

联想记忆神经网络吸收区域的估计¹

廖晓昕 费奇 孙德保 齐欢

(华中理工大学自动控制系 武汉 430074)

摘要 本文对于 Hopfield 型联想记忆神经网络模型, 给出了吸收区域估计的解析表达式. 这对于具有多个平衡位置的网络实现联想记忆和优化计算都是重要的问题.

关键词 神经网络, 稳定性, 吸收区域

中图分类号 TN-052

1 引言

众所周知, Hopfield 型连续神经网络利用动力系统的吸引子和电子电路的实现来完成某些优化问题的智能计算和联想记忆, 是十分引人入胜的. 在掀起神经网络的研究热潮中起重要作用.

考虑 Hopfield 型连续神经网络模型:

$$\left. \begin{aligned} C_i \frac{du_i}{dt} &= -\frac{u_i}{R_i} + \sum_{j=1}^N T_{ij} V_j + I_i \\ V_i &= g_i(u_i) \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

这里, 略去 (1) 式对应的电路图, (1) 式中各种参数的电子电路意义, 与文献 [1,2] 全同.

设 $dg_i(u_i)/dt > 0$. 但我们不要求 $g_i(u_i)$ 和增益 $\dot{g}_i(u_i)$ 有界. 令 $G_i(V_i) = g_i^{-1}(V_i) = u_i, i = 1, 2, \dots, n$. 与 (1) 式等价的系统为

$$\dot{G}_i(V_i) C_i dV_i/dt = -G_i(V_i)/R_i + \sum_{j=1}^N T_{ij} V_j + I_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

设 $u = \text{col}(u_1, \dots, u_n)$, $V = \text{col}(v_1, \dots, v_n)$, T^T, u^T 分别表示 T, u 的转置.

一般地 (1) 式有多个平衡位置. 判定哪些平衡位置稳定、渐近稳定、不稳定固然重要, 这方面的文献也很多, 但从实现联想记忆的应用角度讲, 吸引的平衡位置、吸收区域的估计尤为重要. 它将是衡量这种联想记忆的范围和程度的一个重要指标. 然而, 这方面的工作极少见到, 连很全的文献 [3,4] 也未涉及此课题.

本文首先讨论吸收区域的估计, 给出其估计式的解析表达.

¹ 1996-09-02 收到, 1997-09-02 定稿
国家自然科学基金 (No.69674008) 资助课题和国家教委博士学科点专项科研基金 (No.97048722) 资助课题

定义 1 设 $u = u^*$, $[V = V^* = g(u^*)]$ 分别为 (1) 式 [(2) 式] 的一个渐近稳定的平衡位置. 若存在一个邻域 $\mathcal{D} \triangleq (u \| \|u - u^*\| < r)$ [$\Omega \triangleq (V \| \|V - V^*\| < \sigma)$] 对 $\forall u_0 \in \mathcal{D} \cdot [V_0 \in \Omega]$, (1), (2) 式的解 $u(t, t_0, u_0)$ [$V(t, t_0, v_0)$] 收敛于 u^* [V^*], 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, t_0, u_0) = u^*, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} V(t, t_0, v_0) = V^*,$$

则分别称 $\mathcal{D}[\Omega]$ 为 (1), (2) 式平衡点 u^* (V^*) 的一吸收区域.

2 用改进的 Hopfield 能量函数法估计吸收区域

设 $T = (T)_{n \times n}$ 对称, Hopfield 曾用能量函数:

$$E(V) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n T_{ij} V_i V_j - \sum_{i=1}^n I_i V_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \int_0^{V_i} G_i(\xi) d\xi. \quad (3)$$

沿 (2) 式的解对 $E(V)$ 求导数:

$$\left. \frac{dE(V)}{dt} \right|_2 = \sum_{i=1}^n C_i (\dot{G}(v_i)) \left(\frac{dV_i}{dt} \right)^2 \leq 0. \quad (4)$$

由 (4) 式可断言 (2) 式是稳定的, $V(t, t_0, v_0) \rightarrow V^*$, V^* 为 (2) 式的平衡位置, 且 $V = V^*$ 是 $E(V)$ 的极小点. 然而 V^* 不一定是 Lyapunov 意义下稳定的, 吸引的. V^* 也不一定是 $E(V^*)$ 的极小值点, 还可能是逗留点 (在一维情况下叫拐点). 因为可微函数的一阶导数为零是极值存在的必要而非充分的条件. 不过, 我们可以对 Hopfield 这种方法稍加修正, 完善, 不仅可以得到 Lyapunov 意义下的渐近稳定性而且可以得到吸收区域的估计.

定理 1 如果 (2) 式满足下列条件:

(1) $G_i(V_i)$ 的二阶导数存在, 且有估计式:

$$|G_i''(V_i)| \leq \alpha_i, \alpha_i \text{ 为非负常数, } i = 1, 2, \dots, n.$$

(2) 矩阵 $H(h_{ij})_{n \times n}$ 正定, λ 为 H 的最小特征值, 其中

$$h_{ij} \triangleq \begin{cases} -T_{ii} + \frac{1}{R_i} (G_i' V_i^*), & i = j = 1, 2, \dots, n; \\ -T_{ij}, & i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j; \end{cases}$$

则 (2) 式的平衡位置 V_i^* ($i = 1, 2, \dots, n$) 是渐近稳定的. $\Omega \triangleq \Omega_1 \cap \Omega_2$ 为 (2) 式平衡位置 V^* 的吸收区域, 其中 $\Omega_1 \triangleq \{V | \max_{1 \leq i \leq n} |\alpha_i| |V_i - V_i^*| < \lambda\}$, $\Omega_2 \triangleq \{V | \|V - V^*\|_i < r\}$, 式中 r 是 (2) 式与 V^* 最邻近的平衡点 V^e 与 V^* 的距离. 若 V^* 是唯一的平衡位置, 则 $r = \infty$, $\Omega_2 = R^n$, $\Omega = \Omega_1$.

证 先证 $V = V^*$ 的渐近稳定性, 构造 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned}
 E^*(V) &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n T_{ij} V_i V_j + \sum_{i=1}^n \int_{V_i^*}^{V_i} \frac{G_i(\xi)}{R_i} d\xi - \sum_{i=1}^n I_i (V_i - V_i^*) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n T_{ij} V_i^* V_j^* \triangleq E(V) - E(V^*). \tag{5}
 \end{aligned}$$

显然 $E^*(V^*) = 0$

$$\frac{\partial E^*}{\partial V_i} \Big|_{V=V^*} = \frac{\partial E}{\partial V_i} \Big|_{V=V^*} = -\sum_{j=1}^n T_{ij} V_j^* + \frac{1}{R_i} (G_i V_i^*) - I_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$\frac{\partial^2 E^*(V)}{\partial V_i^2} \Big|_{V=V^*} = \frac{\partial^2 E}{\partial V_i^2} \Big|_{V=V^*} = -T_{ii} + \frac{1}{R_i} (G_i V_i^*), \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$\frac{\partial^2 E^*(V)}{\partial V_i \partial V_j} \Big|_{V=V^*} = \frac{\partial^2 E}{\partial V_i \partial V_j} \Big|_{V=V^*} = -T_{ij} = -T_{ji} = \frac{\partial^2 E}{\partial V_j \partial V_i} \Big|_{V=V^*}, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

因为 $H = (\partial^2 E / \partial V^2) \Big|_{V=V^*}$ 正定, 故 $E^*(V)$ 在 $V = V^*$ 的充分小邻域内正定, 从而 $E^*(V)$ 在该邻域内是一个正定 Lyapunov 函数.

今沿 (2) 式的解对 $E^*(V)$ 求导数, 由于 $C_i > 0, G_i(V_i) > 0, C_i = 1, 2, \dots, n$ 故有

$$\begin{aligned}
 \frac{dE^*(V)}{dt} \Big|_{(2)} &= \sum_{i=1}^n \left[-\sum_{j=1}^n T_{ij} V_j + \frac{G_i(V_i)}{R_i} - I_i \right] \frac{dV_i}{dt} \\
 &= -\sum_{i=1}^n C_i G_i'(V_i) \left[\frac{dV_i}{dt} \right]^2 < 0, \quad V \neq V^*; \\
 &= 0, \quad V = V^*; \tag{6}
 \end{aligned}$$

故知 $V = V^*$ 是渐近稳定的. $V = V^*$ 的吸收区域的估计: 将 (4) 式在 $V = V^*$ 处进行 Taylor 展开, 便有

$$E^*(V) = (V - V^*)^T H (V - V^*) + \sum_{i=1}^n G_i''(\xi_i) (V_i - V_i^*)^3, \tag{7}$$

其中 ξ_i 为介于 V_i^* 与 V_i 之间的某数, 进而有

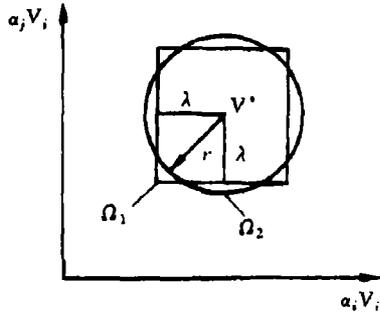


图 1

$$\begin{aligned}
 E^*(V) &\geq \lambda \sum_{i=1}^n (V_i - V_i^*)^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i |V_i - V_i^*|^3 \\
 &\geq [\lambda - \max_{1 \leq i \leq n} \alpha_i |V_i - V_i^*|] \sum_{i=1}^n (V_i - V_i^*)^2 \geq 0, \\
 &\quad \text{当 } V \neq V^*, V \in \Omega. \quad (8)
 \end{aligned}$$

故 $E^*(V)$, $\left. \frac{dE^*(V)}{dt} \right|_{(2)}$ 分别在 Ω 内正定, 负定。从而 Ω 为一个吸收区域。证毕

注 1: Ω_1 为 R^n 空间内以 $V = V^*$ 为中心边长为 2λ 的一个超正方体。 Ω_2 为以 V^* 为球心, r 为半径的一个超球。 Ω 为 Ω_1 与 Ω_2 的交集。 Ω 的几何解释如图 1 所示。

推论 1 若下列条件满足: (1) 定理 1 条件 (1) 成立; (2) 权矩阵 $T(T_{ij})$ 对称半负定; (3) $g'_i(u_i) > 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$; 如 $V = V^*$ 为网络 (2) 式的平衡位置, 则 V^* 渐近稳定, $\Omega^* = \Omega_1^* \cap \Omega_2$ 为 $V = V^*$ 的吸收区域。 $\Omega_1^* = \{V | |V_i - V_i^*| < \frac{1}{R_i} G_i(V_i^*), i = 1, 2, \dots, n\}$, Ω_2 假如是定理 1 所定义。

证 因为 $T(T_{ij})$ 对称半负定, 故 $-(T(T_{ij}))$ 对称半正定, 将 (5) 式在 $V = V^*$ 处进行 Taylor 展开, 便有

$$\begin{aligned}
 E^*(V) &= (V - V^*)^T H(V - V^*) + \sum_{i=1}^n G''_i(\xi_i)(V - V^*)^3 \geq -(V - V^*)^T T(V - V^*) \\
 &\quad + (V - V^*)^T \text{diag}[\frac{1}{R_1} G'_1(V_1^*), \dots, \frac{1}{R_n} G'_n(V_n^*)](V - V^*) - \sum_{i=1}^n \alpha_i |V_i - V_i^*|^3 \\
 &\geq \sum_{i=1}^n [\frac{1}{R_i} G'_i(V_i^*) - \alpha_i (V_i - V_i^*)] |V_i - V_i^*|^2 > 0, \quad \text{当 } V \neq V^*, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中 ξ_i 为介于 V_i 与 V_i^* 之间的数。 $i = 1, 2, \dots, n$ 故 $E^*(V)$, $\left. \frac{dE^*(V)}{dt} \right|_{(2)}$ 分别在 Ω^* 内正定, 负定。从而 $V = V^*$ 渐近稳定。 Ω^* 为吸收区域。证毕

注 2: Ω_1^* 为 R^n 内以 $V = V^*$ 为中心的超矩形区域。

推论 2 如果下列条件满足: (1) 定理 1 条件 (1); (2) $G'_i(V_i) \geq 0$, $T(T_{ij})$ 对称负定, μ 为 $-T(T_{ij})$ 的最小特征值; (3) $V = V^*$ 为 (2) 式的平衡位置; 则 $V = V^*$ 渐近稳定, $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_2 \cap \Omega_2$ 为 $V = V^*$ 的吸收区域, 其中 $\tilde{\Omega}_2 \triangleq \{V | \max_{1 \leq i \leq n} \alpha_i (V_i - V_i^*) < \mu\}$, 置 Ω_2 仍为定理 1 所定义, 为 $V = V^*$ 的吸收区域。

证 略, 可仿定理 1 和推论 1 完成证明。

注 3: 在推论 1 或推论 2 条件下, 也可以用其它方法证明平衡位置 $V = V^*$ 的全局稳定性^[5,6]。

例 1 考虑一个二维网络:

$$\begin{cases} C_1 \frac{du_1}{dt} = -\frac{u_1}{R_1} + \sum_{j=1}^2 T_{1j} g_j(u_j) + I_1, \\ C_2 \frac{du_2}{dt} = -\frac{u_2}{R_2} + \sum_{j=1}^2 T_{2j} g_j(u_j) + I_2. \end{cases}$$

设 $C_1 = C_2 = 1$, $R_1 = R_2 = 1$, $|G''(V_i)| \leq 1/2$, $T_{11} = -3$, $\frac{1}{R_1} G'(V_1^*) = 1$, $T_{12} = -1$, $T_{22} = -5$, $\frac{1}{R_2} G'(V_2^*) = 1$, $T_{21} = -1$, $\|V^c - V^*\|_E^2 = r^2 = (2.2)^2$. 经计算有 $H = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\lambda = 1$, 于是 $\Omega_1 = \{V | \max |V_i - V_i^*| < 2\}$, $\Omega_2 = \{V | \|V_i - V_i^*\|^2 \leq (2.2)^2\}$, $\Omega = \Omega_1 \cap \Omega_2$ 为 $V = V^*$ 的吸收区域.

3 用一近似理论估计吸收区域

下面根据稳定性理论中的一次近似理论^[7]来研究吸收区域的估计问题, 放弃 T 对称的假设.

设 $u = u^*$ 为 (1) 式的孤立平衡位置, 改写 (1) 式为

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_{j=1}^n b_{ij}(u_j - u_j^*) + \sum_{j=1}^n \frac{T_{ij}}{C_i} g_j''(\xi)(u_j - u_j^*)^2, \quad (10)$$

ξ_j 是介于 u_j 与 u_j^* 之间的数, $j = 1, 2, \dots, n$.

定义 b_{ij} 如下:

$$b_{ij} \triangleq \begin{cases} \frac{-1}{R_j C_i} + \frac{T_{ji}}{C_i} g_i'(u_i^*), & i = j = 1, 2, \dots, n, \\ \frac{T_{ij}}{C_i} g_j'(u_j^*), & i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (11)$$

定理 2 设矩阵 $B(b_{ij})_{n \times n}$ 是一个 Hurwitz 矩阵; $g_i(u_i)$ 的二阶导数满足: $|g_i''(\xi_i)| \leq k_i$, k_i 为非负常数, $j = 1, 2, \dots, n$; D 为 Lyapunov 矩阵方程:

$$DB + B^T D = -I_n \quad (12)$$

的对称正定矩阵解 (其中 I_n 为 n 阶单位矩阵), 则 (1) 式的平衡位置 $u = u^*$ 是渐近稳定的. 吸收区域有估计式:

$$\mathcal{D} \triangleq \{u | \mu \max_{1 \leq i \leq n} |u_i - u_i^*| < 1\},$$

其中 μ 为矩阵 $W \triangleq (|D|C^{-1}|T|K + K|T^T|C^{-1}|D|)$ 的最大特征值.

$|D| \triangleq (|d_{ij}|)_{n \times n}$, $|T| \triangleq (|T_{ij}|)_{n \times n}$, $|T^T| \triangleq (|T_{ji}|)_{n \times n}$, $K \triangleq \text{diag}(k_1, \dots, k_n)$, $C^{-1} \triangleq \text{diag}(1/c_1, \dots, 1/c_n)$.

证 令 $G''(\xi) = \text{diag}(g_1''(\xi_1), \dots, g_n''(\xi_n))$, $(u - u^*)^2 \triangleq \text{col}(u_1 - u_1^*)^2, \dots, (u_n - u_n^*)^2$, 由稳定性理论中的一次近似理论^[7], 可知 $u = u^*$ 是渐近稳定的.

作 Lyapunov 函数

$$W(u) = (u - u^*)^T D(u - u^*). \quad (13)$$

显然, $W(u)$ 为 $u = u^*$ 的任何邻域内正定的函数, 沿 (9) 式的解对 $W(u)$ 求导数, 便有

$$\begin{aligned} dW(n)/dt|_{(9)} &= (u - u^*)^T (DB + B^T D)(u - u^*) + (u - u^*)^T (DC^{-1}TG''(\xi))(u - u^*)^2 \\ &\quad + (u - u^*)^{2T} (G''(\xi)T^T C^{-1}D)(u - u^*) \\ &\leq -(u - u^*)^T I_n (u - u^*) + |u - u^*|^T (|D|C^{-1}|T|K + K|T^T|C^{-1}|D|) \\ &\quad \times \max_{1 \leq i \leq n} |u_i - u_i^*| |u - u^*| \\ &\leq -\sum_{i=1}^n (u_i - u_i^*)^2 + \mu \max_{1 \leq i \leq n} |u_i - u_i^*| \sum_{i=1}^n (u_i - u_i^*)^2 \\ &= [\mu \max_{1 \leq i \leq n} |u_i - u_i^*| - 1] \sum_{i=1}^n (u_i - u_i^*)^2 < 0 \quad \text{当 } u \neq u^* \text{ 且 } u \in D_1. \end{aligned}$$

故定理 2 结论为真.

证毕

注: D_1 在 R^n 中仍与 Ω_1 的几何解释类似.

定理 3 假设 $b_{ii} < 0, i = 1, 2, \dots, n, -[(-1)^{\delta_{ij}} |b_{ij}|]_{n \times n}$ 为 M 的矩阵, $g_i(u_i)$ 的二阶导数满足 $|g_i''(\xi_i)| \leq k_i, i = 1, 2, \dots, n, \beta_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ 为代数方程组: $[(-1)^{\delta_{ij}} |b_{ij}|]^T \beta = \text{col}(-1, \dots, -1)$ 的唯一正数解, 则 (1) 式的平衡位置 $u = u^*$ 渐近稳定. $D_2 \triangleq \{[\max_{1 \leq j \leq n} |u_j - u_j^*| K_j \sum_{i=1}^n \beta_i \frac{T_{ij}}{C_i} < 1]\}$ 为吸收区域.

证 对 (9) 式作 Lyapunov 函数: $W(u) = \sum_{i=1}^n \beta_i |u_i - u_i^*|$, 沿 (9) 式解求 $W(u)$ 的 Dini 右上导数^[8], 有

$$\begin{aligned} D^+W(u)|_9 &\triangleq \overline{\lim}_{h \rightarrow 0^+} \frac{W(u(t+h)) - W(u(t))}{t} = \sum_{i=1}^n \beta_i \frac{du_i}{dt} \text{sgn}(u_i - u_i^*) \\ &\leq \sum_{i=1}^n \beta_i \left[b_{ii} |u_i - u_i^*| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |b_{ij}| |u_j - u_j^*| + \sum_{j=1}^n \frac{|T_{ij}|}{C_j} |g_j''(\xi_j)| |u_j - u_j^*|^2 \right] \\ &= \sum_{j=1}^n \left[\beta_j b_{jj} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n |\beta_i b_{ij}| |u_j - u_j^*| \right] + \sum_{i,j=1}^n \beta_i \left| \frac{T_{ij}}{C_i} g_j''(\xi_j) \right| |u_j - u_j^*|^2 \\ &\leq -\sum_{j=1}^n |u_j - u_j^*| + \sum_{j=1}^n \left(\max_{1 \leq i \leq n} |u_j - u_j^*| K_j \right) \sum_{i=1}^n \frac{|T_{ij}|}{C_i} |u_j - u_j^*| \\ &\leq \sum_{j=1}^n \left[\left(\max_{1 \leq i \leq n} |u_j - u_j^*| K_j \right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{\beta_i |T_{ij}|}{C_i} - 1 \right) \right] |u_j - u_j^*| < 0 \quad \text{当 } u \neq u^*, \text{ 且 } u \in D_2. \end{aligned}$$

故 $u = u^*$ 是渐近稳定的, D_2 为 $u = u^*$ 的吸收区域, 几何说明与 Ω_1 相同, 略. 证毕

例 2 考虑二维系统:

$$\begin{cases} C_1 \frac{du_1}{dt} = -\frac{u_1}{R_1} + T_{11}g_1(u_1) + T_{12}g_2(u_2) + I_1, \\ C_2 \frac{du_2}{dt} = -\frac{u_2}{R_2} + T_{21}g_1(u_1) + T_{22}g_2(u_2) + I_2. \end{cases}$$

设 $C_1 = C_2 = 1$, $R_1 = R_2 = 1/25$, $g_i(u_i^*) = 1/2$, $|g_i''(\xi)| \leq k_i = 1$, $T_{21} = T_{12} = 2$, $T_{11} = T_{22} = 1$ 于是由简单的计算有 $b_{11} = b_{22} = -2$, $b_{12} = b_{21} = 1$. 方程组 $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 的解为 $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 故例 2 平衡位置 $u = u^*$ 的吸收区域为 $D = \{u | \max_{1 \leq j \leq 2} |u_j - u_j^*| < 1/4\}$.

4 结 论

神经网络吸收区域的估计, 对设计联想存储器有重要参考价值. 但用 Hopfield 型能量函数法, 无法得到吸收区域的估计. 关键原因是这类能量函数在平衡点邻域内不一定定号, 为此, 我们研究了这个问题.

(1) 本文第 2 节对 Hopfield 型能量函数加以修正改为 $E^*(V) = E(V) - E(V^*)$, 且给出 $E^*(V)$ 在 $V = V^*$ 某邻域正定的条件和该邻域 Ω_1 大小的估计解析表达式和 $dE^*/dt|_{(2)}$ 在 $V = V^*$ 附近负定的邻域 Ω_2 的解析表达式. Ω_1 和 Ω_2 的公共区域 $\Omega = \Omega_1 \cap \Omega_2$ 便是 $V = V^*$ 的吸收区域. 神经网络 (2) 式一经选定, Ω_2 是固有的, 甚至可能 $\Omega_2 = R^n$, Ω_1 的估计带有人为性. Ω_1 估计越精细, 吸收区域就越大, 因此, Ω 的估计不一定最佳, 受方法限制.

(2) 本文第 3 节对一次近似系统, 构造 Lyapunov 函数, 由于所构 Lyapunov 函数具有径向无界性, 故它的正定性具有全局性, 从而 $dW/dt|_{(1)}$ 的负定区域, 便是 (1) 式的平衡位置 $u = u^*$ 的吸收区域. 当然, 吸收区域的估计也与所造 Lyapunov 函数有关, 很难说, 哪一个估计是最佳的.

(3) 定理 1 要计算矩阵 H 的最小特征值 λ . 定理 2 不仅要计算矩阵的最大特征值 μ , 而且要解 Lyapunov 矩阵方程, 这都是麻烦的. 定理 3 的条件较易验证, 比较实用. 设计时, 可首先考虑用定理 3.

参 考 文 献

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proc. Nat. Acad. Sci. USA: 1982, 79: 2554-2558.
- [2] Hopfield J J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons. Proc. Nat. Acad. Sci. USA: 1984, 81: 3088-3092.
- [3] 焦秉成, 等. 神经网络系统理论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1991, 1-16.
- [4] 徐秉铮, 等编著. 神经网络系统与应用. 广州: 华南理工大学出版社, 1994, 1-7.
- [5] Liao Xiaoxin. Stability of Hopfield-type neural networks(I) Science in China(Series A), 1995, 38(4): 407-418.
- [6] Liao Xiaoxin, Liao Yang. Stability of Hopfield-type neural networks(II), Science in China(Series A), 1997, 40(8): 813-816.
- [7] 黄琳. 稳定性理论. 北京: 北京大学出版社, 1989, 81-88.

[8] 廖晓昕. 稳定性的数学理论和应用. 武汉, 华中师范大学出版社, 1988, 22-25.

ESTIMATION OF ATTRACTION REGION FOR ASSOCIATIVE MEMORY NEURAL NETWORKS

Liao Xiaoxin Fei Qi Sun Debao Qi Huan

(Dept. of Automatic Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract In this paper, the estimation of attraction region for a given equilibrium position of associative memories is given with Lyapunov function method. It is very important for the implementation of associative memories and optimization with neural networks.

Key words Neural network, Stability, Attraction region

廖晓昕: 男, 1938年生, 教授, 博士生导师, 从事神经网络及非线性控制的理论研究.
费奇: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 从事系统工程、控制理论研究.
孙德保: 男, 1941年生, 教授, 从事智能控制研究.
齐欢: 男, 1948年生, 副教授, 博士, 从事系统工程、神经网络应用研究.