

## 用 Malvar 子波变换实现 MCM 信道不等带宽分配<sup>1</sup>

魏急波 程时昕 周铁强\*

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

\*(国防科技大学 长沙 410073)

**摘要** 本文把 Malvar 子波变换应用于多载波调制 (MCM) 系统, 提出了对信道进行不等带宽分配, 克服多个单音 (窄带) 干扰的思想, 有效地提高了信道的利用率和系统的稳定性。

**关键词** Malvar 子波变换, 单音干扰, 信道利用率

**中图分类号** TN919

### 1 引言

在带限信道 (如电话线) 上进行高速数据传输时, 一种有效的手段是多路载波并行调制 (MCM: Multicarrier Modulation) 技术, 传统的 MCM 系统<sup>[1,2]</sup> 是利用 FFT 等正交变换, 把信道均匀划分成许多等带宽并行子信道, 使这些子信道具有相对平坦的幅频特性, 通过对各子信道进行合理的功率分配, 可以最大限度地提高信息传输速率, 同时通过对存在窄带噪声干扰的子信道不分配信号功率, 可以有效地克服窄带干扰。但是, 当信道存在多个窄带噪声时, 会造成较大的频带损失。利用 Malvar 子波变换, 对信道进行不等带宽的分配, 可以有效地克服这些问题, 更好地适应信道特性, 提高信道的利用率。本文先给出了 Malvar 子波变换的理论基础, 建立了用该变换实现 MCM 的模型, 然后给出用 Malvar 子波变换实现不等带宽分配的原理, 最后得出了一些相应的结论。

### 2 子波变换理论

把实数域空间  $R$  分解成若干子空间  $I_j$  的和<sup>[3]</sup>,

$$R = \bigcup_{j \in Z} I_j, \quad (1)$$

$$I_j = [a_j, a_{j+1}], \quad a_{j+1} - a_j \geq \epsilon > 0. \quad (2)$$

记  $l_j = a_{j+1} - a_j$ , 在  $I_j$  区间内若有窗函数  $b_j(x)$  满足

$$0 \leq b_j(x) \leq 1, \quad x \in R; \quad (3)$$

$$b_j(x) = \begin{cases} 1, & a_j + r_j \leq x \leq a_{j+1} - r_{j+1}; \\ 0, & x \leq a_j - r_j, \text{ 或 } x \geq a_{j+1} + r_{j+1}; \end{cases} \quad (4)$$

$r_j$  为窗函数  $b_j(x)$  与  $b_{j-1}(x)$  在  $x$  轴上的重叠长度。且当  $|\tau| \leq r_j$  时,

$$b_j^2(a_j + \tau) + b_j^2(a_j - \tau) = 1, \quad (5)$$

<sup>1</sup> 1997-04-24 收到, 1998-04-03 定稿

国家 863 基金资助课题

$$b_{j-1}(a_j + \tau) = b_j(a_j - \tau), \quad (6)$$

$$\sum_j b_j^2(x) = 1, \quad (7)$$

则我们得到如下 Malvar 小波形式:

$$\psi_k^j(x) = \sqrt{2/l_j} b_j(x) \cos[(\pi/l_j)(k+1/2)(x-a_j)], \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad j \in Z. \quad (8)$$

**定理** 由 (8) 式所表示的 Malvar 子波构成  $L^2(R)$  空间的正交基<sup>[3,4]</sup>. 这样,  $L^2(R)$  空间的任意函数  $f(x)$ , 均可表示成 (8) 式的线性组合<sup>[3]</sup>,

$$f(x) = \sum_{j \in Z, k \in \overline{Z}^-} \zeta_k^j \psi_k^j(x), \quad (9)$$

$$\zeta_k^j = \langle f(x), \psi_k^j(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_k^j(x) dx. \quad (10)$$

(10) 式称为  $f(x)$  的 Malvar 小波变换, (9) 式是其对应的逆变换. 由于相邻的窗函数之间有重叠, 所以 (9),(10) 式又称为重叠的正交变换 LOT (Lapped Orthogonal Transform)<sup>[3,4]</sup>. 选择合适的  $r_j$  和  $b_j(x)$  可使得  $f(x)$  在  $a_j$  附近具有较好的局域化特性, 改变窗的宽度, 可以改变  $f(x)$  在该窗内的能量分配. 利用 Malvar 子波变换的这些特点, 把它们应用于 MCM 中, 可以提高系统的频带效率, 有效地克服多个单音并存的干扰.

### 3 MCM 系统模型和性能分析

取  $j=1, 2, \dots, N$ , 设  $\zeta_k^j$  是第  $k$  帧数据的第  $j$  个符号, 取窗函数的自变量为频率分量, 根据定理, 可以把  $\psi_k^j(x)$  看作是第  $j$  个正交载波, (9) 式, (10) 式可重新写为

$$S(\omega) = \sum_{j=1}^N \sum_k \zeta_k^j \psi_k^j(\omega), \quad (11)$$

$$\zeta_k^j = \langle S(\omega), \psi_k^j(\omega) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \psi_k^j(\omega) d\omega, \quad (12)$$

则 (11) 式中  $S(\omega)$  可以看作是由  $N$  个并行数据  $\{\zeta_k^j, j=1, 2, \dots, N\}$  对  $N$  个正交载波  $\psi_k^j(\omega)$  进行并行调制所得到的信号, (12) 式正好是该  $N$  个数据的解调形式. 这样通过 Malvar 子波变换及其逆变换, 可以实现 MCM 系统, 对应的系统框图如图 1 所示. 图中我们用 LOT 表示 Malvar 子波变换. 具体地, 选取窗函数

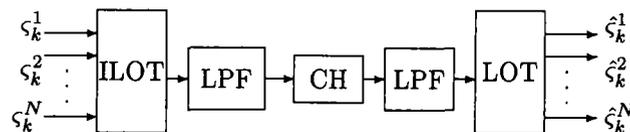


图 1 MCM 系统模型

ILOT: 逆 LOT 变换; LOT: LOT 变换; CH: 信道; LPF: 低通滤波器

$$b_j(\omega) = \begin{cases} \beta\left(\frac{\omega-a_j}{r_j}\right), & \omega \in [a_j - r_j, a_j + r_j]; \\ 1, & \omega \in [a_j + r_j, a_{j+1} - r_{j+1}]; \\ \beta\left(\frac{a_{j+1}-\omega}{r_{j+1}}\right), & \omega \in [a_{j+1} - r_{j+1}, a_{j+1} + r_{j+1}]; \\ 0, & \omega < a_j - r_j, \text{ 或 } \omega \geq a_{j+1} + r_{j+1}; \end{cases} \quad (13)$$

其中  $\beta(\omega) = \sin[(\pi/4)(1 + \sin \pi\omega/2)]$ , 文献 [5] 表明, 该窗函数在区间的两端具有很好的平滑性, 它既具有快速的频域收敛, 又有快速的时域收敛, 由它构成的窗函数既克服了用 FFT 实现 MCM 时引起的频谱呈  $\sin x/x$  的发散, 各子信道信号在时域上又具有快速衰减. 图 2(a) 给出了不等间隔 Malvar 子波窗函数的示意图, 横坐标表示归一化的频率, 纵坐标表示相应的幅度. 图 2(b) 给出了窗函数  $k$  对应的时域波形.

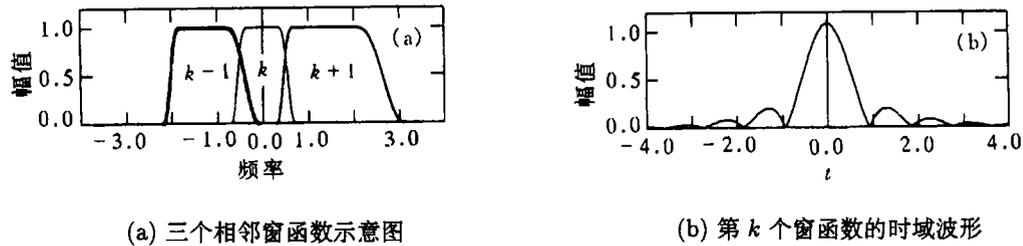


图 2 Malvar 子波窗函数示意图及其对应的时域波形

相应的 MCM 信号为

$$S_{\text{LOT}}(\omega) = \sum_{j=1}^N \sum_k \zeta_k^j b_j(\omega) \sqrt{2/l_j} \cos[(\pi/l_j)(k+1/2)(\omega - a_j)]. \quad (14)$$

设信道的传输函数为  $H(\omega)$ , 加性高斯噪声功率谱为  $N_0/2$ , 有  $M$  个单音干扰  $A_i\delta(\omega - \omega_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , 则接收端的信号形式为

$$R_{\text{LOT}}(\omega) = S_{\text{LOT}}(\omega)H(\omega) + \sum_{i=1}^M A_i\delta(\omega - \omega_i) + \frac{N_0}{2}. \quad (15)$$

设系统在接收端有准确的定时同步和载波同步, 我们得到解调后第  $j$  信道上的第  $k$  个接收符号:

$$\begin{aligned} \zeta_k^j &= \langle R_{\text{LOT}}(\omega), \psi_k^j(\omega) \rangle \\ &= \int \sum_{l=1}^N \sum_k \zeta_k^l \psi_k^j(\omega) d\omega + \int \sum_{i=1}^M A_i \delta(\omega - \omega_i) \psi_k^j(\omega) d\omega + \frac{N_0}{2} \int \psi_k^j(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式中, 右边第一项是欲获得的解调信号, 第二项是窄带干扰, 第三项是加性噪声干扰. 若窄带干扰落在  $\psi_k^j(\omega)$  所对应的窗函数内, 则对所判决的信号形成较大的影响; 若窄带干扰落在  $\psi_k^j(\omega)$  所对应的窗函数之外, 则第二项干扰为零, 对所判决的信号没有影响. 下面我们具体分析当有一个窄带干扰落入检测信号所在的子信道时, 基于 FFT 的系统与基于 Malvar 小波变换系统的性能差别.

对于 FFT 系统, 根据文献 [1], 第  $k$  个子信道上的误码率为

$$P_{ek} = B_k Q \left[ \sqrt{\frac{6P_k |H_k|^2}{(2^{2m_k} - 1) |N_k|^2}} \right]. \quad (17)$$

其中  $B_k$  近似为一常数,  $m_k$  为第  $k$  个子信道符号所包含的比特数,  $P_k$  为该子信道上的信号功率,  $|N_k|^2$  为该子信道上的噪声功率,  $|H_k|^2$  为该子信道的传输函数,  $Q[\cdot]$  为误差函数。由于均匀划分子信道带宽, 设每个子信道带宽为  $B$ , 则该子信道的传输速率  $R_k$  为

$$R_k = B \times m_k.$$

要保持整个 MCM 系统的最小误码率, 须使每个子信道上的误码率尽量保持相等且最小<sup>[1]</sup>。因此当在该频带内落入较强的窄带干扰,  $|N_k|^2$  显著增大。要保持  $P_{ek}$  的恒定, 不至引起整个系统性能的恶化, 在功率有限的情况下, 只能减少  $m_k$ , 甚至在该信道上不传输任何信息。不失一般性, 设干扰出现在第  $k$  个窗函数的一端, 且只有一个窄带干扰, 减少的子信道带宽  $\Delta B$  只增加到一个方向上的相邻子信道中, 设为第  $k+1$  个子信道, 其它子信道带宽为均匀划分的  $B$ 。干扰出现时, 基于 FFT 与基于 LOT 的 MCM 系统第  $k$  个子信道符号所包含的比特数减少  $\theta$ , 其它子信道的比特数不变。

对于基于 FFT 的 MCM 系统, 子信道  $k$  与  $k+1$  的信息传输速率为

$$R_{kf} = B(m_k - \theta) + Bm_{k+1}.$$

对于基于 LOT 的 MCM 系统, 子信道  $k$  与  $k+1$  的信息传输速率为

$$R_{km} = (B - \Delta B)(m_k - \theta) + (B + \Delta B)m_{k+1}.$$

当相邻两个子信道的幅频特性相对比较平坦, 即  $m_k \approx m_{k+1}$  时, 很容易满足  $R_{km} > R_{kf}$ 。若窄带干扰功率较大, 在该子信道上不传输信息时,  $m_k = \theta$ , 显然就有  $R_{km} > R_{kf}$ 。因此基于 LOT 的 MCM 系统具有较好的频带利用效率。对于出现多个窄带干扰的情况, MCM 系统更显示出其优越性。

#### 4 不均匀子带的划分准则和实际应用系统讨论

在 Malvar 子波变换中, 窗函数的宽度和形状的选择, 给系统的干扰设计提供了很大的灵活性。由图 2 和 (15), (16) 式可知, LOT 变换实质上是把信道按窗函数进行分段, 每一段即为一个子信道。因此, 子信道  $j$  的幅频特性为  $b_j(\omega)H(\omega)$ 。由于窗函数的宽度是可变长度的, 可以调节  $b_j(\omega)$  的宽度, 使得在该宽度内信道的频谱特性近似为一常数。而在窄带干扰出现位置, 尽量选用较窄的窗函数。这样在没有窄带干扰的地方, 使每个子信道达到 Nyquist 速率, 而在有窄带干扰的地方, 在该子信道上不传送任何信息, 因而浪费的频率资源较少。这样通过对信道的不等带宽分配, 有效地克服了多窄带干扰的问题, 又使得整个信道的频带得到充分的利用。

当然, 带宽较窄的子信道会导致其传输速率低, 信号有较长的时间周期, 各子信道的信号在时间上有重叠, 增加了信号的译码延迟, 因此带宽的选择也要考虑对译码延迟的影响。同时在实际应用系统中, 窗函数的划分和选择是通过训练序列和反馈通道实现的。先对系统

进行均匀子带划分,在发射端选择近似白噪声的训练序列,根据接收信号的频谱,可以估计出单音干扰出现的位置,从而进行合理的 Malvar 小波窗函数设计。

## 5 结 论

综上所述, LOT 变换用于 MCM 系统,可以实现各子信道不等带宽的分配,有效地抗多个窄带干扰,增加了系统的稳定性和抗信道畸变的能力。

## 参 考 文 献

- [1] Kalet I. The multitone channel. *IEEE Trans. on Comm.*, 1989, 37(2): 119-124.
- [2] Sandberg S D, Tannes M A. Overlapped discrete multitone modulation for high speed copper wire communications. *IEEE J. of Select.Areas in Comm.*, 1995, 13(9): 1571-1585.
- [3] Meyer Y. *Wavelets Algorithms & Applications*. SIAM, Philadelphia: 1993.
- [4] Malvar H S. Lapped transforms for efficient transform/ subband coding. *IEEE Trans. on Acoust, Speech, Signal Process*, 1990, 38(5): 909-978.
- [5] Wesfreid E, Wickerhauser M V. Adapted local trigonometric transform and speech processing. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3596-3600.

## ASSIGNMENT OF THE MCM CHANNEL BANDWIDTH NONUNIFORMLY USING MALVAR WAVELET TRANSFORM

Wei Jibo    Cheng Shixin    Zhou Tiejia<sup>\*</sup>

(*National Mobile Communication Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210018*)

*\*(National University of Defence Technology, Changsha 410073)*

**Abstract** In this paper, Malvar wavelet transform is implemented in MCM (Multicarrier Modulation) system. It is proposed that assigning the bandwidth nonuniformly using Malvar wavelet transforming is to combat with the multi-tone noises existing simultaneously in MCM system and to improve the efficiency of utilizing the bandwidth.

**Key words** Malvar wavelet transform, Multi-tone noises, Efficiency

魏急波: 男, 1967 年生, 讲师, 博士生, 主要研究方向为通信系统中的信号处理和 CDMA.

程时昕: 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 移动通信国家重点实验室主任, 主要从事网络通信和移动通信系统研究.

周铁强: 男, 1960 年生, 副教授, 主要从事非线性信号处理研究.