delta\psi_k^t - \Delta\hat{\psi}_k^t$, $\delta\theta_k^t = \theta_k^t - \hat{\theta}_k^t$; $\delta\tau_l^r = \Delta\tau_l^r - \Delta\hat{\tau}_l^r$, $\delta\psi_l^r = \Delta\psi_l^r - \Delta\hat{\psi}_l^r$, $\delta\theta_l^r = \theta_l^r - \hat{\theta}_l^r$ 。显然 $\delta\tau_1^t = \delta\tau_1^r = \delta\psi_1^t = \delta\psi_1^r = 0$ 。因此 L 个天线接收的 N 个脉冲之和可表示为

$$\begin{aligned} r(t) &= \xi \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K e^{j\delta\psi_l^r + j\delta\psi_k^t} s(t - \tau_{11} - \delta\tau_l^r - \delta\tau_k^t) \\ &\quad \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\delta\theta_l^r + jn\delta\theta_k^t} + \sum_{l=1}^L \sum_{n=0}^{N-1} w_l^n(t) \end{aligned} \quad (6)$$

为了便于分析, 假设各相干参数估计误差服从独立高斯分布: $\delta\tau_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta\tau^t}^2)$, $\delta\psi_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta\psi^t}^2)$, $\delta\theta_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta\theta^t}^2)$; $\delta\tau_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta\tau^r}^2)$, $\delta\psi_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta\psi^r}^2)$, $\delta\theta_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta\theta^r}^2)$, 其中 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2, \sigma_{\Delta\psi^t}^2, \sigma_{\Delta\theta^t}^2, \sigma_{\Delta\tau^r}^2, \sigma_{\Delta\psi^r}^2$ 和 $\sigma_{\Delta\theta^r}^2$ 的下界分别等于其对应的 CRB。

3 相参性能分析

3.1 oSNRg 解析式

选择大时宽带宽积的线性调频信号作为发射信号, 经脉冲压缩后可表示为

$$s(t) = \text{sinc}(\pi Bt), \quad |t| \leq T \quad (7)$$

式中 B 为信号带宽。根据式(6)可知, 在 τ_{11} 时刻的样本信号具有最大平均功率, 因此不含噪声的样本信号 $r(\tau_{11})$ 的平均功率 P_{so} 可表示为

$$\begin{aligned} P_{so} &= E[|r(\tau_{11})|^2] \\ &= \left\{ |\xi|^2 \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K E \left(e^{j(\delta\psi_l^r - \delta\psi_k^t)} \right) \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K E \left(e^{j(\delta\psi_k^t - \delta\psi_{k'}^t)} \right) \right. \\ &\quad \cdot E[s(\delta\tau_l^r + \delta\tau_k^t) s(\delta\tau_{l'}^r + \delta\tau_{k'}^t)] \\ &\quad \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} E \left(e^{j(n\delta\theta_l^r - m\delta\theta_{l'}^r) + j(n\delta\theta_k^t - m\delta\theta_{k'}^t)} \right) \Big\} \end{aligned} \quad (8)$$

为简化分析过程并给出直观有用的结论, 只考虑协同结构的 oSNRg。由于 $L = K$, 因此 $\text{CRB}_{\Delta\psi_k^t} = \text{CRB}_{\Delta\psi_l^r}$, $\Delta\tau_l^t = \Delta\tau_l^r \triangleq \Delta\tau_l$, $\theta_l^r = \theta_l^t \triangleq \theta_l$ [11]。记 $\delta\tau_l^t = \delta\tau_l^r \triangleq \delta\tau_l \sim N(0, \sigma_{\Delta\tau}^2)$, $\delta\theta_l^t = \delta\theta_l^r \triangleq \delta\theta_l \sim N(0, \sigma_{\Delta\theta}^2)$ 。从而根据式(8), 协同结构的输出平均功率 P_{so}^{co} 可表示为

上变频可表示为

$$s_k^n(t) = s(t + \Delta\hat{\tau}_k^t) e^{j2\pi f_c t + j\phi_k^t - j\Delta\hat{\psi}_k^t - jn\hat{\theta}_k^t} \quad (4)$$

同理, 在接收端经补偿后, R_l 接收的第 n 个脉冲经过下变频可表示为

$$\begin{aligned} P_{so}^{\text{co}} &= \left\{ |\xi|^2 \sum_{l=1}^K \sum_{l'=1}^K E \left(e^{j(\delta\psi_l^r - \delta\psi_{l'}^r)} \right) \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K E \left(e^{j(\delta\psi_k^t - \delta\psi_{k'}^t)} \right) \right. \\ &\quad \cdot E[s(\delta\tau_l + \delta\tau_{l'}) s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_{k'})] \\ &\quad \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} E \left(e^{j(n\delta\theta_l - m\delta\theta_{l'}) + j(n\delta\theta_k - m\delta\theta_{k'})} \right) \Big\} \end{aligned} \quad (9)$$

经计算, P_{so}^{co} 的上界 P_{so}^{max} 可表示为

$$\begin{aligned} P_{so}^{\text{max}} &= |\xi|^2 \left\{ [1 + (K-1)T_2(4x)] D_1(N, \mu^4) \right. \\ &\quad + [2T_2(x)(1 + \nu^2) + (K-2)T_2(2x)(1 + \nu^4)] \\ &\quad \cdot (K-1)D_1(N, \mu^2) + 4\nu(K-1)[T_1(x) \\ &\quad + T_5(x) + (K-2)\nu^3 T_6(x)] D_2(N, \mu) \\ &\quad + 2\nu(K-1)(K-2)[2(1 + \nu^2)T_3(x) \\ &\quad + (K-3)\nu T_4(x) + 2\nu|T_1(x)|^2] D_3(N, \mu) \\ &\quad + \nu^2(K-1)T_1(4x)[2 + (K-2)\nu^2 T_1(4x)] \\ &\quad \cdot [D_4(N, \mu^4)]^2 + \nu^3(K-1)(K-2)(K-3) \\ &\quad \cdot T_1(2x)[4T_1(x) + \nu(K-4)T_1(2x)] [D_4(N, \mu^2)]^2 \\ &\quad + 2\nu^2(K-1)(K-2)[T_1(2x) + \nu T_1(4x)(2T_1(x) \\ &\quad + \nu(K-3)T_1(2x))] D_4(N, \mu^4) D_4(N, \mu^2) \Big\} \\ &\triangleq |\xi|^2 P \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mu = e^{-1/2\sigma_{\Delta\theta}^2}$, $\nu = e^{-1/2\sigma_{\Delta\psi}^2}$, $x = B^2\sigma_{\Delta\tau}^2$; $T_1(x) = E(s(\delta\tau_2))$, $T_2(x) = E(|s(\delta\tau_2)|^2)$; $T_1(2x) = E(s(\delta\tau_2 + \delta\tau_3))$, $T_2(2x) = E(|s(\delta\tau_2 + \delta\tau_3)|^2)$; $T_1(4x) = E(s(2\delta\tau_2))$, $T_2(4x) = E(|s(2\delta\tau_2)|^2)$; $T_3(x) = E[s(\delta\tau_2)s(\delta\tau_2 + \delta\tau_3)]$; $T_4(x) = E[s(\delta\tau_2 + \delta\tau_3)s(\delta\tau_2 + \delta\tau_4)]$; $T_5(x) = E[s(\delta\tau_2) \cdot s(2\delta\tau_2)]$; $T_6(x) = E[s(\delta\tau_2 + \delta\tau_3)s(2\delta\tau_2)]$;

$$D_1(N, q) = N + 2 \sum_{n=1}^{N-1} (N-n) q^{n^2}$$

$$D_2(N, q) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} q^{(2n-m)^2 + m^2}$$

$$D_3(N, q) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} q^{(n-m)^2 + n^2 + m^2}$$

$$D_4(N, q) = \sum_{n=0}^{N-1} q^{n^2}$$

各相干参数估计误差的方差分别取对应的 CRB。需要指出的是, $T_i(0) = 1$, $T_i(\infty) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$); $D_1(N, 0) = N$, $D_i(N, 0) = 0$ ($i = 2, 3, 4$); $D_i(N, 1) = N^2$ ($i = 1, 2, 3$), $D_4(N, 1) = N$ 。

输出信噪比的上界为 $\text{SNR}_{\text{ad}}^{\text{co}} = P_{\text{so}}^{\text{max}} / (KN\sigma_w^2)$, 则协同结构的 oSNRg 上界可表示为

$$\text{SNR}_{\text{g}}^{\text{co}} = \text{SNR}_{\text{ad}}^{\text{co}} / \text{SNR}_{\text{in}} = P / (KN) \quad (11)$$

若无特别说明, 下文中“oSNRg”均指其上界。根据式(11)可得以下结论:

(1) 当收发时延、相位和多普勒频移精确补偿, 即 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = 0$ 时, $\text{SNR}_{\text{g}}^{\text{co}} = K^3 N$ 。其中相干发射、相干接收和多脉冲发射获得的增益分别为 K , K^2 和 N 。

(2) 当 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$ 时, 则 $\text{SNR}_{\text{g}}^{\text{co}} = 1/K$ 。显然 $\text{SNR}_{\text{g}}^{\text{co}} < 1$, 即输出信噪比小于输入信噪比。这是由于相干参数估计误差过大时, 随着接收天线的增加, 输出信号功率几乎不变, 而输出噪声功率却和接收天线数成正比。

(3) 相比于相位差和多普勒频移, 高精度的时延差估计更容易获得。当 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = 0$, $\sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$ 时, $\text{SNR}_{\text{g}}^{\text{co}} = K$, 且 K 为发射天线数(仿真实验图 4 说明这一点)。

主辅和协同结构是分布式全相参雷达的两种典型结构, 将主辅^[10]和协同结构的 oSNRg 对比列于表 1。由表 1 可知: 较主辅结构, 协同结构由于利用全部 K 个天线接收信号, 所以当 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = 0$ 时, 其 oSNRg 提高 K 倍; 当 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$ 时, 其 oSNRg 下降至 $1/K$; 当 $\sigma_{\Delta\tau}^2 = 0$, $\sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$ 时, 两者均为 K , 且 K 为发射天线数。

表 1 主辅与协同结构对应的 oSNRg

	主辅结构	协同结构
$\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = 0$	$K^2 N$	$K^3 N$
$\sigma_{\Delta\tau}^2 = \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$	1	$1/K$
$\sigma_{\Delta\tau}^2 = 0, \sigma_{\Delta\psi^r}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$	K	K

3.2 oSNRg 数值解

根据式(7)可知, $s(\delta\tau_2)$ 的泰勒展开式为 $s(\delta\tau_2) = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{(-1)^q \pi^{2q}}{(2q+1)!} (B\delta\tau_2)^{2q}$ 。当 $x = B^2\sigma_{\Delta\tau}^2$ 足够小时, $T_1(x) = E(s(\delta\tau_2))$ 或 $T_2(x) = E(|s(\delta\tau_2)|^2)$ 可用低阶泰勒展开式近似表示, 否则基于蒙特卡洛仿真, 利用多项式拟合近似表示。具体地,

$$T_1(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2/6x + 0.025\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_1, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (12)$$

$$T_2(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2/3x + 0.192\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_2, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (13)$$

$$T_3(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2/2x + 0.203\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_3, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (14)$$

$$T_4(x) = \begin{cases} 1 - 2/3\pi^2 x + 0.300\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_4, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (15)$$

$$T_5(x) = \begin{cases} 1 - 5/6\pi^2 x + 0.758\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_5, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (16)$$

$$T_6(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2 x + 0.911\pi^4 x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_6, x), & \varepsilon < x \leq \varsigma \end{cases} \quad (17)$$

式(12)~式(17)中, polyval 表示多项式求值运算, ε 和 ς 分别为拟合区间的下界和上界, 仿真实验中分别取 0.02 和 50。 $\mathbf{P}_i$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) 为拟合系数向量, 由实验获得(实验中最高阶数取 25)。同理, $T_1(2x)$ (或 $T_1(4x)$) 和 $T_2(2x)$ (或 $T_2(4x)$) 分别代入式(12)和式(13)即可获得对应的表达式。

4 仿真结果与分析

实验 1 N 不同时对应的 oSNRg

选择 $B = 100$ MHz, $\text{SNR}_{\text{in}} = -22 \sim 30$ dB, $N = [1, 4, 8]$, $K = 2$ 。当 $\min(\text{SNR}_{\text{in}}) = -22$ dB, $\min(N) = 1$ 时, x 满足 3.2 节的拟合区间要求。

图 2 展示了时延补偿误差对协同结构 oSNRg 的影响: 当 SNR_{in} 越小时, 影响越显著; 相比于 $N = 1$, $N = 4$ (或 $N = 8$) 对应的理想 oSNRg 提高 6 dB (或 9 dB)。

考虑时延补偿误差时, 对比协同与主辅结构的 oSNRg, 如图 3 所示。由图 3 可知, 在同一 N 时, 协同结构的理想 oSNRg 较主辅结构提高 3 dB (或 2 倍); 当 SNR_{in} 较低时, 由于采用单天线接收, 所以主辅结构的 oSNRg 趋于 0 dB, 而协同结构由于采用 2 个天线接收, 所以其 oSNRg 趋于 -3 dB (或者 1/2)。根据图 3, 对比协同与主辅结构的 oSNRg, 以 $N = 1$ 为例, 当 $\text{SNR}_{\text{in}} > -9$ dB 时, 前者大于后者; 当 $\text{SNR}_{\text{in}} < -9$ dB 时, 前者小于后者。尽管多天线接收能够提高相干参数估计精度, 但是引入的噪声功率也与接收天线数成正比, 所以从提高 oSNRg 的角度考虑, 并不是接收天线越多越有利, 而是决定于 SNR_{in} 阈值。此外随着 N 的增加, 由于相干参数估计精度提高, 对应的 SNR_{in} 阈值降低。

实验 2 K 不同时对应的 oSNRg

选择 $N = 2$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -25 \sim 30$ dB, $B = 100$ MHz, $K = [2, 4, 8]$ 。同理, 当 $\min(\text{SNR}_{\text{in}}) = -25$ dB, $\min(K) = 2$ 时, x 满足 3.2 节的拟合区间要求。

不考虑时延补偿误差, 图 4 展示了协同与主辅结构的 oSNRg 随 SNR_{in} 的变化曲线。由图 4 可知,

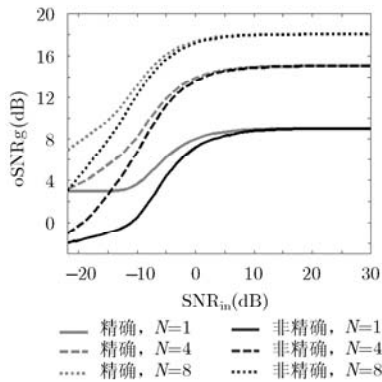
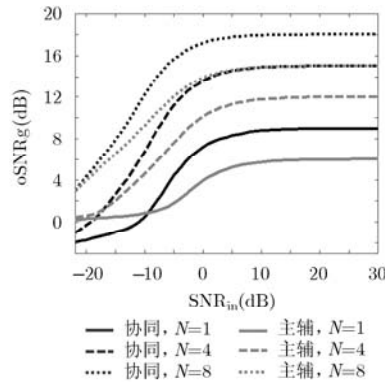
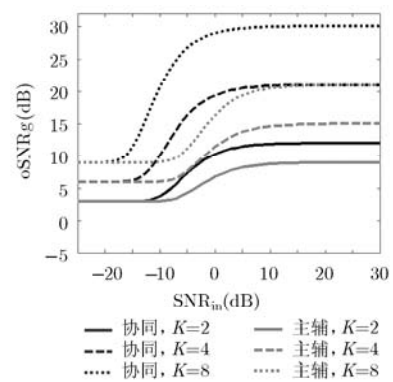
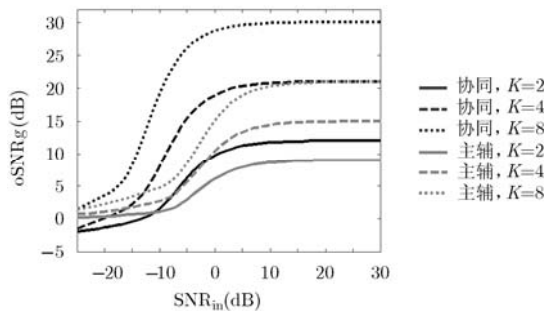


图2 时延补偿精确与否对 oSNRg 的影响

图3 不同脉冲数对应的 oSNRg 随 SNR_{in} 的变化曲线图4 时延精确补偿时的 oSNRg 随 SNR_{in} 的变化曲线

在同一 K 时,协同结构的理想 oSNRg 较主辅结构提高 K 倍; 当 SNR_{in} 趋于无穷小时 (即 $\sigma_{\Delta\psi}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 = \infty$), 两者趋于一致, 且等于 K 。

考虑时延补偿误差时, 图 5 展示了协同与主辅结构 oSNRg 随 SNR_{in} 的变化曲线。结论与图 3 类似, 且随着 K 的增加, 对应的 SNR_{in} 阈值降低。特别地, 在 $\text{SNR}_{\text{in}} \in [-25, 30]$ dB 时, 主辅结构对应的 oSNRg 随着发射天线数 K 的增加而提高。

图5 不同发射天线数对应的 oSNRg 随 SNR_{in} 的变化曲线

5 结束语

oSNRg 是衡量分布式全相参雷达性能的重要指标。本文针对多脉冲发射协同结构的分布式全相参雷达, 考虑时延、相位和多普勒频移补偿误差同时存在时, 推导了 oSNRg 的解析式, 并基于相干参数估计 CRB 获得 oSNRg 的数值解。理论和实验结果表明, oSNRg 随着脉冲数或发射天线数的增加而提高。然而增加接收天线数能否提高 oSNRg 取决于输入信噪比大小: 输入信噪比较大时, oSNRg 随接收天线数增加而提高, 输入信噪比较小时, oSNRg 随接收天线数增加反而下降。本文主要基于相干参数估计 CRB 获得了输出信噪比增益的上界。为更好地指导实际工程应用, 下一步将结合具体的相干参数估计算法和输出信噪比增益, 研究分布式全相参雷达的相参处理性能。

参考文献

- [1] Ahlgren G W. Next generation radar concept definition team final report[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2003.
- [2] Cuomo K M, Coutts S D, McHarg J C, *et al.* Wideband aperture coherence processing for next generation radar (NexGen)[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2004: 11-16.
- [3] Coutts S D, Cuomo K M, McHarg J C, *et al.* Distributed coherent aperture measurements for next generation BMD radar[C]. Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing, Waltham, MA, USA, 2006: 390-393.
- [4] Brookner E. Phased-array and radar astounding breakthroughs-an update[C]. IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, 2007: 37-42.
- [5] Fletcher A and Robey F. Performance bounds for adaptive coherence of sparse array radar[C]. 11th Conference Adaptive Sensors Array Processing, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, MA, USA, 2003: 290-293.
- [6] 曾涛, 殷丕磊, 杨小鹏, 等. 分布式全相参雷达系统时间与相位同步方案研究[J]. 雷达学报, 2013, 2(1): 105-110.
Zeng Tao, Yin Pi-lei, Yang Xiao-peng, *et al.* Time and phase synchronization for distributed aperture coherent radar[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(1): 105-110.
- [7] 殷丕磊, 杨小鹏, 曾涛. 分布式全相参雷达的相位差跟踪技术[J]. 信号处理, 2013, 29(3): 313-318.
Yin Pi-lei, Yang Xiao-peng, and Zeng Tao. Tracking technology of phase difference for distributed aperture radar [J]. *Journal of Signal Processing*, 2013, 29(3): 313-318.
- [8] Gao Hong-wei, Cao Zhe, Wen Shu-liang, *et al.* Study on distributed aperture coherence synthesizing radar with several experiment results[C]. IEEE Radar Conference, Xi'an, China, 2011: 84-86.
- [9] Sun P L, Tang J, He Q, *et al.* Cramer-Rao bound of parameters estimation and coherence performance for next generation radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2013,

- 7(5): 553–567.
- [10] Tang X W, Tang J, He Q, *et al.* Cramer-Rao bounds and coherence performance analysis for next generation radar with pulse trains[J]. *Sensor*, 2013, 13(1): 5347–5367.
- [11] 宋靖, 张剑云, 郑志东, 等. 分布式全相参雷达相干参数估计性能[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(8): 1926–1931.
Song Jing, Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, *et al.* Coherent parameters estimation performance for distributed aperture coherent radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(8): 1926–1931.
- [12] Godrich H, Haimovich A M, and Blum R S. Target localization accuracy gain in MIMO radar-based systems[J]. *IEEE Transactions on Information and Theory*, 2010, 56(6): 2783–2802.
- [13] He Q, Blum R S, Godrich H, *et al.* Target velocity estimation and antenna placement for MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1): 79–100.
- [14] He Q, Blum R S, and Haimovich A M. Noncoherent MIMO radar for location and velocity estimation: more antennas means better performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(7): 3661–3680.
- [15] Wei C M, He Q, and Blum R S. Cramer-Rao bound for joint location and velocity estimation in multi-target non-coherent MIMO radars[C]. *Proceedings of 44th Conference on Information Science Systems*, Princeton, NJ, USA, 2010: 1–6.
- [16] He Q and Blum R S. Cramer-Rao bound for MIMO radar target localization with phase errors[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(1): 83–86.
- [17] Godrich H and Haimovich A M. Localization performance of coherent MIMO radar systems subject to phase synchronization errors[C]. *Proceeding of Fourth ISCCSP*, Limassol, Cyprus, 2010: 1–5.
- 宋靖: 男, 1986 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理及分布式雷达技术.
- 张剑云: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理.