正交空时分组码最大比率合并接收组合形式的配方方法 [1]

罗 涛 李祥明 乐光新 尹长川
(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

摘 要 该文研究了寻找正交空时分组码输出信号最大比率合并组合形式的配方方法，证明了一般正交空时分组码都可以采用配方的方法得到最大接收比率的组合形式．由于正交性，各输出支路可以独立地进行极小距离判决译码，其译码性能与用从各接收天线得到的接收矢量直接进行极大似然译码的性能完全相同，而译码复杂度却大为降低．

关键词 信道编码，空时分组码，分集技术
中图号 TN911.22

1 引 言

目前，人们提出了一种新的信道编码技术——空时编码 [1] ．该方法将编码、调制、发送和接收分集有机地结合，有效地提高了衰落信道的传输性能．Alamouti 提出了一种简单的分集方法，采用两副天线发送、一副天线接收，获得与一副天线发送、两副天线接收相同的分集收益 [2] ．Tarokh 等人在 Alamouti 工作的基础上，将正交编码的方法结合这种简单的分集技术，提出了正交空时分组码并研究了其编码和译码方法 [3] ．Tarokh 还利用仿真的方法给出了若干正交空时分组码的性能曲线 [4] ．只要给定一个正交空时分组码的编码矩阵，其接收端对应的输出信号组合形式就已经确定，而且这种组合形式一定为最大比率合并．本文在 Tarokh 和 Alamouti 等人工作的基础上，提出了利用配方寻找正交空时分组码接收信号组合形式的方法．利用该方法，容易得到接收信号的信噪比和系统传输的符号差错性能．

2 采用配方法寻找接收信号的组合形式

考虑如图 1 的 n 副发送天线、m 副接收天线的无线传输系统．图中 $h_{i,j}$ $(i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,m)$ 为第 i 副发送天线到第 j 副接收天线的路径衰落系数．设需要传送的信息符号序列为 $(x_1,x_2,\cdots,x_k)$ ，采用列正交编码矩阵 $G=\begin{bmatrix} c_1^1 & \cdots & c_1^i & \cdots & c_1^n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_p^1 & \cdots & c_p^i & \cdots & c_p^n \end{bmatrix}$ 并按行发送，在 p 个时刻内完成一个编码码字的发送． $c_t^i (t=1,2,\cdots,p; i=1,2,\cdots,n)$ 为 $x_1,x_2,\cdots,x_k$ 及其共轭的线性组合，表示 t 时刻第 i 副发送天线所发送的信号．由于 G 满足列正交条件 [3] ，有

$$G^*G=(|x_1|^2+|x_2|^2+\cdots+|x_k|^2)I \tag{1}$$

式中上标“ * ”表示求矩阵的共轭转置， I 为单位矩阵。考虑 $p=2$ ， $n=2$ 的正交矩阵

$$G_2=\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \tag{2}$$

取接收天线数 $m=1$ ，接收信号为

[1] 2000-04-28 收到， 2000-09-28 定稿
国家自然科学基金资助项目（ 69872008 ）

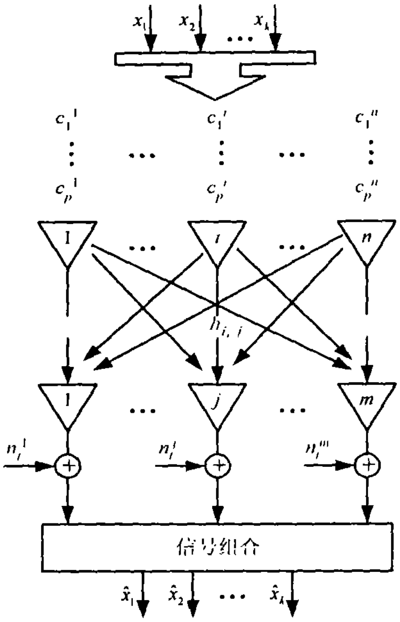

图 1 n 副发送天线、 m 副接收天线的无线传输系统

$$\begin{bmatrix} r_1^1 \\ r_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1} \\ h_{2,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^1 \\ n_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{2,1} & -h_{1,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^1 \\ n_2^1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中 r_1^1, r_2^1 分别为 $t=1,2$ 时刻接收天线收到的信号。 n_1^1, n_2^1 分别为 $t=1,2$ 时刻接收到的复白高斯噪声。

现考察 n 副发送天线、 m 副接收天线、正交分组码矩阵 G 为 $p \times n$ 阵的无线传输系统。记 $\boldsymbol{R}_j = (r_1^j r_2^j \cdots r_p^j)^T$ (上标 “ T ” 表示对矩阵求转置) 为第 j 副接收天线的接收矢量，$\boldsymbol{h}_j = (h_{1,j} h_{2,j} \cdots h_{n,j})^T$ 表示关于第 j 副接收天线的信道矢量， $\boldsymbol{n}_j = (n_1^j n_2^j \cdots n_p^j)^T$ 为第 j 副接收天线接收的复白高斯噪声矢量， $\boldsymbol{x} = (x_1 x_2 \cdots x_k x_1^* x_2^* \cdots x_k^*)^T$ 为信号矢量。这样，图 1 所示系统的第 j 副接收天线的接收矢量可以表示成

$$\boldsymbol{R}_j = G \cdot \boldsymbol{h}_j + \boldsymbol{n}_j = H^j \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n}_j, \qquad j = 1, 2, \cdots, m \tag{4}$$

在 (4) 式中 H^j 称为第 j 副接收天线的信道矩阵。假定在传送一个分组码的时间内信道参数恒定，并将第 j 接收信道矩阵表示为

$$\boldsymbol{H}^j = \begin{bmatrix} H_{1,1}^j & H_{1,2}^j & \cdots & H_{1,2k}^j \\ H_{2,1}^j & H_{2,2}^j & \cdots & H_{2,2k}^j \\ \vdots & & & \vdots \\ H_{p,1}^j & H_{p,2}^j & \cdots & H_{p,2k}^j \end{bmatrix} \tag{5}$$

在接收端，从接收天线阵列得到信号接收矩阵 $[\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2, \cdots, \boldsymbol{R}_m]$ 之后，计算关于所有发送码字 $\{s_1^1, s_1^2, \cdots, s_1^n;\ s_2^1, s_2^2 \cdots, s_2^n;\ \cdots;\ s_p^1, s_p^2, \cdots, s_p^n\}$ 的度量 [4]:

$$D=\sum_{t=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}|r_t^j-\sum_{i=1}^{n}h_{i,j}s_t^i|^2 \tag{6}$$

并寻找出度量值最小的码字，就完成了极大似然译码. 注意到发送分组矩阵与码字的对应关系，设信息符号 x_i 取自于 Q 点星座，如果直接采用 (6) 式来寻找距离最小的码字，需要计算 Q^k 个度量值，计算复杂度很高. 文献 [3,4] 已经给出了若干正交空时分组码的较为简单的译码方法，只需要计算 $k\cdot Q$ 个度量值就可以译出信息序列 $(x_1,x_2,\cdots,x_k)$，其性能与直接采用 (6) 式译码完全相同. 但文献 [3,4] 只研究了若干空时分组码特例的译码方法. 下面我们将证明，只要发送的空时分组码满足正交条件 (1) 式，总可以采用配方的方法分离出 k 条独立的输出支路 $\hat{x}_i(i=1,2,\cdots,k)$，对 $\hat{x}_i$ 计算 Q 点星座信号集共 Q 个度量即可完成 x_i 符号的译码.

由 (6) 式，(4) 式和 (1) 式，将度量值表示成矩阵形式可以得到，

$$\begin{aligned}
D&=\sum_{j=1}^{m}[R_j-G\cdot\boldsymbol{h}_j]^*[R_j-G\cdot\boldsymbol{h}_j]\\
&=\sum_{j=1}^{m}R_j^*R_j-\sum_{j=1}^{m}R_j^*(G\boldsymbol{h}_j)-\sum_{j=1}^{m}(G\boldsymbol{h}_j)^*R_j+\sum_{j=1}^{m}(G\boldsymbol{h}_j)^*(G\boldsymbol{h}_j)\\
&=\sum_{j=1}^{m}R_j^*R_j-\sum_{j=1}^{m}R_j^*(H^j\boldsymbol{x})-\sum_{j=1}^{m}(H^j\boldsymbol{x})^*R_j+\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{h}_j(G^*G)\boldsymbol{h}_j\\
&=\sum_{j=1}^{m}R_j^*R_j-\sum_{j=1}^{m}R_j^*H^j\boldsymbol{x}-\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{x}^*H^{j*}R_j+(\sum_{i=1}^{k}|x_i|^2)(\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|h_{i,j}|^2)
\end{aligned}\tag{7}$$

由于 (7) 式中不包含关于 $x_ix_{i'},x_ix_{i'}^*(i\neq i')$ 的交叉项，因此可以将所有包含 x_i，x_i^* 和 $|x_i|^2$ 的项写在一起. 为了最小化 D，现只需要对各关于 x_i 的项分离出来的度量值最小化就可以了. 现考察 D 中所有与 $x_i(i=1,2,\cdots,k)$ 有关的项，作和为

$$\begin{aligned}
D_i=&-\sum_{j=1}^{m}[(r_1^{j*}H_{1,i}^j+r_2^{j*}H_{2,i}^j+\cdots+r_p^{j*}H_{p,i}^j)+(r_1^jH_{1,k+i}^{j*}+r_2^jH_{2,k+i}^{j*}+\cdots+r_p^jH_{p,k+i}^{j*})]x_i\\
&-\sum_{j=1}^{m}[(r_1^jH_{1,i}^{j*}+r_2^jH_{2,i}^{j*}+\cdots+r_p^jH_{p,i}^{j*})+(r_1^{j*}H_{1,k+i}^j+r_2^{j*}H_{2,k+i}^j+\cdots+r_p^{j*}H_{p,k+i}^j)]x_i^*\\
&+(\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|h_{i,j}|^2)|x_i|^2
\end{aligned}\tag{8}$$

现单独极小化 D_i 就可以译出符号 x_i. 令

$$B=\left(\sum_{j=1}^{m}[(r_1^{j*}H_{1,i}^j+r_2^{j*}H_{2,i}^j+\cdots+r_p^{j*}H_{p,i}^j)+(r_1^jH_{1,k+i}^{j*}+r_2^jH_{2,k+i}^{j*}+\cdots+r_p^jH_{p,k+i}^{j*})]\right)^* \tag{9}$$

$$C = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|h_{i,j}|^2 \tag{10}$$

当 B 为复数， C 为正数时， (8) 式就简化为

$$D_i = -B^* x_i - B x_i^* + C|x_i|^2 \tag{11}$$

事实上，极小化 (11) 式也就是极小化下式:

$$D_i' = |B|^2 - CB^* x_i - CB x_i^* + C^2|x_i|^2 = |B - Cx_i|^2 \tag{12}$$

由 (12) 式得到关于信号 $x_i(i = 1, 2, \cdots, k)$ 的输出组合形式:

$$\hat{x}_i = B = \sum_{j=1}^{m}[(r_1^{j*}H_{1,i}^{j} + r_2^{j*}H_{2,i}^{j} + \cdots + r_p^{j*}H_{p,i}^{j}) + (r_1^{j}H_{1,k+i}^{j*} + r_2^{j}H_{2,k+i}^{j*} + \cdots + r_p^{j}H_{p,k+i}^{j*})] \tag{13}$$

现在，为实现 x_i 的极大似然译码，只需要寻找极小化如下度量值的信号点.

$$D_i' = |\hat{x}_i - \Big(\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|h_{i,j}|^2\Big)x_i|^2, \quad i = 1, 2, \cdots, k \tag{14}$$

设信息符号序列 $(x_1, x_2, \cdots, x_k)$ 经过编码矩阵为 G 的正交分组编码器进行编码，将得到的码字送入 n 副发送天线、 m 副接收天线的无线传输系统，在接收端用 (13) 式分离出 k 条支路，并用 (14) 式对各支路独立地进行极大似然译码，其译码性能与使用 (6) 式的译码性能完全相同。设想信息符号 x_i 取自于 Q 点星座，采用 (14) 式进行极大似然译码，每一输出支路需要计算 Q 个度量值， k 条输出支路共需计算 $k \cdot Q$ 个度量值；但采用 (6) 式进行译码，需要计算 Q^k 个度量值，而且 (6) 式每计算一个度量值的运算量也比 (14) 式的要大，当 $Q \geq 2$ 且 $k \geq 2$ 时，易证 $k \cdot Q \leq Q^k$ ，因而采用 (14) 式译码比采用 (6) 式的复杂度为低。如果 Q 或 k 较大，满足 $k \cdot Q << Q^k$ ，采用 (14) 式可以极大地降低译码复杂度。例如取 $k = 3$ ，采用 16 点 QAM 星座 $(Q = 16)$ ，按 (14) 式译码需要计算 $k \cdot Q = 3 \times 6 = 48$ 个度量值，而按 (6) 式译码需要计算 $Q^k = 16^3 = 4096$ 个度量值，而且 (6) 式每计算一个度量值的计算量比 (14) 式的还大一些。这就极大地减少了译码所需的计算量。

3 正交空时分组码接收性能估计

一般地，对于一给定编码矩阵 G 的正交空时分组码，采用 n 副发送天线、 m 副接收天线进行传输，如果信道 $h_{i,j}(i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m)$ 已经准确地估计出来，总是可以利用配方的方法分离出 k 条独立的输出支路，每条输出支路对应为一输入支路经过该系统的输出，如图 1 所示。如果直接利用 (6) 式进行译码，很难估计译码性能。但前一节中已经证明，利用 (14) 式与 (6) 式进行译码的译码性能相同。这样，信源符号 x_i 等效为经过了一独立的复白高斯噪声信道得到 $\hat{x}_i$ ，由 (13) 式和 (4) 式很容易估计出接收信噪比，从而可以较为容易地得到译码的符号差错性能。

取正交空时分组码的编码矩阵 [4]

$$G=\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3/\sqrt{2} \\ -x_2^* & x_1^* & x_3/\sqrt{2} \\ x_3^*/\sqrt{2} & x_3^*/\sqrt{2} & (-x_1-x_1^*+x_2-x_2^*)/2 \\ x_3^*/\sqrt{2} & -x_3^*/\sqrt{2} & (x_2+x_2^*+x_1-x_1^*)/2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

这样， $n=3$ ， $k=3$ ， $p=4$ 。取 $m=1$ ，并分别用 h_1,h_2,h_3 表示 $h_{1,1},h_{2,1},h_{3,1}$ 。接收信号为

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix}=G\cdot\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3/\sqrt{2} & h_2 & -h_1 & 0 \\ -h_3/2 & h_3/2 & 0 & -h_3/2 & -h_3/2 & (h_1+h_2)/\sqrt{2} \\ h_3/2 & h_3/2 & 0 & -h_3/2 & h_3/2 & (h_1-h_2)/\sqrt{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix} \tag{16}$$

式中 $n_i(i=1,2,3,4)$ 是每维方差 $N_0/2$ 的复白高斯噪声。利用上节的配方法可得各输出支路

$$\begin{aligned}\hat{x}_1&=(r_1^*h_1-r_3^*h_3/2+r_4^*h_3/2)+(r_2h_2^*-r_3h_3^*/2-r_4h_3^*/2)\\&=\left(\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2\right)x_1+[h_1n_1^*+h_2^*n_2-h_3^*n_3/2-h_3n_3^*/2-h_3^*n_4/2+h_3n_4^*/2]\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_2&=(r_1^*h_2+r_3^*h_3/2+r_4^*h_3/2)+(-r_2h_1^*-r_3h_3^*/2+r_4h_3^*/2)\\&=\left(\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2\right)x_2+[h_2n_1^*-h_1^*n_2-h_3^*n_3/2+h_3n_3^*/2+h_3^*n_4/2+h_3n_4^*/2]\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_3&=\left[r_1^*h_3/\sqrt{2}+r_2^*h_3/\sqrt{2}\right]+\left[r_3(h_1+h_2)^*/\sqrt{2}+r_4(h_1-h_2)^*/\sqrt{2}\right]\\&=\left(\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2\right)x_3+[h_3n_1^*/\sqrt{2}+h_3n_2^*/\sqrt{2}+(h_1^*+h_2^*)n_3/\sqrt{2}+(h_1^*-h_2^*)n_4/\sqrt{2}]\end{aligned} \tag{19}$$

由 (17) 式，记 $E_s=E[|x_1|^2]=\cdots=E[|x_k|^2]$ ，可得 $\hat{x}_1$ 输出支路接收信号的信号功率 $E_R=(\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2)^2E_s$ ，接收噪声功率 $P_N=(\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2)N_0$ 。于是，接收信噪比应为

$$\mathrm{SNR_{rev}}=E_R/P_N=\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2E_s/N_0 \tag{20}$$

同样，由 (18) 式和 (19) 式知道， $\hat{x}_2$ 和 $\hat{x}_3$ 支路的接收信号功率和噪声功率与 $\hat{x}_1$ 支路完全一致。可以证明，这个结论对于一般的 n 副发送天线、 m 副接收天线的无线传输系统都成立。

设信号 $x_i(i=1,2,\cdots,k)$ 的发送星座为 $\{s_1,s_2,\cdots,s_Q\}$ ，接收到的信号星座最小距离为 d_R ，接收复白高斯噪声每维方差为 $N_R/2$ 。现采用最小距离球界，得到符号差错率界：

$$P_{\mathrm{e,sym}}=P\{s_j/s_i,i\neq j\}\leq\exp\left(-\frac{d_R^2}{4N_R}\right) \tag{21}$$

若采用 16 点 QAM 星座， $E_R = 2.5d_R^2$ ，注意 $N_R = P_N = (\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2)N_0$ 并代入到 (20) 式可得

$$P_{\text{e,sym, 16QAM}} \le \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{3}|h_i|^2 E_s}{10N_0}\right) = \exp\left(-\frac{\text{SNR}_{\text{rev}}}{10}\right) \tag{22}$$

4 结 束 语

本文研究了寻找正交空时分组码输出信号组合形式的配方方法，证明了一般正交空时分组码都可以采用配方方法得到最大比率合并组合形式。由于正交性，各输出支路可以独立地进行极小距离判决译码，其译码性能与用从天线得到的接收矢量直接进行极大似然译码的性能完全相同，而译码复杂度却大为降低。在利用配方法得到信号的组合形式后，容易写出接收信号符号的信噪比，从而可以较为方便地得到译码性能界。

参 考 文 献

[1] V. Tarokh, N. Seshadri, A. R. Calderbank, Space-time codes for high data rate wireless communication, performance criterion and code construction, IEEE Trans. on IT, 1998, 44(2), 744–765.

[2] S. M. Alamouti, A simple transmit diversity technique for wireless communications, IEEE J. on SAC, 1998, 16(8), 1451–1458.

[3] V. Tarokh, H. Jafarkhani, A. R. Calderbank, Space-time block codes from orthogonal designs, IEEE Trans. on IT, 1999, 45(5), 1456–1467.

[4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, A. R. Calderbank, Space-time block coding for wireless communications, performance results, IEEE J. on SAC, 1999, 17(3), 451–460.

A SQUARING METHOD OF THE MAXIMAL-RATIO RECEIVE COMBINING SCHEME FOR ORTHOGONAL SPACE-TIME BLOCK CODES

Luo Tao Li Xiangming Yue Guangxin Yin Changchuan

(*College of Telecomm. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecomm., Beijing* 100876, *China*)

Abstract A squaring method to find the maximal-ratio receive combining scheme of the orthogonal space-time block codes is presented. Furthermore, it is proved that this method can be used as a general method for the orthogonal space-time block codes. Considering the orthogonality, the minimum distance decisions for each output branch can be made respectively. The performance using this method is the same as that using the maximum likelihood decoding criterion while the complexity of decoding is much lower.

Key words Channel codes, Space-time block codes, Diversity technology

罗 涛： 男， 1971 年生，博士生，主要从事编码调制理论和高速信息网方面的研究.

李祥明： 男， 1970 年生，博士，主要从事编码调制理论和高速信息网方面的研究.

乐光新： 男， 1937 年生，教授，博士生导师，校学术委员会主任，主要研究方向为通信理论、数字通信、信息处理及高速信息网.

尹长川： 男， 1968 年生，博士，副教授，主要从事多载波编码调制理论和高速信息网方面的研究.