第 21 卷 第 1 期 电子科学学刊 Vol.21 No.1
1999 年 1 月 JOURNAL OF ELECTRONICS Jan. 1999

一种新的模糊 K 邻域矢量量化码本设计算法 [1]

张基宏
(深圳大学信息工程学院 深圳 518060)

摘 要 本文提出了一种新的模糊 K 邻域矢量量化码本设计算法(FKNNVQ). 该算法具有对初始码本依赖性小, 不会局部最小, 收敛速度快, 码本性能好等优点. 实验结果表明, FKNNVQ 算法与 Karayannis 等 1995 年提出的模糊矢量量化算法 (FVQ) 相比, 设计的图象码本峰值信噪比和收敛速度都有明显改善.

关键词 图象编码, 模糊 K 邻域算法, 模糊矢量量化
中图号 TN919.8

1 引 言

常用的矢量量化码本设计算法是将每个训练矢量根据一些准则分配给单个聚类, 而忽略了该训练矢量属于其它聚类的可能性, 导致设计码本局部最佳或强烈依赖于初始码本的选取 [1]; 如 LBG 算法 [2], Kohonen 自组织特征映射技术 [3], 随机松弛算法 [4] 等。模糊 C- 均值 (FCM) 聚类算法为训练集的每个元素分配一个隶属值, 表示训练矢量隶属于一个确定聚类的程度 [5]。尽管 FCM 算法性能比 LBG 好, 但很少用来设计码本, 因为计算量很大。近两年研究较多的模糊矢量量化 (FVQ) 算法 [6-8] 将模糊逻辑引进矢量量化的码本设计中, 设计的码本对初始码本依赖性小, 而且不会局部最小; 性能与 FCM 相当; 运算量也小于 FCM, 但仍然较大。模糊 K 邻域 (FKNN) 算法 [9] 训练过程中以每个聚类为胞腔中心, 寻找与每个胞腔中心最邻近的 K 个训练矢量. 因其简单、实用而得到了广泛应用. 用 FKNN 设计矢量量化码本速度较快, 但是性能很差。本文基于 FKNN 算法的原理, 提出了一种训练过程中胞腔的形成是以每个训练矢量为中心的 FKNNVQ 码本设计算法。给出了一种新的码本更新公式和最适合于 FKNNVQ 算法的隶属函数。算法简化了 FVQ 聚类过程中训练矢量从软决定向硬决定的转变过程, 保持了 FVQ 的优点, 设计的图象码本性能优于 FVQ 算法, 而且大大缩短了运行时间。

2 FVQ 算法原理

设训练矢量集为 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_M\}$, $x_i\in\Re^n$, $\forall i=1,2,\cdots,M$; 码本矢量集为 $Y=\{y_1,y_2,\cdots,y_L\}$, $y_j\in\Re^n$, $\forall j=1,2,\cdots,L$。 FVQ 将每一聚类作为一个模糊集, 用隶属函数 $\mu_j(x_i)$ 来表示训练矢量隶属于一个确定聚类的程度。这样每个训练矢量依隶属函数的测度分配给多个聚类。若被考虑的训练矢量是一超球体的中心, 对存在重叠的超球体的中心保证了所有训练矢量参与其中。有效地降低了设计结果对初始码本的依赖性。 FVQ 通过迭代, 即逐步收敛重叠的超球体来实现训练矢量逐步从软决定向硬决定的转变。转变速度可利用聚类过程中超球体的收缩方案来调整。具体策略如下: 令 $I_i^{(v)}$ 是在第 v 次迭代中, 属于中心

[1] 1998-05-19 收到, 1998-09-14 定稿

位于训练矢量 $x_i \in X$ 超球体的码本矢量集合。在 v 次迭代后，中心位于训练矢量 x_i 超球体所包含的码本矢量 $y_j \in I_i^{(v)}$ 须满足对 x_i 的距离小于或等于 x_i 和 $y_j \in I_i^{(v)}$ 的平均距离：

$$d_{\text{ave}}^{(v)}(x_i) = \frac{1}{N\left(I_i^{(v)}\right)} \sum_{y_j \in I_i^{(v)}} d(x_i, y_j), \tag{1}$$

式中 $N(I_i^{(v)})$ 是集 $I_i^{(v)}$ 中的元素数目。这样就得到集 $I_i^{(v+1)}$ ，即

$$I_i^{(v+1)} = \left\{ y_j \in I_i^{(v)} : d(x_i, y_j) \le d_{\text{ave}}^{(v)}(x_i) \right\}. \tag{2}$$

如果 $I_i^{(v)}$ 只包含一个码本矢量，即 $N(I_i^{(v)}) < 2$, 则训练矢量 x_i 就从模糊状态转变为硬状态。

FVQ 为了不会陷入局部最小，定义了两个判别门限值 ε 和 ε' 。设 $C^{(v)}$ 为在 v 次迭代后训练矢量基于硬决定分配给聚类的集。在从模糊状态向硬状态转变的后期，平均最小失真度的减少变得较慢。平均最小失真度定义为

$$D = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} d_{\min}(x_i) = \frac{1}{M} \min_{y_j \in Y} d(x_i, y_j). \tag{3}$$

在这期间，如果 $X - C^{(v)} \neq 0$ ，则每次迭代后总失真均会减少。当减少率在 v^* 次迭代后低于门限值 ε' 时，就说明所有训练矢量均转变成硬模式，即 $C^{(v^*)} = X$ 。在随后迭代中训练矢量空间基于最近邻域条件来分割，最近邻域条件定义为

$$\mu_j(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{若 } d(x_i, y_i) = d_{\min}(x_i); \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \tag{4}$$

当平均最小失真减少率低于门限值 ε 时，整个码本训练过程结束。因此保证 FVQ 算法不会局部最小的条件是门限值的选取必须满足 $\varepsilon' < \varepsilon$ 。

3　FKNNVQ 算法

FKNNVQ 算法为了保证得到性能较好的码本，训练过程中胞腔的形成是以每个训练矢量 x_i 为中心。在开始的每次迭代中，每个训练矢量 x_i 都从码本矢量集为 $Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_L\}$ 中寻找出 K 个与训练矢量最近的码矢，即 $N(I_i^{(v)}) = K$ ，计算中心位于训练矢量 x_i 的胞腔中 K 个码矢的隶属度 $\mu_j(x_i)$ ，并根据码本生成公式更新码本。当减少率在 v^* 次迭代后低于门限值 ε' 时，将所有训练矢量均转变成硬模式，训练矢量空间基于最近邻域条件来分割。当平均最小失真减少率低于门限值 ε 时，整个码本训练过程结束。

3.1 码本生成公式

FCM 算法的码本运算公式定义为

$$y_j = \frac{\sum_{i=1}^{M} \mu_j(x_i)^m x_i}{\sum_{i=1}^{M} \mu_j(x_i)^m}, \qquad \forall j = 1, 2, \cdots, L. \tag{5}$$

实验发现采用码本运算公式（ 5 ）式收敛速度较慢。 FKNNVQ 采用 Kohonen 码本学习公式 [3] ，定义为

$$y_j(v+1) = y_j(v) + \alpha_v P_{i,j}(v)(x_i - y_j(v)), \tag{6}$$

式中 α_v 是步长， $P_{i,j}(v)$ 为动态邻域函数. FKNNVQ 算法与 Kohonen 学习算法的不同点是： Kohonen 算法对每一输入训练矢量，只更新一个竞争优胜码本；而 FKNNVQ 算法是待所有训练矢量输入完毕后，更新所有码本。 Bezdek 给出了 FCM 算法使目标函数有约束的最小化时，码本运算公式为（5）式的证明 [10] 。目标函数定义为

$$J_m = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i)^m\|x_i - y_j\|^2, \tag{7}$$

式中 $1 \le m < \infty$ 是模糊参数. m 趋于 1 时, 训练矢量的空间分割就接近于硬决定过程; m 增大, 则隶属退化, 聚类模糊度随之增强. 约束条件为 $\mu_j(x_i) \in [0,1]\forall i,j$ ； $0 < \sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i) < M$ 和 $\sum_{j=1}^{K}\mu_j(x_i) = 1\ \forall i = 1,2,\cdots,M$ 。由（5）式可得

$$y_j(v+1) = y_j(v) + \frac{\sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i)^m(x_i - y_j(v))}{\sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i)^m}. \tag{8}$$

结合（7）式有

$$y_j(v+1) = y_j(v) + \alpha_v\frac{\sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i)^m(x_i - y_j(v))}{\sum_{i=1}^{M}\mu_j(x_i)^m}. \tag{9}$$

α_v 的选取原理类似于随机松弛算法 [4] ，即用前两次迭代后平均最小失真度的差 ΔD 来调节步长，我们定义步长 α_v 为

$$\alpha_v = \frac{\ln(\Delta D)}{R}, \tag{10}$$

式中 $\Delta D = D^{v-2} - D^{v-1}$ ， R 为参数， D^v 定义如 (3) 式。

3.2 隶属函数的选取

隶属函数 $\mu_j(x_i)$ 表示训练矢量 x_i 分配给第 j 个聚类的不确定度. 如果 $y_j \notin I_i^{(v)}$ ，则 $\mu_j(x_i) = 0$ ；否则 $y_j \in I_i^{(v)}$ ，隶属函数依赖于 x_i 和 $y_j \in I_i^{(v)}$ 之间的距离，即 $\mu_j(x_i) = f(d(x_i,y_j), y_j \in I_i^{(v)})$ 。这时 $\mu_j(x_i)$ 必须满足上节中的限制条件和以下三个条件： (1) $\mu_j(x_i)$ 是距离 $d(x_i,y_j)$ 的递减函数； (2) 当 $d(x_i,y_j)$ 趋于 0 时， $\mu_j(x_i)$ 逼近 1 ； (3) 当 $d(x_i,y_j)$ 趋于 $d_{\max}(x_i)$ 时， $\mu_j(x_i)$ 逼近 0 ， $d_{\max}(x_i)$ 是训练矢量 x_i 与码本矢量 $y_j \in I_i^{(v)}$ 之间的最大距离，定义为 $d_{\max}(x_i) = \max_{y_j \in I_i^{(v)}} d(x_i,y_j)$ 。比较文献 [6-8] 中几种不同的隶属函数，实验发现采用统计方法的隶属函数， FKNNVQ 收敛速度最快，失真度最小，定义为

$$\mu_j(x_i) = \frac{1}{\sum_{l=1}^{K}\left(\dfrac{d(x_i,y_j)}{d(x_i,y_l)}\right)^{1/(m-1)}}, \qquad \forall j = 1,2,\cdots,L. \tag{11}$$

3.3 算　法

FKNNVQ 算法具体步骤如下：

(1) 选择 ε ， $\varepsilon'(\varepsilon' > \varepsilon)$, $K(1 \le K \le L)$ 和随机初始码本 $Y = \{y_j, j = 1,2,\cdots,L\}$ ，利用 (3) 式计算 D 。

(2) 置 $D_{\text{old}} = D$， $i = 0$ 。

(3) 令 $i=i+1$， $j=0$ 。

(4) 令 $j=j+1$ ，计算 $d(x_i,y_j)$ ；如果 $N(I_i^{(v)})<K$ ，则 $I_i^{(v)}\cup y_j\to I_i^{(v)}$ ；否则如果 $d(x_i,y_i)\le d_{\max}(x_i)$ ，令 $d(x_i,y_l)=d_{\max}(x_i)$ ，则 $I_i^{(v)}\cup y_j\to I_i^{(v)}$, 并将 y_l 清除出集合 $I_i^{(v)}$ ，即 $y_l\notin I_i^{(v)}$ ；否则 $y_j\notin I_i^{(v)}$ 。

(5) 若 $j<L$ ，返回到 (4)；否则如果 $y_j\notin I_i^{(v)}$ ，则 $\mu_j(x_i)=0$ ，否则用 (11) 式计算 $\mu_j(x_i)$ 。

(6) 若 $i<M$ ，返回到 (3)；否则用学习公式 (9) 式更新码本 y_j ，用 (3) 式计算 D 。

(7) 若 $(D-D_{\rm old})/D_{\rm old}>\varepsilon'$ ，返回到 (2)；否则用基于最近邻域条件 (4) 式的算法来分割训练矢量空间。

(8) 若 $(D-D_{\rm old})/D_{\rm old}>\varepsilon$ ，返回到 (2)；否则停止迭代。

4 实验结果

本文对上述 FKNNVQ 算法在奔腾 160 计算机上用 VISUAL C^{++} 4.1 进行了测试，处理的图象是 8bit, 尺寸为 256×256 的 Lenna 标准图象。采用峰值信噪比 (PSNR) 和收敛时平均最小失真 D^v 来对算法设计的图象码本性能进行客观评价。算法运算量的评价是基于算法运行时间 t 和收敛时所需迭代次数 v 。并将 FKNNVQ 算法与 LBG 、 FCM 、 FVQ 算法进行了比较。实验中，采用 16 维的矢量，即有 4096 个矢量作为学习矢量，码本大小为 128 。参数 R 和 m 的实验经验取值为 $R=7$, $m=1.125$ 。

我们随机选取初始码本，对每种算法进行了 5 次仿真，将其统计结果列于表 1 中。表中 FVQ 是标准算法，即 FVQ2 。实验发现，不同的初始码本对 FKNNVQ 的性能影响很小。FKNNVQ 的最佳 K 值在 10 左右；小于 8 时， K 越小效果越差。高于 30 时， K 越大效果越差。若在 FKNNVQ 算法步骤 (7) 中，省去基于硬决定的分割算法，当门限 $\varepsilon'=10^{-2}$ 时，FKNNVQ 只需迭代 13 次就可以收敛，峰值信噪比为 28dB, 这是其它算法无法比拟的。加上最近邻域条件分割算法，门限取为 $\varepsilon=10^{-4}$ 时，迭代次数增加 6 次，峰值信噪比改善 0.21dB 。由表 1 可见， FKNNVQ 设计的图象码本性能分别比 LBG 、 FCM 、 FVQ 改善了 1.92dB 、 0.33dB 、 0.36dB ；迭代次数和训练时间也大大减少了。

表 1 算法图象编码统计性能比较 (L=128, M=4096, $\varepsilon'=10^{-2}$, $\varepsilon=10^{-4}$, K=10)

算法	v	D^v	PSNR(dB)	运行时间 (min)
LBG[2]	24	151.81	26.29	0.84
FCM[5] ($m=1.2$)	35	105.72	27.88	22.75
FVQ[6] ($m=1.2$)	29	104.4	27.85	8.35
FKNNVQ ($m=1.125$)	19	98.61	28.21	2.98

5 小 结

本文提出了一种新的模糊 K 邻域矢量量化码本设计算法。算法具有对初始码本依赖性小，不会局部最小，收敛速度快，码本性能好等优点，实验结果也是令人满意的。本文算法也可用于其它随机数据的聚类处理。

参 考 文 献

[1] 张基宏. 基于矢量量化自适应图象编码的研究: [博士学位论文]. 南京: 东南大学无线电系, 1992.
[2] Gray R M. Vector quantization. IEEE ASSP Magazine, 1984, 1(1): 4–29.
[3] Pal N R, *et al.* Generalized clustering networks and Kohonen's self-organizing scheme. IEEE Trans. on NN, 1993, NN-4(4): 549–557.
[4] Zeger K, *et al.* Globally optimal vector quantizer design by stochastic relaxation. IEEE Trans. on IT, 1992, IT-28(2): 256–261.
[5] Bezdek J C, *et al.* FCM: The fuzzy C-mean clustering algorithm. Comput. Geosciences, 1984, 10(2-3): 191–203.
[6] Karayannis N B, *et al.* Fuzzy vector quantization algorithm and their application in image compression. IEEE Trans. on IP, 1995, IP-4(9): 1193–1201.
[7] 张基宏, 王晖, Ueno Y. 基于模糊矢量量化图象编码的研究. 中国图象图形学报, 1998, 3(4): 295–298.
[8] 张基宏, 何振亚. 一种指数型模糊学习矢量量化图象编码算法. 通信学报, 1998, 19(10): 1–6.
[9] Keller J M, *et al.* A fuzzy K-nearest neighbor algorithm. IEEE Trans. on SMC, 1985, SMC-15(5): 258–263.
[10] Bezdek J C. A convergence theorem for the fuzzy ISODATA clustering algorithms. IEEE Trans. on PAMI, 1980, PAMI-2(1): 1–8.

A NEW FUZZY K-NEAREST NEIGHBOR CODEBOOK DESIGN ALGORITHM OF VECTOR QUANTIZATION

Zhang Jihong

(*Information Engineering Faculty, Shenzhen University, Shenzhen* 518060)

Abstract This paper presents a new fuzzy K-nearest neighbor codebook design algorithm of vector quantization, the algorithm can eliminate the effect of initial codebook selection on the quality of clustering, is not trapped in local minimum, has a good convergence rate, and can get the codebook with good performance. Simulation results show both the convergence rate and PSNR of our method are significantly improved than that of fuzzy vector quantization algorithm presented by N.B. Karayannis, *et al* in 1995.

Key words Image coding, Fuzzy K-nearest neighbor algorithm, Fuzzy vector quantization

张基宏 男, 1964 年生, 副教授, 博士, 从事信号处理和通信等方面的研究.