

基于 NLMS 的 LFM 信号自适应校正研究

冯成燕 吴援明

(电子科技大学光电信息学院 成都 610054)

摘要 该文针对雷达对抗中的 LFM 信号进行了自适应校正的研究, 用 NLMS 算法对 LFM 信号的校正进行了建模与理论推导, 求出了最优步长与最小误差的具体表达式, 并进行了计算机仿真验证, 表明了该理论分析的指导价值。

关键词 雷达信号处理, 通道失衡, LFM 信号, 自适应校正, NLMS 算法

中图分类号: TN974

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)12-2248-04

The Research of Channel Adaptive Calibration of LFM Signal Based on NLMS

Feng Cheng-yan Wu Yuan-ming

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract some research on adaptive calibration of LFM signal is implemented in this paper. Via theoretic analysis, the optimum step size and minimum misadjustment are obtained. At last, computer simulation indicate that the theoretic analysis has some value of guidance.

Key words Radar signal processing, channel mismatch, LFM signal, Adaptive calibration, Normalized Least mean square(NLMS) algorithm

1 引言

在雷达对抗领域, 线性调频雷达信号作为一种成熟的低截获概率雷达信号, 目前在各种体制的雷达中使用十分广泛。它通过非线性相位调制来获得大的时宽、带宽特性, 解决了雷达的探测距离和距离分辨力之间的矛盾, 提高了雷达检测目标的能力。

在电子战中, 通常用多通道接收机来获得空间信号源的到达方向估计。然而由于元器件离散性和非线性等原因, 多通道接收机之间总存在一定程度的幅度相位误差, 极大地降低了测向精度。特别是对于用相位进行测向(如干涉仪)的方法, 由于相位受通道不平衡性影响更大, 其测向精度对幅相误差更为敏感, 严重时甚至无法完成准确测向。要实现高精度测向, 就必须先对多通道接收机的幅相误差进行校正。

在电子战中, 在进行后续信号处理进行测向时, 一般需要的是信号的幅度比和相位差信息, 而不必求出每一个信号的幅度和相位。因此只要两通道的幅相误差相同, 最后的比幅和比相结果失衡误差就会相互抵消。基于以上的思想, 我们的目的只要使各个通道之间的幅相不平衡误差相同即可。我们可选择在一个通带内较平坦、畸变较小的通道作为参考通道, 尽量使其余各通道的幅频响应与它保持一致。在实际运用中, 我们可以任意选择一个通道, 而在

其余各个通道中插入自适应滤波器, 使其他所有通道都与参考通道一致。这样 N 个通道需要 $N-1$ 个均衡器。作者在文献[1]中已对基于自适应滤波的方法对单频正弦信号的校正进行了探讨, 本文将主要针对 LFM 信号的自适应校正进行理论分析与计算机仿真。

2 LFM 信号

LFM 信号的复数表示为

$$x(t) = A(t)e^{j\left(w_0 t + \frac{1}{2}kt^2\right)} \quad (1)$$

其中 $A(t)$ 为信号的包络函数, w_0 为信号的初始角频率, $k = B/T$ 为调频斜率, B 为调频带宽, T 为脉冲宽度。LFM 信号的瞬时频率表达式为

$$f = f_0 + kt, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

其中 $f_0 = w_0/2\pi$ 。可见在一个脉冲宽度内, 信号的频率随时间呈线性增加或减小。

图 1 为一线性调频信号的时域图形。该信号起始频率 0.1Hz, 终止频率 0.4Hz, 采样频率为 1Hz, 采样点数 256 点。图 2 是该信号在典型的时频分析方法 Wigner-Ville 分布(WVD)中的时频图, 由图 2 可见 LFM 信号在时频平面上是一条由初始频率和调频斜率决定的直线。

3 非平稳条件下 LMS/NLMS 算法的跟踪特性

在文献[1]中, 讨论的是对单频正弦信号的自适应校正, 输入信号的统计特性是平稳的, 信号的最优维纳解是常数,

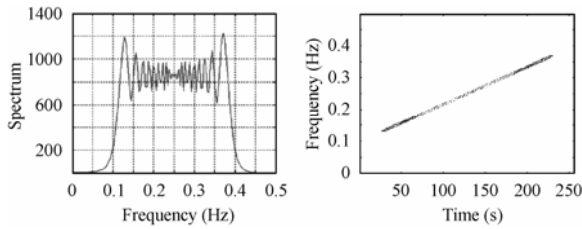


图1 单 LFM 信号时域图

Fig.1 Single LFM signal
in time domain图2 单 LFM 信号 WVD
时频分布图Fig.2 Single LFM signal in
time-frequency domain

此时 LMS/NLMS 算法有较好的跟踪特性,可以逐渐逼近于最优维纳解,获得较高的校正精度。

LFM信号与单频信号不同,它的频率是随时间线性变化的,统计特性是不平稳的。很多学者对这种非平稳条件下LMS/NLMS算法的跟踪特性(tracking property)进行了分析^[2-6]。在此我们将上述文献的结论综述如下。

在非平稳情况下,自适应算法的最优维纳解不是固定值,而是一个随时间不断变化的量。自适应算法的目标不仅是寻找误差性能面的最小点,而且需要跟踪不断变化的该最小点。此时, LMS/NLMS 算法的稳态误差包括 3 部分:第 1 个是由噪声引起的波动误差(noise misadjustment),这个和平稳情况(如单频时)是一样的;第 2 个是由于最优维纳解的随时间变化性,自适应权系数在逼近维纳解时是有延迟的,因此造成了一个延迟误差(mean lag error);第 3 个是由于延迟误差的波动引起的误差(fluctuations of the lag error)。通常情况下,第 3 个误差和前两个误差比较起来很小,可以忽略不计。因此我们主要考虑前两项误差。

从文献[7]中得知,由噪声引起的波动误差是随步长 μ 的增大而增大;而延迟误差在 $\mu \in (0,1]$ 时,随着 μ 的增大而减小,在 $\mu \in (1,2)$ 时,随着 μ 的增大而增大。因为总误差是波动误差和延迟误差的和,所以综合起来, $\mu \in (1,2)$ 时,总误差随 μ 的增大而增大; $\mu \in (0,1]$ 时,总误差随 μ 的增大先减小,然后增大,有一个最小值。我们将该最小值称为最小失调误差,用 $m_{\min}$ 表示;取 $m_{\min}$ 时的步长值为最优步长,用 μ_{opt} 表示。因此实际应用时,我们选择 $\mu \in (0,1]$ 区间的值。

4 LFM 信号自适应校正的理论分析

下面我们对 LFM 信号的自适应校正进行定量分析,探讨影响失调和最优步长的因素。在文献[8, 9]的基础上,我们用建立的通道失衡模型进行理论推导。

4.1 通道失衡模型

令

$$s(n) = \sqrt{P_s} \exp \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) \right] \quad (3)$$

仍以二通道为例,采用文献[1]中的通道校正结构,即将通过通道后的信号 1 作为期望信号,信号 2 作为失衡信

号输入自适应滤波器:

期望信号

$$d(n) = \sqrt{P_s} \exp \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) \right] + w_1(n) \\ = s(n) + w_1(n) \quad (4)$$

失衡信号

$$x(n) = A \left\{ \sqrt{P_s} \exp \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) \right] + \varphi(n) \right\} + w_2(n) \\ = A \{ s(n) \exp[j\varphi(n)] + w_2(n) \} \quad (5)$$

其中 A 是通道 1, 2 的幅度不平衡系数, $0 < A \leq 1$; $\varphi(n)$ 是由于通道失衡产生的通道 1, 2 的相位差; $w_i(n)$, $i=1,2$ 是均值为 0, 方差为 P_n 的高斯白噪声。定义信噪比为

$$\rho = P_s / P_n \quad (6)$$

令

$$\psi = k T_s^2, \quad \theta = 2\pi f_0 T_s \quad (7)$$

那么

$$s(n) = \sqrt{P_s} \exp \left[j(n\theta + n^2\psi/2) \right] \quad (8)$$

令滤波器输出

$$y(n) = \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n) = \mathbf{X}^T(n) \mathbf{W}(n)^* \quad (9)$$

其中 $\mathbf{X}(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ x(n-M+1)]^T$ 是滤波器抽头输入信号矢量。 M 是滤波器阶数。

$\mathbf{W}(n) = [w_1(n) \ w_2(n) \ \cdots \ w_M(n)]^T$ 为滤波器权系数矢量。

定义

$$\eta(n) = s(n) - y(n) = s(n) - \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n) \quad (10)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) = s(n) + w_1(n) - \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n) \\ = w_1(n) + \eta(n) \quad (11)$$

可见误差由两个独立部分组成。当 $\eta(n)$ 取得最小值时, $e(n)$ 即可获得最小值。

4.2 基于 NLMS 的跟踪特性分析

NLMS 算法公式为

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \frac{\mu}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \\ \cdot [d(n) - \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n)]^* \mathbf{X}(n) \quad (12)$$

设最优维纳解为 $\mathbf{W}_o(n)$, 定义权系数误差矢量:

$$\mathbf{V}(n) = \mathbf{W}(n) - \mathbf{W}_o(n) \quad (13)$$

最优权系数增量矢量:

$$\mathbf{T}(n) = \mathbf{W}_o(n+1) - \mathbf{W}_o(n) \quad (14)$$

所以有

$$\mathbf{V}(n+1) = \mathbf{W}(n+1) - \mathbf{W}_o(n+1) \\ = \left[\mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n)}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \right] \mathbf{V}(n) \\ + \frac{\mu}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \mathbf{X}(n) e_o^*(n) - \mathbf{T}(n) \quad (15)$$

其中最小误差:

$$e_o(n) = d(n) - \mathbf{W}_o^H(n) \mathbf{X}(n) \quad (16)$$

令

$$\mathbf{V}_l(n+1) = \left[\mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n)}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \right] \mathbf{V}_l(n) - \mathbf{T}(n) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_n(n+1) = & \left[\mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n)}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \right] \mathbf{V}_n(n) \\ & + \frac{\mu}{\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)} \mathbf{X}(n) e_o^*(n) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mathbf{V}(n) = \mathbf{V}_l(n) + \mathbf{V}_n(n) \quad (19)$$

其中 $\mathbf{V}_n(n)$ 是由于噪声引起的误差; $\mathbf{V}_l(n)$ 是由于最优权系数的时间变化量 $\mathbf{T}(n)$ 而引起的延迟误差。假设波动量 $\mathbf{V}_n(n)$ 、 $\mathbf{V}_l(n)$ 与其过去全部样本矢量 $\mathbf{V}_n(k)$ 、 $\mathbf{V}_l(k)$, $k=0,1,\dots,n-1$ 和 $\mathbf{X}(n+1)$ 是统计独立的, 不相关的。又根据正交准则:

$$E\{[s(n) - \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n)]^* \mathbf{X}(n)\} = 0 \quad (20)$$

所以

$$E[\mathbf{V}_n(n)] = 0 \quad (21)$$

对 $\mathbf{V}^l(n)$ 来说, 均值不为 0。因此假设:

$$\mathbf{V}_l(n) = \mathbf{Z}(n) + \tilde{\mathbf{Z}}(n) \quad (22)$$

且有

$$E[\mathbf{V}_l(n)] = \mathbf{Z}(n), \quad E[\tilde{\mathbf{Z}}(n)] = 0 \quad (23)$$

由式(10)和式(12), 有

$$\begin{aligned} \eta(n) &= s(n) - \mathbf{W}^H(n) \mathbf{X}(n) \\ &= [s(n) - \mathbf{W}_o^H(n) \mathbf{X}(n)] - \mathbf{V}_l(n) \mathbf{X}(n) - \mathbf{V}_n(n) \mathbf{X}(n) \end{aligned} \quad (24)$$

因此, 使用前面的独立假设, 有:

$$\begin{aligned} E[|\eta(n)|^2] &= E[|s(n) - \mathbf{W}_o^H(n) \mathbf{X}(n)|^2] + E[|\mathbf{V}_l^H(n) \mathbf{X}(n)|^2] \\ &\quad + E[|\mathbf{V}_n^H(n) \mathbf{X}(n)|^2] \\ &\quad + 2\text{Re}\{E[\mathbf{V}_l^T(n) \mathbf{X}^*(n) \mathbf{X}(n) \mathbf{V}_n(n)]\} \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)第1项是式(16)定义的最小误差, 根据文献[5]最后一项可以认为是零。

又有

$$\begin{aligned} E[|\mathbf{V}_l^H(n) \mathbf{X}(n)|^2] &= \mathbf{Z}^H(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{Z}(n) + E[\tilde{\mathbf{Z}}^H(n) \mathbf{R}(n) \tilde{\mathbf{Z}}(n)] \\ &= \varepsilon_l(n) + \tilde{\varepsilon}_l(n) \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\varepsilon_l(n) = \mathbf{Z}^H(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{Z}(n), \quad \tilde{\varepsilon}_l(n) = E[\tilde{\mathbf{Z}}^H(n) \mathbf{R}(n) \tilde{\mathbf{Z}}(n)] \quad (27)$$

式(25)的第3项定义为

$$\varepsilon_n(n) = E[\mathbf{V}_n^H(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{V}_n(n)] \quad (28)$$

由文献[5, 10]知, 由 $\tilde{\varepsilon}(n)$ 造成的误差和其它两项比较起来, 可以忽略不计。因此在以下的分析中, 仅考虑由噪声造成的误差和由延迟造成的误差。

由文献[3]定义的总失调量:

$$m(n) = E[|\eta(n)|^2] - E[|\eta(n)|^2]_{\min} = \varepsilon_l(n) + \varepsilon_n(n) \quad (29)$$

以下我们仿照文献[8, 9]的推导步骤, 可以分别得出 $\varepsilon_l(n)$ 、 $\varepsilon_n(n)$ 的值:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_l &= \frac{(M^2-1)\psi^2}{\mu^2 A^2 M P_n} \frac{1}{12} (1+\alpha)(\text{tr}[\mathbf{R}])^2 \\ \varepsilon_n &= \frac{\mu A^2 (M+1) P_n (P_s + P_n)}{2 \text{tr}[\mathbf{R}]} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中 $\text{tr}[\cdot]$ 表示迹。当 M 足够大时, $\text{tr}[\mathbf{R}] \approx M A^2 (P_s + P_n)$ 。

以上的推导需满足下式:

$$M\psi \ll \mu A^2 P_n / \text{tr}[\mathbf{R}] \quad \text{且} \quad M\rho \gg 1 \quad (31)$$

因此由式(29)定义的总失调量为

$$m = (M+1)P_n \left[\left(1 - \frac{1}{M}\right) (1+\alpha) \frac{\psi^2 (\text{tr}[\mathbf{R}])^2}{12 \mu^2 A^2 P_n^2} + \frac{\mu A^2 P_n}{2 \text{tr}[\mathbf{R}]} (1+\rho) \right] \quad (32)$$

上式对 μ 求导, 并且令其等于 0, 可以得到最优步长:

$$\mu_{\text{opt}} = \left[\frac{(M-1)(1+\alpha)\psi^2}{6 A^4 M P_n^3 (1+\rho)} \right]^{1/3} \text{tr}[\mathbf{R}] \quad (33)$$

$$m_{\min} = P_n (M+1) \left[\frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{M}\right) (1+\alpha)(1+\rho)^2 A^2 \psi^2 \right]^{1/3}$$

$$= A^2 P_n^2 (M+1)(1+\rho) \mu_{\text{opt}} \quad (34)$$

由式(33), 式(34)可以看出, 最优步长与 ψ 呈 2/3 的指数关系; 当信噪比较大时, 最小失调误差与 ρ 也呈 2/3 的指数关系; 而当信噪比较低时, 最小失调可看作与信噪比无关。

可见, 最优步长随调频斜率的增加而增大; 随信噪比的增大而减小; 随滤波器阶数 M 的增加而缓慢增大; 随噪声功率的增加而减小; 两通道幅度不平衡度越大, 最优步长越大; 与相位不平衡度无关。

最小失调量随噪声功率的增加而增大; 在大信噪比条件下, 是信噪比 ρ 的 2/3 次方; 信噪比 ρ 较小时, 可看作与信噪比无关; 随调频斜率的增加而增加。

上面的推导须在一定条件下才能满足, 但是在实际应用中, 它可以为我们提供一定的参考, 有助于算法的工程实现。

5 LFM 信号的自适应校正仿真

以上我们对 LFM 信号基于 NLMS 算法的自适应校正进行了理论方面的推导, 下面我们通过计算机仿真来对以上结论进行验证。用调频带宽为 $B(B < 20\text{MHz})$, 脉宽为 $\tau(\tau < 5\mu\text{s})$, 中频 $f_0 = 450\text{MHz}$, 采样率 $f_s = 600\text{MHz}$ 的 LFM 信号:

$$x_1(n) = \sqrt{P_s} \cos \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) \right] + w_1(n) \quad (35)$$

$$x_2(n) = A \left\{ \sqrt{P_s} \cos \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) + \varphi(n) \right] + w_2(n) \right\} \quad (36)$$

表1 LFM信号校正精度表($N=6000$)

Tab.1 The precision of corrected LFM signal

SNR(dB)	P_n (dB)	$k (\times 10^{10})$	μ_{opt}	ΔR (dB)		$\Delta \phi (^{\circ})$	
				mean	rms	mean	rms
20	10	1	0.0014	0.0206	0.0590	0.2219	0.4679
		10	0.0063	0.1265	0.0256	0.9010	0.6789
		100	0.0293	0.5029	0.8337	1.9330	1.5179
	15	10	0.0054	0.2834	0.5236	1.0354	0.9265
10	10	10	0.0086	0.5264	0.8922	1.0692	0.9877

A 是通道 1, 2 的幅度不平衡系数, $0 < A \leq 1$; 设 $R(n) = -10 \lg A$ 和 $\Delta \phi(n)$ 分别是通道 1, 2 的幅度不平衡度和相位不平衡度。由于 LFM 信号的频率是时变的, 相位误差随频率变化而变化, 而幅度误差基本为一常数。根据试验实测数据, 我们可以进行以下假设:

$$\varphi(n) = \varphi_0 + \phi(n) = \Delta \varphi(n) \quad (37)$$

其中 φ_0 为初始相位误差, 此处设为 30° , $\phi(n)$ 服从均值为 0, 方差为 15° 的正态分布; 幅度不平衡度此处设为 3dB。自适应滤波器阶数 $M=20$ 。采样数据长度 $N = B/\tau$; $w_i(n)$ 是均值为 0、方差为 P_n 的高斯白噪声, $\text{SNR} = 10 \lg(P_s/P_n)$, $i=1, 2$ 。

我们进行了 100 次仿真, 观察经过自适应校正后的信号 1, 2 的幅度比 ΔR (dB) 与相位差 $\Delta \phi (^{\circ})$, 校正后数据的误差分析如表 1 所示。表中 mean 为平均值, rms 为均方根误差。

从表 1 中我们可以看出:

(1) 自适应算法可以对 LFM 信号直接进行校正, 而无需先估测出 LFM 信号的调频斜率进行解调, 化为单频信号后再进行自适应校正。这大大简化了工程实现的复杂度, 也节省了系统处理的时间, 这正是自适应校正的突出优点。

(2) 校正精度与调频斜率 k 有关。调频斜率 k 越小, 校正精度越高。当 k 逐渐增大时, 校正精度逐渐下降, 当 k 增大到一定值后, 由于信号频率变化太迅速, NLMS 算法对信号进行跟踪性能下降, 校正效果不理想, 此时, 我们可以寻找跟踪性能更为优秀的算法。

(3) 校正精度随信噪比的减小而下降, 随噪声功率的增加而下降。

以上仿真结果符合上一节的理论结果。在实际雷达对抗环境中, 我们无法获得信号的先验信息, 因此准确求出最优步长是不可能的。但是我们可以通过预先的试验, 在工程要求的精度下确定步长的范围, 提高我们进行通道校正的精度。

6 结束语

为了研究校正精度受哪些因素的影响, 本文采用文献 [1] 中的校正系统设计, 对 LFM 信号的失衡进行建模, 详细推导了 NLMS 算法在 LFM 信号下的最优步长和最小误差, 并通过计算机仿真对该结论进行了验证, 证明可以无需对 LFM 信号进行解调而直接进行自适应校正。本文中的理论

推导是建立在一定的条件下的, 这些假设可能在实际工程中不能完全满足, 但是可以给工程实现提供一个理论方面的参考, 这正是我们的目的所在。

参考文献

- [1] 冯成燕, 吴援明, 刘刚, 祝正威. 基于改进 NLMS 算法的自适应均衡技术研究. 信号处理, 2005, 21(6): 649-652.
- [2] Widrow B, McCool J M, Larimore M G, Johnson C R. Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter. *Proc. IEEE*, 1976, 64(8): 1151-1162.
- [3] Widrow B, Walach. On the statistical efficiency of the LMS algorithm with nonstationary inputs. *IEEE Trans. on Inform. Theory, Special Issue on Adaptive Filtering*, 1984, IT-30(3): 211-221.
- [4] Macchi O. Optimization of adaptive identification for time-varying filters. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1986, AC-31: 283-287.
- [5] Farhang-Borjony B, Gazor S. Performance of LMS-based adaptive filters in tracking a time-varying plant. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(11): 2868-2871.
- [6] Al-Naffouri T Y, Sayed A H. Transient analysis of data-normalized adaptive filters. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(3): 639-652.
- [7] Sundar G, Sankaran, Beex A A. Tracking Analysis Results for NLMS and APA. *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2002 Proceedings. IEEE International Conference: 1105-1108.
- [8] Macchi O, Bershad N. Adaptive recovery of a chirped sinusoid in Noise, Part 1: Performance of the RLS algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(3): 583-594.
- [9] Macchi O, Bershad N. Adaptive recovery of a chirped sinusoid in Noise, Part 1: Performance of the LMS Algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(3): 595-602.
- [10] Bershad N J, Feintuch P L, Reed F A, Fisher B. Tracking characteristics of the LMS adaptive line enhancer-response to a linear chirp signal in noise. *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, 1980, 28(5): 504-516.
- [11] 张华. 低信噪比下非线性调频信号的检测与参量估计研究. [硕士学位论文], 电子科技大学, 2004.

冯成燕: 女, 1979 年生, 硕士生, 研究方向为通信及电子战中的信号处理、无源测向、自适应滤波等。

吴援明: 男, 1966 年生, 副教授, 研究方向为通信网络中的信号处理技术。