

## MC-CDMA 系统迭代检测中的一种基于 EM 的信道估计算法

王 鹏 姜 华 刘海涛 杨根庆  
(上海微系统与信息技术研究所 上海 200050)

**摘 要:** 该文将多用户检测和译码相结合的迭代检测技术应用于 MC-CDMA 系统。多用户检测器由串行干扰消除和其后的 MMSE 滤波器组成。信道估计器采用一种基于期望最大(EM)信道估计算法, 该算法降低了信道估计的复杂度, 仿真表明其具有良好的性能。

**关键词:** MC-CDMA, 串行干扰消除, 软输入软输出译码, EM, 信道估计

**中图分类号:** TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)11-1691-04

## An EM Channel Estimation Algorithm for Iterative Detection of MC-CDMA Systems

Wang Peng Jiang Hua Liu Hai-tao Yang Gen-qing  
(Shanghai Institute of Micro-system and Information Technology, Shanghai 200050, China)

**Abstract** Iterative multi-user detection with channel decoding is applied to MC-CDMA, the multi-user detector is implemented as successive interference canceller with post-minimum mean squared error filtering. A new channel estimation approach based on expectation maximization algorithm is proposed for the iterative detection. The proposed approach decreases the complexity of computation. Simulation shows that the proposed receiver approach single-user performance at very high channel load.

**Key words** MC-CDMA, Successive interference cancellation, SISO decoding, Expectation Maximization, Channel estimation

### 1 引言

DS-SS 已经广泛应用于无线通信领域, 如 CDMA2000 和 WCDMA, 但是 DS-SS 系统容量受限于多址干扰和符号间串扰(ISI), 特别是在高速数字通信中 ISI 的影响更加明显。OFDM 由于将传送的信息分散到许多子载波上, 降低各子载波的符号速率, 并在 OFDM 符号间插入长度大于多径时延的循环前缀(CP), 这样子载波上的信道可以看作平坦衰落信道, 信号可以用一个单抽头的均衡器来接收。由 Yee, Linnartz 和 Fettweis<sup>[1]</sup>提出的 MC-CDMA 技术将 OFDM 和 CDMA 的特点结合起来, 既具有高效的多址接入效率, 又能克服 ISI。现在, MC-CDMA 已经成为高速无线通信的一个研究热点。

在 CDMA 系统的上行链路中, 一般选择随机序列作为扩频码, 系统容量受限于多址干扰, 然而通过多用户检测技术可以抗多址干扰, 增加系统容量和频谱利用率, 在这方面和

其中的迭代多用户检测方向已经有大量的工作<sup>[2-5]</sup>。文中的系统为一个同步的带编码的上行链路 MC-CDMA 系统, 接收机采用迭代串行干扰消除技术(SIC)来抵消多址干扰, 并应用 MMSE 滤波器来做均衡, SISO 译码器输出的用户数据的软估计作为迭代的反馈数据。在系统负载比较高时的多用户情况下, 信道估计的质量对于系统的性能影响很大。文献[5]中采用频域信道估计算法, 该算法在用户数比较多时, 需要较多的导频符号。文献[6]在时域采用最小二乘法进行信道估计, 相同性能下该方法需要的导频数目较少。笔者注意到文献[7]把期望最大(EM)<sup>[8,9]</sup>算法用于 CDMA 系统的信道估计, 由于 CDMA 与 MC-CDMA 的相似性, 本文把这种信道估计算法应用于 MC-CDMA 系统的迭代检测中。用 EM 方法得到的信道估计算法同于文献[6]中的简化计算表示。本文仿真比较了 EM 信道估计算法和文献[5]中频域信道估计算法的性能, 结果证明了 EM 信道估计算法性能较好。本文结构如下: 第 2 节为系统描述, 第 3 节描述迭代检测, 信道估计在第 4

节, 第5节给出仿真结果, 第6节是结论。

## 2 系统描述

MC-CDMA 发射机结构如图 1 所示。用户  $k$  的数据为  $d_k$ , 经过码率为  $R$  的信道编码后数据记为  $c_k$ , 经过随机交织器和 BPSK 调制后的符号记为  $b_k$ , 每个调制符号被一个随机产生的长度为  $N$  的扩频码  $s_k$  扩频, 子载波数目等于扩频码长度。扩频码等幅度且满足归一化条件:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |s_k(n)|^2 = 1, \forall k \quad (1)$$

在帧长为  $M$  的帧中包含  $J$  个导频符号, 则一帧中包含的用户信息比特数目为  $(M - J)R$ 。每个用户的数据经过 IFFT 变换和串并变换后, 通过一多径长度为  $L$  的信道, 并假设每个用户的信道衰落落在同一数据帧内保持恒定, 第  $k$  个用户的第  $l$  径的信道衰落系数为  $h_k(l)$ 。系统通过插入长度为  $G$  (大于或等于  $L$ ) 的循环前缀(CP)来消除符号间干扰(ISI), 这样一个 OFDM 符号长度为  $P = N + G$ 。

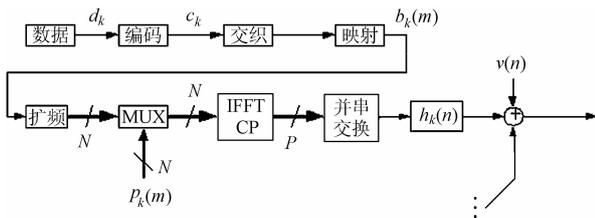


图 1 MC-CDMA 发射框图

接收端经过串并变换和去掉长度为  $G$  循环前缀后, 进行 FFT 变换, 得到用户  $k$  的接收信号为

$$y_k = \text{diag}(\mathbf{g}_k) \mathbf{s}_k b_k(m) + \bar{\mathbf{v}}(m) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{g}_k$  为信道响应向量  $\mathbf{h}_k$  的 FFT 变换,  $\bar{\mathbf{v}}(m)$  为高斯白噪声  $\mathbf{v}(m)$  乘上 FFT 变换矩阵也是高斯白噪声满足高斯分布  $N_c(0, \sigma_v^2)$ 。令有效的扩频序列为:  $\tilde{\mathbf{s}}_k = \text{diag}(\mathbf{g}_k) \mathbf{s}_k$ , 这样多用户系统可表述为

$$\mathbf{y}(m) = \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{b}(m) + \bar{\mathbf{v}}(m) \quad (3)$$

其中  $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{\mathbf{s}}_1, \tilde{\mathbf{s}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_K]$  是有效的扩频矩阵,  $\mathbf{b}(m) = [b_1(m), b_2(m), \dots, b_K(m)]$ 。

## 3 迭代检测

迭代检测由干扰消除、均衡合并、解交织、译码、反馈和信道估计几个部分组成(图 2)。本节描述除信道估计外的各个部分, 下一节描述信道估计。接收机由接收的码片序列  $\mathbf{y}(m)$ , 有效扩频矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}$  以及反馈数据  $\tilde{\mathbf{b}}(m)$ , 来检测用户数据  $\mathbf{b}(m)$ 。用软串行干扰消除的方法来抑制多址干扰:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k^{(i)}(m) = \mathbf{y}(m) - \sum_{u=1}^{k-1} \tilde{\mathbf{s}}_u^{(i)} \tilde{b}_u^{(i)}(m) - \sum_{u=k+1}^K \tilde{\mathbf{s}}_u^{(i-1)} \tilde{b}_u^{(i-1)}(m) \quad (4)$$

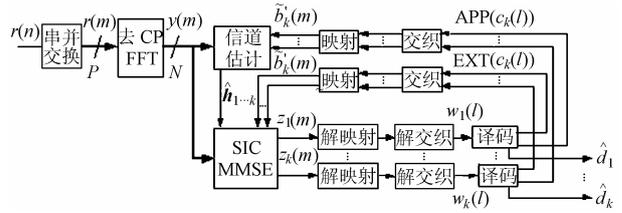


图 2 MC-CDMA 的迭代检测和信道估计框图

其中  $\tilde{\mathbf{b}}^{(i)}(m)$  是由  $\text{EXT}(c_k^{(i)}(l))$  经过交织和映射  $\varphi = 2\text{EXT}(\bullet) - 1$  得到的软调制符号。由文献[10]可知外信息反馈的干扰消除得到的  $\tilde{\mathbf{y}}_k^{(i)}(m)$  是无偏的, 而由译码器后验信息  $\text{APP}(c_k^{(i)}(l))$  反馈进行干扰消除得到的  $\tilde{\mathbf{y}}_k^{(i)}(m)$  是有偏的, 故本文采用外信息来反馈进行干扰消除。得到的  $\tilde{\mathbf{y}}_k^{(i)}(m)$  通过一个 MMSE 滤波器来进行均衡和码片合并:

$$z_k^{(i)}(m) = (\mathbf{f}_k^{(i)})^H \tilde{\mathbf{y}}_k^{(i)}(m) \quad (5)$$

MMSE 滤波器系数  $\mathbf{f}_k^{(i)}$  满足  $\min E(|b_k(m) - z_k^{(i)}(m)|^2)$  和  $(\mathbf{f}_k^{(i)})^H \tilde{\mathbf{s}}_k^{(i)} = 1$ , 由文献[11]可得 MMSE 滤波器系数  $\mathbf{f}_k^{(i)}$ , 为简单起见, 下面省略了迭代次数指示  $(\bullet)^{(i)}$ :

$$\mathbf{f}_k = \frac{1}{\beta_k} \left[ \sigma_v^2 \mathbf{I} + \sum_{j \neq k} E \left\{ |b_j(m) - \tilde{b}_j(m)|^2 \right\} \tilde{\mathbf{s}}_j \tilde{\mathbf{s}}_j^H \right]^{-1} \tilde{\mathbf{s}}_k \quad (6)$$

$$\beta_k = \tilde{\mathbf{s}}_k^H \left[ \sigma_v^2 \mathbf{I} + \sum_{j \neq k} E \left\{ |b_j(m) - \tilde{b}_j(m)|^2 \right\} \tilde{\mathbf{s}}_j \tilde{\mathbf{s}}_j^H \right]^{-1} \tilde{\mathbf{s}}_k \quad (7)$$

式中  $\sigma_v^2$  表示高斯噪声方差,  $\mathbf{I}$  为  $N \times N$  的单位阵,  $E\{\cdot\}$  表示数学期望。

信道译码是由一个 BCJR 算法<sup>[12]</sup>实现的软输入软输出(SISO)译码器。MMSE滤波器的输出  $z_k(m)$  经过解映射和解交织得到的  $w_k(l)$  作为译码器的输入, 译码器输出编码数据  $c_k(l)$  是基于后验信息的软估计  $\text{APP}(c_k(l))$  和基于外信息的软估计  $\text{EXT}(c_k(l))$ 。把  $\text{EXT}(c_k(l))$  交织映射后反馈给串行干扰消除器, 把  $\text{APP}(c_k(l))$  进行同样的处理后反馈给信道估计器。

## 4 信道估计

从上面的讨论可知, 要进行串行干扰消除和 MMSE 滤波都需要有信道  $\mathbf{g}_k$  的或者有效扩频码  $\tilde{\mathbf{s}}_k$  的知识。为了获取信道响应, 文中采用了长度为  $J$  的随机序列作为导频, 来进行信道估计。

在时域中进行信道估计是直接对  $\mathbf{h}_k$  进行估计<sup>[7]</sup>, 再变换到频域求得  $\hat{\mathbf{g}}_k = \text{DFT} * \mathbf{h}_k$ ,  $\text{DFT}$  为  $N \times L$  的离散傅里叶变换矩阵:

$$\mathbf{DFT} = \begin{pmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N,1} & \cdots & f_{N,L} \end{pmatrix}, f_{i,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi ik/N}$$

由式(3):

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(m) &= \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{b}(m) + \bar{\mathbf{v}}(m) \\ &= \sum_{k=1}^K b_k(m) \text{diag}(\mathbf{g}_k) \mathbf{s}_k + \bar{\mathbf{v}}(m) \\ &= \sum_{k=1}^K b_k(m) \text{diag}(\mathbf{s}_k) \mathbf{g}_k + \bar{\mathbf{v}}(m) \\ &= \sum_{k=1}^K b_k(m) \text{diag}(\mathbf{s}_k) \mathbf{DFT} * \mathbf{h}_k + \bar{\mathbf{v}}(m) \end{aligned} \quad (8)$$

diag() 表示对角矩阵。

令  $\mathbf{S}'_k = \text{diag}(\mathbf{s}_k) \mathbf{DFT}$ ,  $\mathbf{P}(m) = [b_1(m) \mathbf{S}'_1 \ b_2(m) \mathbf{S}'_2 \ \cdots \ b_K(m) \mathbf{S}'_K]$ ,  $\mathbf{h} = (\mathbf{h}_1, \cdots, \mathbf{h}_K)^T$ , 则

$$\mathbf{y}(m) = \mathbf{P}(m)\mathbf{h} + \bar{\mathbf{v}}(m) \quad (9)$$

时域信道最大似然估计的表达式如下:

$$\mathbf{h}^{\text{ML}} = \arg \max_{\mathbf{h}} \log p(\mathbf{y} | \mathbf{h}) \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y} | \mathbf{h}) &\propto \sum_{\mathbf{b}} p(\mathbf{y} | \mathbf{b}, \mathbf{h}) \Pr(\mathbf{b} | \mathbf{h}) \\ &\propto \sum_{\mathbf{b}} \exp\left(-\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|\mathbf{y}(m) - \mathbf{P}(m)\mathbf{h}\|^2\right) \end{aligned} \quad (11)$$

(注: 文中  $\propto$  表示两端相差一乘数项,  $\dot{=}$  表示两端相差一加数项,  $\approx$  表示相似关系)

上式中, 由于用户数据  $\mathbf{b}$  与信道响应  $\mathbf{h}$  不相关,  $\Pr(\mathbf{b} | \mathbf{h}) = \Pr(\mathbf{b})$ , 假设用户数据是均匀分布的, 该项可略去。由于 ML 算法, 要对所有的  $\mathbf{b}(m)$  对于  $m \in (1, 2, \cdots, J)$  序列都要计算, 计算复杂度与用户数成指数增加, 很少被实际工程所应用。下面介绍一种计算复杂度比较低的 EM 算法, 假设在第  $i$  次迭代中信道响应估计  $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}$  和后验概率  $\log p(\mathbf{b} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)})$  已知, 来估计下一次迭代中的  $\hat{\mathbf{h}}^{(i+1)}$ 。从 EM 算法的角度来讲,  $\mathbf{y}, \mathbf{b}, \{\mathbf{y}, \mathbf{b}\}$  分别是不完整数据, 丢失的数据和完整数据, 则完整数据的对数似然函数为

$$\log p(\mathbf{y}, \mathbf{b} | \mathbf{h}) = \log p(\mathbf{y} | \mathbf{b}, \mathbf{h}) = \frac{2}{N_0} \text{Re}\{\mathbf{r}^H \mathbf{h}\} - \frac{1}{N_0} \mathbf{h}^H \mathbf{R} \mathbf{h} \quad (12)$$

上式中,

$$\mathbf{r} = \sum_{m=1}^M \mathbf{P}(m)^H \mathbf{y}(m), \mathbf{R} = \sum_{m=1}^M \mathbf{P}(m)^H \mathbf{P}(m) \quad (13)$$

由式(10)EM 算法的  $E$  步骤可表示为

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}) &= E[\log p(\mathbf{y}, \mathbf{b} | \mathbf{h}) | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}] \\ &= \sum_{\mathbf{b}} \Pr(\mathbf{b} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}) \log p(\mathbf{y}, \mathbf{b} | \mathbf{h}) \\ &= \frac{2}{N_0} \text{Re}\{\bar{\mathbf{r}}^H \mathbf{h}\} - \frac{1}{N_0} \mathbf{h}^H \bar{\mathbf{R}} \mathbf{h} \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}} &= E[p(\mathbf{r} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)})] = \sum_{m=1}^M \begin{bmatrix} \overline{b_1(m)} \mathbf{S}'_1{}^H \mathbf{y}(m) \\ \overline{b_2(m)} \mathbf{S}'_2{}^H \mathbf{y}(m) \\ \vdots \\ \overline{b_K(m)} \mathbf{S}'_K{}^H \mathbf{y}(m) \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{R}} &= E[p(\mathbf{R} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)})], \\ [\bar{\mathbf{R}}]_{i,j} &= \begin{cases} N * \mathbf{I}_{L \times L}, & i = j \\ \mathbf{S}'_i{}^H \mathbf{S}'_j \sum_{m=1}^J \overline{b_i(m) b_j(m)}, & i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \overline{b_k(m)} &= \sum_{\mathbf{b}} b_k(m) \Pr(\mathbf{b} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}), \\ \overline{b_i(m) b_j(m)} &= \sum_{\mathbf{b}} b_i(m) b_j(m) \Pr(\mathbf{b} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}) \end{aligned} \quad (16)$$

EM 算法的  $M$  步骤为

$$\hat{\mathbf{h}}^{(i+1)} = \arg \max_{\mathbf{h}} Q(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}) = \bar{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{r}} \quad (17)$$

现在对式(16)进行简化, 用边界后验概率的乘积代替联合后验概率:

$$\Pr(\mathbf{b} | \mathbf{y}, \hat{\mathbf{h}}^{(i)}) \approx \prod_{k=1}^K \prod_{m=1}^J \text{APP}^{(i)}(b_k(m)) \quad (18)$$

上式的乘积形式, 把原来指数增长的计算复杂度降低到线性增长程度。根据上式的近似, 式(13)中的  $\bar{\mathbf{R}}, \bar{\mathbf{r}}$  中的  $\overline{b_k(m)}$  由  $\tilde{b}_k(m)$  来代替, 而

$$\overline{b_i(m) b_j(m)} \approx \begin{cases} 1, & i = j \\ \tilde{b}_i(m) \tilde{b}_j(m), & i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

由导频符号求得的信道估计作为初始值, 在第一次迭代后, 把信道译码得到的用户数据的软估计和导频符号一道用户信道估计, 称之为混合信道估计。当导频符号  $b_k^{(p)}(m)$  用于信道估计时,  $\tilde{b}_k(m) = b_k^{(p)}(m)$ ; 得到  $\bar{\mathbf{R}}^{(p)}, \bar{\mathbf{r}}^{(p)}$ 。在混合信道估计时,

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{mix}}^{(i+1)} = (\bar{\mathbf{R}} + \bar{\mathbf{R}}^{(p)})^{-1} (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{r}}^{(p)}) \quad (20)$$

本文的 EM 算法是对最大似然估计做了些近似, 结果与最小二乘法相同, 用本文中的式(15)、(16)来计算信道估计, 相当于文献[9]中信道估计算法的简化计算表示。

迭代检测第一次信道估计都是用导频符号进行的, 在第一次迭代以后就可以利用导频符号和用户数据的混合信道估计了。本文的 EM 信道估计在时域进行信道估计比文献[5]中的频域信道估计精确。在用导频符号信道估计时, 当扩频码长与载波数相同时, 时域信道估计要用  $NJ$  个数据最小二乘拟和  $KL$  个变量, 而文献[5]中的频域信道估计要用  $NJ$  个数据最小二乘拟和  $NK$  个变量, 一般  $N$  远大于  $L$ , 可见时域信道估计要精确些, 达到相同的信道估计精度, 时域信道估计需要的导频数比频域信道估计的要少。

## 5 仿真结果

仿真中采用的信道为8径瑞利信道,每径的衰落系数满足复高斯分布,后一径的平均幅度是前一径的0.8倍,整个信道响应进行了归一化,  $\sum_{n=0}^{L-1} E(|h_k(n)|^2) = 1, \forall k$ 。仿真中采用的扩频码长度为  $N=32$ , 循环前缀的长度  $G=8$ , 则一个OFDM符号的长度  $P=G+N=40$ 。信道编码采用非系统非递归4状态码率为0.5的卷积码,生成多项式为  $(5,7)_8$ 。仿真中用导频符号进行的信道估计作为迭代的初始值,以后的迭代中,信道译码反馈的数据的软估计和导频符号一起参与信道估计。在40个用户,帧长为276个OFDM符号,每帧中导频符号为32个的条件下,下面分别给出了EM信道估计、频域信道估计系统的误码率曲线图。

从图3和图4可以看出,EM信道估计算法的性能要明显优于频域信道估计算法。

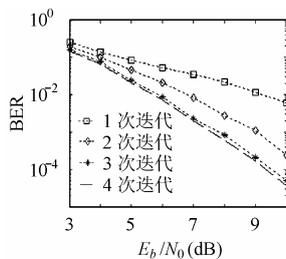


图3 EM信道估计时系统的误码率曲线

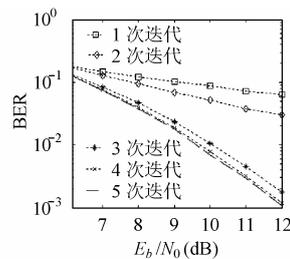


图4 频域信道估计时系统的误码率曲线

## 6 结束语

本文在MC-CDMA系统迭代检测中,从期望最大(EM)的角度推导一种时域信道估计算法,该方法通过对联合后验概率的简化把信道估计的计算复杂度,从最大似然信道估计的以用户数指数递增降低到多项式递增的程度,并且该信道估计算法的性能优于频域信道估计算法。仿真表明了这种信道估计方法的有效性。

## 参考文献

- [1] Yee N, Linnartz J P, Fettweis G. Multicarrier CDMA in indoor wireless radio networks[A]. Proc. of IEEE PIMRC'93[C], Yokohama, Japan, 1993: 109–113.
- [2] Reed M C, Schlegel C B, Alexander P D, Asenstorfer J A. Iterative multiuser detection for CDMA with FEC: Near-single

-user performance. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(12):1693–1699.

- [3] Alexander P D, Reed M C, Asenstorfer J A, Schlegel C B. Iterative multiuser interference reduction: Turbo CDMA. *IEEE Trans. on Commun.*, 1999, 47(7): 1008–1014.
- [4] Wang X, Poor V. Iterative (turbo) soft interference cancellation and decoding for coded CDMA. *IEEE Trans. on Commun.*, 1999, 47(7): 1047–1061.
- [5] Zemen T, Wehinger J, Mecklenbrauker C, Muller R. Iterative detection and channel estimation for MC-CDMA. ICC'03. Anchorage, Alaska, USA, 2003: 3462–3466
- [6] Kühn V. Iterative interference cancellation and channel estimation for coded OFDM-CDMA. ICC'03. Anchorage, Alaska, USA, 2003: 2465–2469.
- [7] Kobayashi M, Boutros J, Gaire G. Successive interference cancellation with SISO decoding and EM channel estimation. *IEEE J. on Select. Areas Commun.*, 2001, 19(8): 1450–1460.
- [8] Dempster A, Laird N, Rubin D. Maximum-likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *J. Royal Statistics Soc., Ser.B*, 1977, 39(1): 1–38.
- [9] Moon T. The expectation-maximization algorithm. *IEEE Signal Processing Mag.*, 1996, 13(6): 47–60.
- [10] Boutros J, Gaire G. Iterative multiuser joint decoding: Unified framework and asymptotic analysis. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2002, 48(7): 1772–1793.
- [11] Gaire G, Müller R. The optimal received power distribution for IC-based iterative multiuser joint decoders. Proc.39<sup>th</sup> Annual Allerton-n Conf. on Comm., Cont. and Comp, Monticello, IL, USA, 2001.
- [12] Bahl L, Cocke J, Jelinck F, Raviv J. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1974, 20(2): 284–287.

王 鹏: 男,1978年生,博士生,研究方向为多载波技术和CDMA技术, email: wangpengbox@263.net.

姜 华: 男,1978年生,博士生,研究方向为CDMA系统.

刘海涛: 男,1968年生,研究员,博士生导师,研究方向为传感网络.

杨根庆: 男,1952年生,研究员,博士生导师,研究方向为微小卫星技术.