第 27 卷第 8 期
2005 年 8 月

电 子 与 信 息 学 报
Journal of Electronics & Information Technology

Vol.27No.8
Aug. 2005

频域扩频码片级差分检测的误码率性能分析

宋立军　　唐友喜　　李少谦　　戚　骥
(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室　成都　610054)

摘　要： 该文提出了一种频域扩频系统中的差分检测方法：频域扩频码片级差分检测。通过利用判决变量的矩生成函数，并采用鞍点近似的分析方法，得到了频域扩频码片级差分检测的误码率性能的解析表达式，同时进行了仿真验证。分析和仿真结果表明，频域扩频码片级差分检测具有抵抗频率选择性衰落的能力，在信道的相干带宽不小于两个码片对应的频带宽度的前提下，随着信道多径时延扩展的增加，其误码率性能有进一步的提高。

关键词： 频域扩频码片级差分检测，矩生成函数，鞍点近似，频率选择性衰落

中图分类号： TN929.5　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1009-5896(2005)08-1274-04

Analysis of the BER Performance of Chip-Level Differential Detection for Frequency Domain Spread Spectrum System

Song Li-jun　　Tang You-xi　　Li Shao-qian　　Qi Ji
(National Key Lab of Communication of UESTC, Chengdu 610054, China)

Abstract A novel differential detection method, called Frequency Domain Spread Spectrum Chip-Level Differential Detection (FD-SS-CLDD) is proposed in frequency domain spread spectrum system. The Moment Generating Function (MGF) of decision variable and a saddle point approximation method are exploited to analyze the BER performance of FD-SS-CLDD, and the theoretical results are evaluated by simulation. If the coherent bandwidth of channel does not exceed the occupied bandwidth of two chips, with the increase of delay spread of the channel, FD-SS-CLDD exhibits a better performance to make the system resistant to frequency-selective fading.

Key words Frequency Domain Spread Spectrum Chip-Level Differential Detection (FD-SS-CLDD), Moment Generating Function (MGF), Saddle point approximation, Frequency-selective fading

1　引言

在无线衰落信道中，由于信道的时变特性、用户的快速移动等原因，在某些无线应用环境中，对信道的精确估计十分困难，在这种情况下，差分检测成为很有吸引力的一种方案：采用差分检测技术可以克服相干检测中载波相位难以恢复的缺点，同时简化了接收机设计[1]。

与传统的基于符号进行差分检测的方法不同，码片级差分检测是基于码片进行差分检测的。在直接序列扩频(Direct-Sequence Spread-Spectrum, DS-SS)通信系统中，文献[2]分析了时域码片级差分检测的误码率性能：如果在两个相邻码片的持续时间内信道是相关的，则多普勒频移越大，这种差分检测的性能越好。采用码片级差分检测可以使 DS-SS 系统具有更强的抵抗信道的时间选择性衰落的能力。

文献[3]提出了一种频域扩频的方案：多载波码分多址(Multi-Carrier Code Division Multiple Access, MC-CDMA)。MC-CDMA 是一种联合了码分和正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)的多载波扩频方案。与 DS-SS 系统中基于时域扩频的方法不同，MC-CDMA 系统中扩频码片被多个正交的子载波所承载，扩频操作在频域上完成。目前，频域扩频码片级差分检测的性能研究还未见到报道。本文利用判决变量的矩生成函数，通过采用鞍点近似的方法得到了频域码片级差分检测误码率性能的解析表达式，并利用数值计算和仿真结果，讨论了信道的频率选择性衰落特性对频域扩频码片级差分检测性能的影响。

本文由以下部分组成：第 2 节给出了频域码片级差分检测传输系统模型；第 3 节为误码率分析；第 4 节是数值计算和仿真结果；最后是本文的结论。

2　频域扩频码片级差分检测系统模型

图 1 为频域扩频码片级差分检测的系统模型。

2004-03-19 收到，2004-08-26 改回
国家自然科学基金(60272009，60390540-3)和教育部博士点基金(20020614001)资助课题

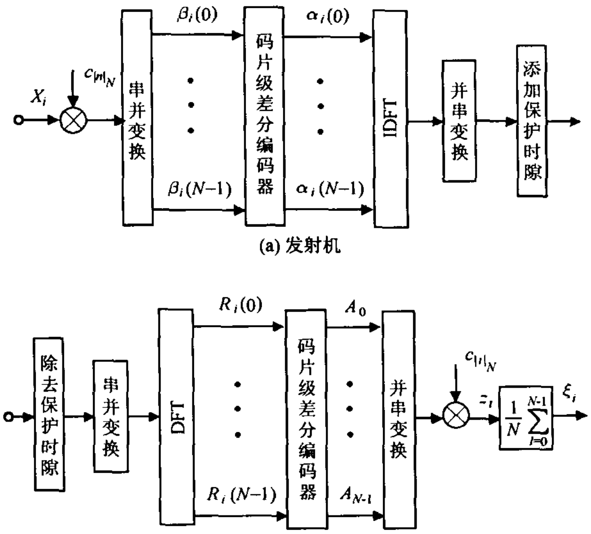

图 1　频域码片级差分检测传输系统模型

图 1(a)为发射机，其中 X_i 为第 i 个经过调制的数据符号，以 BPSK 为例，那么有 $X_i\in\{\pm1\}$，并设符号周期为 T。首先 X_i 与码率为 $1/T_c=N/T$ 的扩频码序列 $c_n\in\{\pm1\}$ 相乘，其中 N 为扩频因子，n 为码片序号，那么扩频后的码片序列 $\{\beta_i(n),\ n=0,1,\cdots,N-1\}$ 可以表示为

$$\beta_i(n)=X_i c_{|n|_N},\quad n=0,1,\cdots,N-1 \tag{1}$$

其中 $|k|_N$ 表示对 k 做模 N 运算。经过串并变换后，$\beta_i(n)$ 成为 N 路并行码片数据，将在 N 个子信道中分别进行传输，此时频域扩频完成，将并行码片数据矩阵送入频域码片级差分编码器进行编码操作，实现过程的数学表达如下式:

$$\alpha_i(n)=\alpha_i(n-1)\beta_i(n) \tag{2}$$

其中 $\alpha_i(n)$ 表示经过频域码片差分编码后，第 n 个子载波传送码片数据信息，其初始值 $\alpha_i(-1)=1$。

经过频域码片级差分编码后，第 n 个子信道上的码片数据 $\alpha_i(n)$ 被调制到相应的子载波上，子载波间隔为 $1/T_c$，而一个 OFDM 符号周期为 T，那么，经过长度为 N 的 IDFT 和并串变换后，第 i 个 OFDM 符号中的第 k 个采样数据为

$$x_i(k)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1}\alpha_i(n)e^{\frac{j2\pi nk}{N}},\quad n=0,1,\cdots,N-1 \tag{3}$$

最后，为了避免符号间干扰，在数据符号之前添加了 G 个采样的保护时隙，此时一个 OFDM 符号中的每个采样间隔为 $T_s=T/(N+G)$。

设信道冲激响应为 $h(t,\tau)=\sum_k\gamma_k(t)\delta(\tau-\tau_k)$，其中 τ_k 为第 k 径的延迟时间，$\delta(\cdot)$ 表示狄拉克-δ 函数。由于载体的移动性，$\gamma_k(t)$ 为各径相互独立的均值为零的广义平稳高斯复过程并具有经典多普勒谱。本文信道模型为抽头延迟线信道模型，抽头间隔为 T_s，并设信道最大多径时延不超过 LT_s。不失一般性，假设信道具有等功率延迟分布且每径功率为 $1/L$。在此 $G>L$，可以不考虑多径信道带来的符号间干扰。

在图1(b)的接收机中，首先除去数据符号中的保护时隙，然后对接收到的第 i 个 OFDM 符号进行 N 点 DFT 操作进行数据解调。由于本文主要讨论信道频率选择性对频域扩频码片级差分检测的影响，因此假设在一个 OFDM 符号持续时间内可以忽略信道的时间选择性，这与参考文献[4]的假设是相同的，那么第 l 个子信道的解调信号 $R_i(l)$ 可以表示为[4]

$$R_i(l)=H_i(l)\alpha_i(l)+w_i(l),\quad l=0,1,\cdots,N-1 \tag{4}$$

其中 $H_i(l)$ 和 $w_i(l)$ 表示第 i 个 OFDM 符号中第 l 个子载波上的信道频率响应和加性高斯白噪声，它们的统计特性将在第 3 节进行进一步的分析。在此假设不同的子载波上的加性高斯白噪声是相互独立的，如果将 $H_i(l)$ 和 $w_i(l)$ 分为实部和虚部，则有

$$\left.\begin{aligned} H_l&=H_{R,l}+jH_{I,l}=H_i(l)\\ w_l&=w_{R,l}+jw_{I,l}=w_i(l)\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

接收信号经过频域码片级差分检测器后，有

$$\begin{aligned}\Lambda_l&=\mathrm{Re}\left\{R_i(l)R_i^*(l-1)\right\}\\ &=\mathrm{Re}\left\{H_lH_{l-1}^*\beta_i(l)+H_l\alpha_i(l)w_{l-1}^*\right.\\ &\quad\left.+H_{l-1}^*\alpha_i^*(l-1)w_l+w_lw_{l-1}^*\right\}\end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\mathrm{Re}(\cdot)$ 表示取复数信号的实部。经过并串变换后，假设扩频码理想同步，解扩操作后的输出序列为

$$\begin{aligned} z_l&=\Lambda_l c_{|l|_N}\\ &=\mathrm{Re}\left\{H_lH_{l-1}^*X_i+H_l\alpha_i(l)c_{|l|_N}w_{l-1}^*\right.\\ &\quad\left.+H_{l-1}^*\alpha_i^*(l-1)c_{|l|_N}w_l+c_{|l|_N}w_lw_{l-1}^*\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

其中由于复数噪声采样乘以二进制数后其统计特性不会发生改变，并有 $c_{|l|_N}=\alpha_i(l)\alpha_i(l-1)X_i$，上式可以做以下简化，有

$$\begin{aligned} z_l&=\Lambda_l c_{|l|_N}\\ &=\mathrm{Re}\left\{H_lH_{l-1}^*X_i+H_lw_{l-1}^*+H_{l-1}^*w_l+w_lw_{l-1}^*\right\}\end{aligned} \tag{8}$$

将式(5)代入，有

$$\begin{aligned} z_l&=X_i\left(H_{R,l}H_{R,l-1}+H_{I,l}H_{I,l-1}\right)\\ &\quad+H_{R,l}w_{R,l-1}+H_{R,l-1}w_{R,l}+H_{I,l}w_{I,l-1}\\ &\quad+H_{I,l-1}w_{I,l}+w_{R,l}w_{R,l-1}+w_{I,l}w_{I,l-1}\end{aligned} \tag{9}$$

经过积累器输出判决变量后，有

$$\begin{aligned}\xi_i&=\frac{1}{N}\sum_{l=iN}^{iN+N-1}z_l\\ &=\frac{1}{N}\sum_{l=iN}^{iN+N-1}\left[X_i\left(H_{R,l}H_{R,l-1}+H_{I,l}H_{I,l-1}\right)\right.\\ &\quad+H_{R,l}w_{R,l-1}+H_{R,l-1}w_{R,l}+H_{I,l}w_{I,l-1}\\ &\quad\left.+H_{I,l-1}w_{I,l}+w_{R,l}w_{R,l-1}+w_{I,l}w_{I,l-1}\right]\end{aligned} \tag{10}$$

3 误码率分析

不失一般性，假设 $i=0,\ X_0=1$，所以式(10)中的判决变量可以表示为

$$\begin{aligned}\Xi=\xi_0=\frac{1}{N}\sum_{l=iN}^{iN+N-1}\big(&H_{R,l}H_{R,l-1}+H_{I,l}H_{I,l-1}\\&+H_{R,l}w_{R,l-1}+H_{R,l-1}w_{R,l}+H_{I,l}w_{I,l-1}\\&+H_{I,l-1}w_{I,l}+w_{R,l}w_{R,l-1}+w_{I,l}w_{I,l-1}\big)\end{aligned}\tag{11}$$

公式(11)中判决变量 Ξ 可以看成随机变量 $H_{R,l},H_{I,l},w_{R,l},w_{I,l}$，$l=-1,0,\cdots,N-1$ 的二次型表示，而所有变量均值都为零。公式(11)中二次型可以用矩阵形式进一步表达为

$$\Xi=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{u}\tag{12}$$

其中 $(\bullet)^{\mathrm{T}}$ 表示转置操作，$\boldsymbol{u}$ 为维数是 $4(N+1)$ 的列矢量，并有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}=\big[&H_{R,-1},H_{R,0},H_{R,1},\cdots,H_{R,N-1},H_{I,-1}H_{I,0}H_{I,1},\cdots,H_{I,N-1},\\&w_{R,-1},w_{R,0},w_{R,1},\cdots,w_{R,N-1},w_{I,-1},w_{I,0},w_{I,1},\cdots,w_{I,N-1}\big]\end{aligned}\tag{13}$$

而 $\boldsymbol{W}$ 为维数是 $4(N+1)\times4(N+1)$ 的常数矩阵，并有

$$\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1\\\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{W}_1\end{bmatrix}\tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{W}_1$ 为维数为 $(N+1)\times(N+1)$ 的常数矩阵，并有

$$\boldsymbol{W}_1=\begin{bmatrix}0&1/2&0&\cdots&0&0\\1/2&0&1/2&\cdots&0&0\\0&1/2&0&\cdots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&0\\0&0&\cdots&\ddots&0&1/2\\0&0&\cdots&0&1/2&0\end{bmatrix}\tag{15}$$

对该判决变量 Ξ，文献[2]提出了通过判决变量的矩生成函数进行误码率分析的方法，而该方法需要得到矢量 $\boldsymbol{u}$ 的均值矢量和相关矩阵。由文献[5]，具有等功率延迟分布的信道频率相关函数为

$$\begin{aligned}r_H(\Delta n)&=E\{H_lH_{l'}^*\}=E\{H_lH_{l-\Delta n}^*\}\\&=\frac{1}{L}\frac{\sin(\pi\Delta nL/N)}{\sin(\pi\Delta n/N)}e^{-j\pi\Delta n(L-1)/N}\\&=r_{R,H}(\Delta n)+jr_{I,H}(\Delta n)\end{aligned}\tag{16}$$

其中 $E\{\cdot\}$ 表示均值计算，$\Delta n=l-l'$，表示参与相关性计算的第 l 个和第 l' 个子载波之间的载波间隔数，$r_{R,H}(\Delta n),r_{I,H}(\Delta n)$ 分别为相关函数 $r_H(\Delta n)$ 的实部和虚部。由于 $H_{R,l},H_{I,l}$ 是信道频率响应的实部和虚部，而信道时域冲激响应中每径均为均值为零的高斯过程那么 $H_{R,l},H_{I,l}$ 的均值也为零，而 $w_{R,l}$、$w_{I,l}$ 为高斯白噪声的实部和虚部，其均值为零，那么 $\boldsymbol{u}$ 的均值矢量为 $4(N+1)$ 的全零列矢量，即 $E(\boldsymbol{u})=[\boldsymbol{0}]_{4(N+1)\times1}$。

相关矩阵 $\boldsymbol{K}$ 定义为

$$\boldsymbol{K}=E\Big\{\big[\boldsymbol{u}-E(\boldsymbol{u})\big]\big[\boldsymbol{u}-E(\boldsymbol{u})\big]^{\mathrm{T}}\Big\}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_1&0&0&0\\0&\boldsymbol{K}_2&0&0\\0&0&\boldsymbol{K}_3&0\\0&0&0&\boldsymbol{K}_3\end{bmatrix}\tag{17}$$

其中 $\boldsymbol{K}_1,\boldsymbol{K}_2$ 和 $\boldsymbol{K}_3$ 分别定义为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{K}_1=\{k_{1(l,l')}\},\quad k_{1(l,l')}=r_{R,H}(l-l')\\&\boldsymbol{K}_2=\{k_{2(l,l')}\},\quad k_{2(l,l')}=r_{I,H}(l-l')\\&\boldsymbol{K}_3=\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{N+1}\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

其中 $l;l'=-1,0,\cdots,N-1$，$\boldsymbol{I}_{N+1}$ 为单位矩阵，σ_n^2 为高斯白噪声的方差。式(18)中的相关函数可以由式(16)中关于信道相关性的计算得到。

设判决变量 Ξ 的概率密度函数为 $p_\Xi(\xi)$，那么判决错误概率为

$$P_e=\int_{-\infty}^{0}p_\Xi(\xi)\mathrm{d}\xi\tag{19}$$

由于 $p_\Xi(\xi)$ 不容易获得，参考文献[2]通过引入判决变量 Ξ 的矩生成函数，并认为可以利用鞍点积分法对误码率进行计算，但是文中并没有解释计算过程，也没有给出误码率的解析表达式，而是直接给出了数字结果。文献[6－8]中也利用了矩生成函数的方法进行了其他问题的分析，本文总结了以上文献的一些结论，采用了鞍点近似的方法对频域扩频码片级差分检测进行了误码率分析。

判决变量 Ξ 的矩生成函数定义为 $p_\Xi(\xi)$ 的双边拉普拉斯变换，有

$$P_\Xi(s)=\int_{-\infty}^{\infty}p_\Xi(\xi)e^{-s\xi}\mathrm{d}\xi\tag{20}$$

由文献[8]，并由 $\boldsymbol{u}$ 的均值矢量和相关矩阵，可以得到矩生成函数 $P_\Xi(s)$ 为

$$P_\Xi(s)=\frac{1}{\prod_{k=1}^{4(N+1)}(1-s\lambda_k)}\tag{21}$$

其中 λ_k，$k=1,2,\cdots,4(N+1)$ 为矩阵 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{W}\boldsymbol{K}$ 的特征值。

定义函数 $\phi(s)=\ln(P_\Xi(-s)/s)$，可以得到误码率的进一步表示[7]:

$$P_e=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(\phi(c+jx))\mathrm{d}x\tag{22}$$

为了计算误码率，可以利用 $\phi(s)$ 的泰勒近似展开式，舍弃二阶导数以上的项，得到0阶鞍点近似表达式，有

$$\phi(c+jx)\approx\phi(c)+j\phi'(c)x-\frac{1}{2}\phi''(c)x^2\tag{23}$$

将式(23)代入式(22)可以得到误码率的近似解析表达式为

$$P_e\approx P_{\mathrm{SAP}}=\frac{1}{\sqrt{2\pi\phi''(c_0)}}\exp(\phi(c_0))\tag{24}$$

其中 c_0 为函数 $\phi(s)$ 在复平面中实轴上的鞍点，满足 $c_0>0,\ \phi'(c_0)=0$，同时，c_0 为最接近于0的鞍点。而 $\phi(s),\phi'(s),\phi''(s)$ 的表达式分别为

$$\left.\begin{aligned}&\phi(s)=-\sum_{k=1}^{4(N+1)}\ln|1+s\lambda_k|-\ln(s)\\&\phi'(s)=-\sum_{k=1}^{4(N+1)}\frac{\lambda_k}{1+s\lambda_k}-\frac{1}{s}\\&\phi''(s)=\sum_{k=1}^{4(N+1)}\frac{\lambda_k^2}{(1+s\lambda_k)^2}+\frac{1}{s^2}\end{aligned}\right\}\tag{25}$$

通过数值计算方法(如牛顿法)，可以由$\phi'(s)$的表达式得到鞍点c_0，将c_0代入式(24)，式(25)，可以计算得到系统的误码率。

4 数值计算及仿真结果

数值计算及仿真时采用的系统参数如下：其中数据符号周期为$T=160\mu s$，无信道编码，扩频序列采用了长度为64的Walsh-Hadamard (W-H)码，频域扩频系统的子载波数$N=64$，为了抑制符号间干扰，添加的保护时隙长度$G=16$。对仿真信道，采用了等功率延迟信道，这并不影响讨论问题的一般性，其中多径数目L，每径功率为$1/L$，满足$L<G$，随着延迟径数L的增加，信道的时延扩展增加，同时相干带宽减小。

图2给出了在不同多径数目L的瑞利衰落信道中，频域扩频码片级差分检测误码率的理论分析和仿真结果，其中信道的最大多普勒频移设定为100Hz。由参考文献[9]，信道的相干带宽计算方法如下：设信道相干带宽为B_C，那么有$B_C\approx 1/(5\sigma_\tau)$，其中$\sigma_\tau$为信道延迟扩展，并有

$$\sigma_\tau=\sqrt{\frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1}\tau_k^2-\left(\frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1}\tau_k\right)^2} \tag{26}$$

其中$\tau_k=kT_s, 0\le k\le L-1$为每径的延迟时间。本文中讨论了1径到6径信道中频移扩频码片级差分检测的性能，随着L的增加，信道相干带宽减小，当$L=6$时，信道的相干带宽最小，由式(26)可以计算信道的相干带宽为15kHz，而子载波间隔为$1/T=6.25\text{kHz}$，此时子载波间隔小于信道相干带宽，可以进行差分检测。从理论分析和仿真结果的比较来看，随着信道径数L的增加，系统性能却得到了进一步的改善，当$L=6$，信噪比为20dB时，系统误码率已经达到10^{-6}量级，信噪比为25dB时，由于仿真时间太长，仿真已经无法得到准确的误码率性能，只能给出理论分析的结果。由于频域扩频码片级差分检测是利用了整个传输带宽中所有码片上的信息，并通过解扩积累信号能量得到判决变量，从整个传输带宽上看，当出现衰落时，在相干带宽较小信道中，信道衰落的相关性也较小，受到衰落影响的码片数目也较少，因此经过解扩和积累输出判决变量后，差分检测的性能得到了提高。

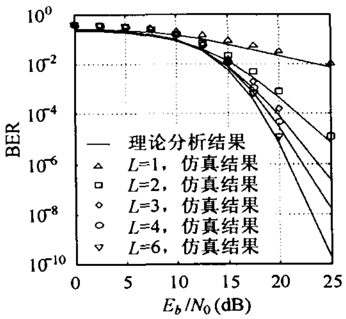

图2　不同多径数目L的瑞利衰落信道中，频域码片级差分检测误码率的理论分析和仿真结果

5 结束语

本文通过利用判决变量的矩生成函数，并使用鞍点近似的方法对频域扩频码片级差分检测系统进行了误码率分析，并进行了仿真验证，其中分析和仿真结果非常接近。研究结果表明，频域扩频码片级差分检测具有抵抗频率选择性衰落的特性，在相干带宽较小的信道中体现出更好的性能。

参考文献

[1] Hanzo L, Webb W, Keller T. Single- and Multi-carrier Quadrature Amplitude Modulation: Principles and Applications for Personal Communications, WLANs and Broadcasting[M]. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2000: 494 – 495.

[2] Cavallini A, Giannetti F, Luise M, Reggiannini R. Chip-level differential encoding/detection of spread-spectrum signals for CDMA radio transmissions over fading channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1997, 45(4): 456 – 463.

[3] Hara S, Prasad R. Overview of multicarrier CDMA[J]. *IEEE Communications Magazine*, 1997, 35(12): 126 – 133.

[4] Li Y, Cimini L J, Sollenberger N R. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(7): 902 – 915.

[5] Frenger P K, Svensson N A B. Decision-directed coherent detection in multicarrier systems on Rayleigh fading channels[J]. *IEEE Trans. on Vehi. Tech.*, 1999, 48(2): 490 – 498.

[6] Helstrom C. Calculating error probabilities for intersymbol and cochannel interference[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1986, 34(5): 430 – 435.

[7] Schumacher K, O'Reilly J J. Relationship between the saddlepoint approximation and the modified chernoff bound[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1990, 38(3): 270 – 272.

[8] Yao Ma, Teng J L, Subbarayan P. Error probability for coherent and differential PSK over arbitrary Rician fading channels with multiple cochannel interferers[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(3): 429 – 441.

[9] Rappaport T S. Wireless Communications: Principles and Practice[M]. 2nd edition, Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 2002: 120 – 121.

宋立军：　男，1975年生，博士生，研究方向为数字通信、扩频通信、OFDM.

唐友喜：　男，1964年生，教授，研究方向为扩频通信、超三代移动通信、UWB等.

李少谦：　男，1957年生，教授，现从事扩频通信、移动通信方面的教学和研究工作.

戚　骥：　男，1978年生，硕士生，研究方向为扩频通信、OFDM.