

任意形状粗糙物体的激光后向散射

吴振森

(西安电子科技大学物理系, 西安 710071)

摘要 本文研究具有粗糙表面凸形物体的光频后向散射。由几何光学——基尔霍夫近似, 获得相干后向散射截面和非相干后向散射截面理论计算公式。以粗糙球和粗糙椭球为例分析了物体几何参数, 介电常数和粗糙表面统计参数对红外激光后向散射截面的影响。

关键词 红外激光; 激光雷达(散射)截面; 粗糙度

一、引言

具有粗糙表面、有限电导率的球和无限长圆柱的电磁散射已有了较深入的研究^[1-4]。最近 C. Bourrelly 等人^[5]又发展了均匀、轴对称任意形状物体电磁散射的程函近似方法。当粗糙物体表面高度起伏均方差 $\langle h^2 \rangle$ 很小时, 可用微扰法描述粗糙面的电磁散射^[1,6]。在低频情况或者粗糙度参数 $\beta = 4k_0\langle h^2 \rangle \ll 1$ 时 ($k_0 = 2\pi/\lambda$ 为自由空间波数), 粗糙物体与对应光滑物体的散射截面没有明显差别。但是在高频情况下, 由于粗糙表面高度起伏较大, 微扰法一般不适用。如果物体表面任意点的曲率半径远大于波长和粗糙表面高度起伏的相关长度时, 表面不同区域的多重散射可以忽略, 散射场的主要贡献来自散射物体表面镜向点及其邻近区域, 此时可以用基尔霍夫近似方法导出粗糙物体电磁散射的几何光学解^[1,7]。

本文研究具有粗糙表面凸形物体在光频区域的后向散射。假设物体粗糙表面高度起伏为各向同性高斯分布, 则表面高度起伏和斜率分布是统计不相关的。当物体表面任意点的曲率半径远大于入射波长, 粗糙表面斜率均方差 $\langle s^2 \rangle \ll 1$, 则粗糙面上任意点的法向单位矢量 \hat{N} 能用光滑物体表面对应点的法向单位矢量 \hat{n} 代替 (见图 1)。其中图 1(b) 表示图 1(a) 中 r_c 处的切平面的局部放大几何特征。

由几何光学近似, 散射场的计算可用基尔霍夫方法。局部区域表面粗糙度对散射场的贡献可用切平面近似方法统计分析获得。它不同程度地影响物体的散射特性。粗糙物体的散射截面由相干部分和非相干部分构成, 即

$$\langle \sigma^{PQ} \rangle = \langle \sigma^{PQ} \rangle_c + \langle \sigma^{PQ} \rangle_{nc}$$

相干部分 $\langle \sigma^{PQ} \rangle_c$ 是粗糙面相干散射对光滑物体散射截面的修正, $\langle \sigma^{PQ} \rangle_c$ 是粗糙面非相干散射对散射截面的贡献。上标 P, Q 分别表示散射波和入射波的极化状态。

1991.12.11 收到, 1992.07.28 定稿。

吴振森 男, 1946 年生, 副教授, 现主要从事非均匀和随机介质中电磁波(光波)传播和散射课题的研究。

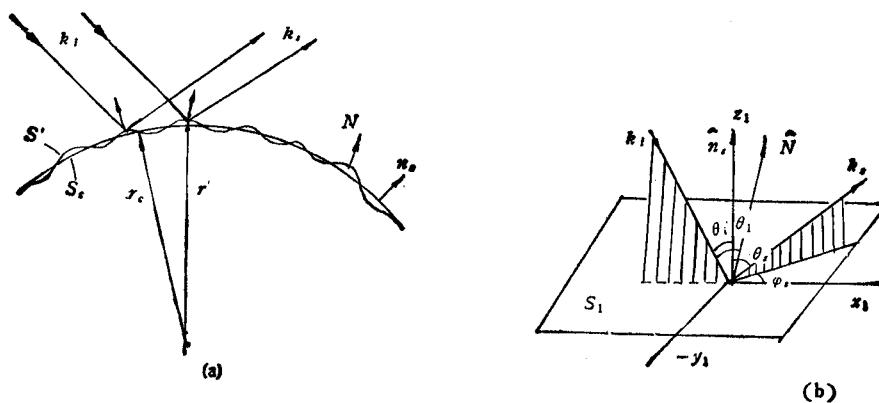


图1 粗糙物体表面的散射

二、粗糙物体的散射场

由图1所示, 物体粗糙表面上任意点的位置矢量 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_1$, \mathbf{r}_c 是对应光滑物体表面的位置矢量, 它满足表面曲面方程 $z = f(x, y)$; \mathbf{r}_1 是叠加在光滑物体上起伏表面的位置矢量。通过光滑物体表面上 \mathbf{r}_c 作切平面 S_1 , 法向单位矢 \hat{n} ,

$$\hat{n}_c = \frac{-f_x \hat{x} - f_y \hat{y} + \hat{z}}{\sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}} \quad (1)$$

以 \mathbf{r}_c 为原点, 选择本地坐标系 (x_1, y_1, z_1) , 使 $\hat{z} \parallel \hat{n}_c$, 且选择坐标轴 x_1 , 使入射波矢量 \mathbf{k}_i 位于 $x_1 z_1$ 平面, 如图 1(b) 所示。入射波矢量 \mathbf{k}_i 和散射波矢量 \mathbf{k}_s 分别表示为

$$\mathbf{k}_i = k_0 (\sin \theta_i \hat{x}_1 - \cos \theta_i \hat{z}_1) \quad (2)$$

$$\mathbf{k}_s = k_0 (\sin \theta_s \cos \phi_s \hat{x}_1 + \sin \theta_s \sin \phi_s \hat{y}_1 + \cos \theta_s \hat{z}_1) \quad (3)$$

在 \mathbf{r}_c 邻近的位置矢量 \mathbf{r}_1 表征为相对于通过 \mathbf{r}_c 点切平面 S_1 的高度起伏, $z_1 = h(x_1, y_1)$ 。如果它们的高度起伏和斜率分别满足

$$\langle h \rangle = 0, |\partial h / \partial x_1| \ll 1, |\partial h / \partial y_1| \ll 1 \quad (4)$$

则根据基尔霍夫切平面近似理论^[7,8], 在远场情况下散射场

$$P(R) = \frac{i \exp(ik_0 R)}{4\pi R} \int_{S'} (\mathbf{V} \cdot \hat{N} R_p - \mathbf{W} \cdot \hat{N}) \exp(i \mathbf{V} \cdot \mathbf{r}') dS' \quad (5)$$

积分是在粗糙表面上进行。其中 $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_1$, $\mathbf{V} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s$, $\mathbf{W} = \mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s$, \hat{N} 是粗糙表面上法向单位矢量, R_p 为菲涅尔反射系数。

利用近似条件(4)式, 在本地坐标系 (x_1, y_1, z_1) 中法向单位矢量 \hat{N} 的 z_1 轴分量 $N_{1z} \approx 1$, 本地入射角 θ_i 的余弦 $\cos \theta_i = (-\mathbf{k}_i \cdot \hat{N}) / |\mathbf{k}_i| \approx \cos \theta_i$, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \cdot \hat{N} dS' &= (V_{1x} N_{1x} + V_{1y} N_{1y} + V_{1z} N_{1z}) \frac{dS'}{N_{1z}} \\ &\approx \left(-V_{1x} \frac{\partial h}{\partial x_1} - V_{1y} \frac{\partial h}{\partial y_1} + V_{1z} \right) dS' \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{W} \cdot \hat{N} dS' \approx \left(-W_{1x} \frac{\partial h}{\partial x_1} - W_{1y} \frac{\partial h}{\partial y_1} + W_{1z} \right) dS' \quad (7)$$

其中 (V_{1x}, V_{1y}, V_{1z}) 和 (W_{1x}, W_{1y}, W_{1z}) 分别是矢量 \mathbf{V} 和 \mathbf{W} 在本地坐标系中各分量, dS_e 表示积分在物体光滑曲面上进行, 则(5)式可表示为

$$P(R) = \frac{i\exp(ik_0 R)}{4\pi R} \int_{S_e} F \exp(i\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_e) \exp(i\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_i) dS_e \quad (8)$$

式中

$$F = \left(-V_{1x} \frac{\partial h}{\partial x_i} - V_{1y} \frac{\partial h}{\partial y_i} + V_{1z} \right) R_p - \left(-W_{1x} \frac{\partial h}{\partial x_i} - W_{1y} \frac{\partial h}{\partial y_i} + W_{1z} \right) \quad (9)$$

三、相干场和相干后向散射截面

当平面波照射随机粗糙表面物体时, 如果表面高度起伏和斜率起伏彼此无关, 散射场的相干分量由(8)式获得

$$\langle P(R) \rangle = \frac{i\exp(ik_0 R)}{4\pi R} \int_{S_e} \langle F \rangle \exp(i\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_e) \langle \exp(i\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_i) \rangle dS_e \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= \left(-V_{1x} \left\langle \frac{\partial h}{\partial x_i} \right\rangle - V_{1y} \left\langle \frac{\partial h}{\partial y_i} \right\rangle + V_{1z} \right) \langle R_p \rangle \\ &\quad - \left(-W_{1x} \left\langle \frac{\partial h}{\partial x_i} \right\rangle - W_{1y} \left\langle \frac{\partial h}{\partial y_i} \right\rangle + W_{1z} \right) \end{aligned}$$

平均反射系数 $\langle R_p \rangle$ 是本地镜向反射点对应的入射角 θ_0 的函数, 它满足

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta_0 &= (1 - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_s)/k_0^2 / 2 \\ &= (1 + \cos \theta_i \cos \theta_s - \sin \theta_i \sin \theta_s \cos \varphi_s) / 2 \end{aligned} \quad (11)$$

而

$$\langle \exp(i\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_i) \rangle = \exp(iV_{1x}x_i + iV_{1y}y_i)\chi(V_{1z}) \quad (12)$$

$\chi(V_{1z})$ 是表面高度起伏 $h(x_i, y_i)$ 的特征函数。如果高度起伏随机函数遵循方差为 $\langle h^2 \rangle = \delta^2$ 的高斯分布, 概率密度为

$$w_0(h) = [1/(\sqrt{2\pi}\delta)] \exp[-h^2/(2\delta^2)]$$

则它的特征函数

$$\chi(V_{1z}) = \langle \exp(iV_{1z}h) \rangle = \exp(-V_{1z}^2\delta^2/2) \quad (13)$$

在计算物体的后向散射时, 选择笛卡尔坐标系 $S = (x, y, z)$, 使 $\mathbf{k}_i = -\mathbf{k}_s/\lambda$, 且有 $\theta_s = \theta_i$, $\varphi_s = \pi$ 。则(11)式中 $\cos \theta_0 = 1$ 和(5)式中 $\mathbf{W} = 0$, 矢量 \mathbf{V} 只有法向方向分量

$$V_z = 2k_0 \cos \gamma = -2k_0 \cos \theta_i = V_{1z} \quad (14)$$

γ 是矢量 \mathbf{V} 与 z 轴的夹角, 对于后向散射, $\gamma = \theta_i$ 。由(10)式后向散射场为

$$\begin{aligned} \langle P(R) \rangle_B &= \frac{i\exp(ik_0 R)}{4\pi R} \int_{S_e} \langle F \rangle \chi(-2k_0 \cos \gamma) \\ &\quad \times \exp(iV_{1x}x_i + iV_{1y}y_i) \exp[-i2k_0 f(x, y)] dx dy / \cos \gamma \end{aligned} \quad (15)$$

根据稳定相位法^[1,3], 在驻相点 (x_0, y_0, z_0) 处, 一阶偏微商 $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$,

$\cos \gamma = 1$ 。在后向散射情况下,它对应于光滑表面上法向单位矢量平行于 \mathbf{k}_i 的点。

考虑近似条件(4)式, $\langle F \rangle = -2k_0 \langle R_p(0) \rangle$ 。(15)式可表示为

$$\begin{aligned} \langle P(R) \rangle_B = & \pm \frac{\exp [ik_0 R + iV_{1x}x_{10} + iV_{1y}y_{10} + i2k_0 f(x_0, y_0)]}{2R\sqrt{r_0 t_0 - s_0^2}} \\ & \times \langle R_p(0) \rangle \chi(-2k_0) \end{aligned} \quad (16)$$

式中 x_{10} 和 y_{10} 是 x_1 , y_1 在驻相点处对应的值,二阶偏微商 $r_0 = f_{xx}(x_0, y_0)$, $t_0 = f_{yy}(x_0, y_0)$ 和 $s_0 = f_{xy}(x_0, y_0)$,则相干后向散射截面

$$\langle \sigma \rangle_c = \sigma_B |\langle R_p(0) \rangle|^2 \cdot |\chi(-2k_0)|^2 \quad (17)$$

σ_B 对应于光滑理想导体的后向散射截面; $|\langle R_p(0) \rangle|^2$ 为平面波垂直入射时反射率的平均值; $\chi(-2k_0)$ 为特征函数,表征粗糙表面高度起伏造成的对光滑物体表面反射的发散程度。对于光滑物体,表面高度起伏均方根 $\delta = 0$,特征函数 $\chi(-2k_0) = 1$, (17)式退化为有限电导率光滑物体的后向散射截面的几何光学解^[10]

$$\langle \sigma \rangle_c = \pi \rho_1 \rho_2 |R_p(0)|^2 \quad (18)$$

式中 ρ_1 和 ρ_2 为物体表面驻相点(即镜向点)处的主曲率半径。对于高度起伏为高斯分布粗糙表面的理想导体,(17)式退化为^[6]

$$\langle \sigma \rangle_c = \pi \rho_1 \rho_2 \exp(-4k_0^2 \delta^2) \quad (19)$$

显然,当物体表面高度起伏为各向同性分布时,相干后向散射截面没有交叉极化贡献。在低频极限 ($\beta = 4k_0^2 \delta^2 \ll 1$),粗糙物体的散射截面与光滑物体的散射截面没有明显的差异。

四、非相干后向散射截面

在高频近似下,粗糙物体的非相干散射截面是叠加在大的光滑表面上的、高度随机起伏粗糙表面的非相干散射产生的。当物体上任意点的曲率半径远大于入射波长和粗糙面高度起伏相关长度,且表面起伏的斜率均方差远小于 1 时,可以忽略物体阴影区和表面不同区域多重散射影响。利用切平面近似,将物体表面分割成一系列几何单元,每个单元面的线度仍远大于波长。可以根据粗糙平面电磁散射理论,得到各单元面单位面积非相干散射截面。在高频情况下可近似认为各单元面的非相干散射彼此不相关,物体总的非相干散射截面是各单元面非相干散射截面之和。在光波段,物体表面不连续处的散射、绕射和爬行波的贡献均可以忽略不计。粗糙物体的非相干后向散射截面的物理光学解为

$$\langle \sigma \rangle_i = \int_{S_i} \sigma_0 U(-\mathbf{k}_i \cdot \hat{n}_i) dS_i \quad (20)$$

式中

$$U(-\mathbf{k}_i \cdot \hat{n}_i) = \begin{cases} 1, & (-\mathbf{k}_i \cdot \hat{n}_i > 0) \\ 0, & (-\mathbf{k}_i \cdot \hat{n}_i \leq 0) \end{cases}$$

为遮蔽函数,表示曲面积分只在照射区域进行。 σ_0 是粗糙面单位面积的非相干后向散射截面,它是本地入射角 θ_i 、表面介电常数、粗糙面统计参数和物体几何参数的函数。在不同的照射区域,由于对应的本地入射角 θ_i 不同,对 $\langle \sigma \rangle_i$ 的贡献有很大的差异。一般来说,在驻相点附近,本地入射角 $\theta_i \approx 0$,对粗糙面单位面积的非相干后向散射截面 σ_0 贡

献最大。虽然 θ_i 较大的区域对应 σ_0 较小，但值得注意的是，如果对应的照射面积很大，它对 $\langle\sigma\rangle_i$ 也有较明显的贡献。此外，非相干后向散射存在交叉极化现象。单位面积非相干后向散射截面可根据粗糙面电磁散射理论获得^[7-9]，具体表达形式不在此列出。

五、粗糙球的后向散射截面

物体的红外激光散射特性与电磁波段不同。对于微波、毫米波和亚毫米波，金属物体可近似为理想光滑导体。但在可见光和近红外波段，金属的有限介电常数和表面粗糙统计参数对散射截面有明显影响。我们首先讨论粗糙球的后向散射特性。因为在许多实际应用中球是较为常用、简单的模型，而且往往作为目标散射截面实验测量的定标基准。当粗糙球表面高度起伏为各向同性高斯分布时，由(17)式可得粗糙球的相干后向散射截面

$$\langle\sigma\rangle_c = \pi r^2 |R(0)|^2 \exp[-4k_0^2 \delta^2] \quad (21)$$

式中 $R(0)$ 是垂直入射时的菲涅尔反射系数，随球表面粗糙度增大， $\langle\sigma\rangle_c$ 减小，当 $k_0 \delta > 1.5$ 时， $\langle\sigma\rangle_c$ 几乎趋于零。

粗糙球的非相干后相散射截面由(20)式给出

$$\langle\sigma\rangle_i = \sum_i \sigma_{0,i}(\theta_i) 2\pi r^2 \sin \theta_i \Delta \theta_i, \quad \left(0 \leq \theta_i < \frac{\pi}{2}\right) \quad (22)$$

图2表示在不同介电常数情况下，归一化非相干后向散射截面 $\langle\sigma\rangle_i / (\pi r^2)$ 随 $k_0 l$ 的变化。 l 为表面高度起伏的相关长度。当 $k_0 l \gtrsim 2$ 后，相干长度对 $\langle\sigma\rangle_i$ 的影响很小，图3也表示类似情况。介电常数对 $\langle\sigma\rangle_i$ 有较大影响，它是通过单位面积后向散射截面体现出来的。随着复介电常数的模 $|n|$ 增大，散射截面明显地增大。粗糙面统计参数 δ 和 l 对 $\langle\sigma\rangle_i$ 的影响有较大的不同，这主要取决于粗糙面单位面积的激光散射角分布。从图3表明， δ 对后向散射截面的影响要比 l 大得多，尤其是对于金属铝球(曲线(1))。

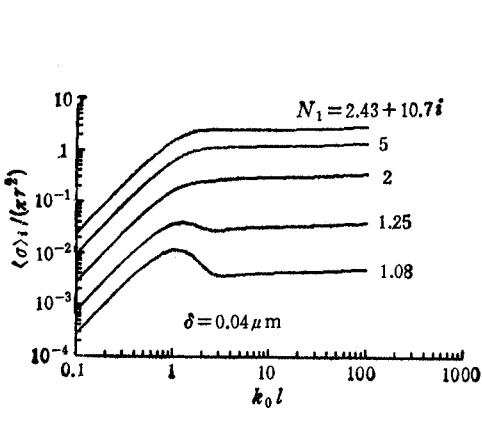


图2 粗糙球归一化非相干后向散射截面随相干长度的变化

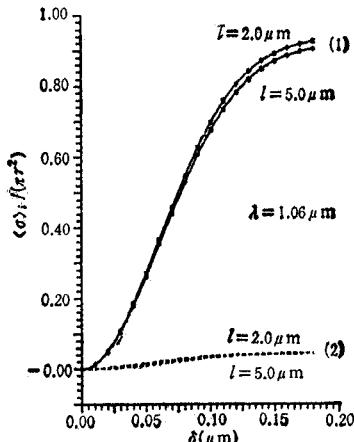


图3 粗糙球归一化非相干后向散射截面随高度起伏均方根的变化
曲线：(1) $n = 2.43 + 10.7i$
(2) $n = 1.533 + 0.017i$

六、粗糙椭球的红外激光后向散射截面

我们以非极化平行红外激光照射合金铝椭球和涂漆椭球,研究椭球的几何参数,介电常数和表面粗糙统计参数对相干后向散射截面 $\langle\sigma\rangle_c$ 和非相干后向散射截面 $\langle\sigma\rangle_i$ 的影响。取椭球的半轴长 $a = 2.96\text{m}$, $b = 0.381\text{m}$ 和 $c = 0.556\text{m}$, 如图 4 所示。在波长 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ 时,合金铝的折射率 $n = 2.43 + 10.7i$; 在近红外波段,漆层的折射率 $n = 1.533 + 0.017i$ 。

图 5,图 6 分别给出入射波长为 $1.06\mu\text{m}$ 照射到不同表面粗糙统计参数铝椭球时,相干与非相干后向散射截面随极角分布 ($\langle\sigma\rangle_c$ 用实线表示, $\langle\sigma\rangle_i$ 用带点实线表示, 极角 θ 表示椭球 z 轴方向与 $-k_i$ 方向的夹角)。通过计算表明,无论是相干后向散射截面还是非相干后向散射截面的角分布都明显依赖于散射物体的几何形状,即椭球半轴长参数。当波沿不同方向入射时, $\langle\sigma\rangle_c$ 主要取决于椭球面上驻相点的主曲率半径,而粗糙度参数主

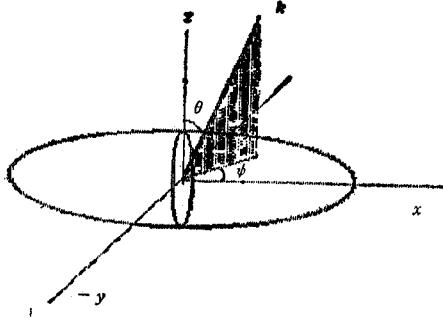


图 4 粗糙椭球红外激光散射示意图

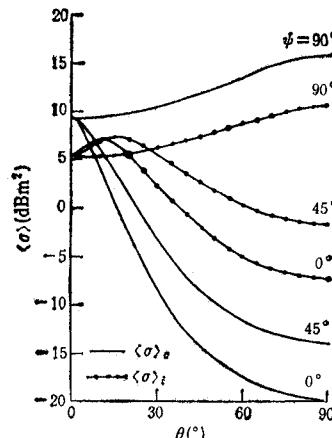


图 5 铝椭球相干和非相干后向散射截面的角分布
($\delta = 0.05\mu\text{m}$, $I = 1.5\mu\text{m}$, $\lambda = 1.06\mu\text{m}$)

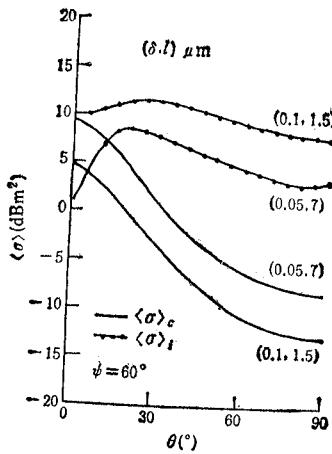


图 6 粗糙度参数不同时,后向散射截面的角分布

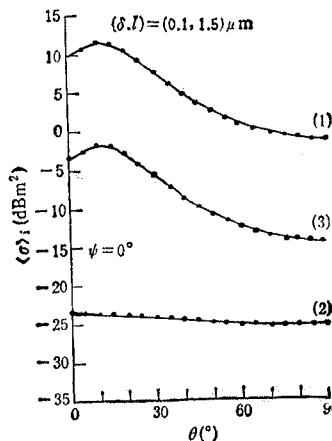


图 7 非相干后向散射截面的角分布

要改变其幅值大小。 $\langle\sigma\rangle_i$ 依赖因素之一是波入射方向与照射单位面上主法向方向之间的夹角, 即本地入射角越小, 单位面积后向散射截面越大。波沿不同方向照射时, 导致照射曲面上各单位面积的后向散射对非相干后向散射截面的积分效应不同。图 5 表明, 不同的入射方位角 ϕ , $\langle\sigma\rangle_i$ 随极角 θ 的分布有明显的差异, 而 $\langle\sigma\rangle_c$ 的差异则更大。在图 6 中, 当粗糙表面高度起伏均方根 δ 增大, 相关长度 l 减小, 表示物体表面粗糙程度增加, 则 $\langle\sigma\rangle_c$ 减小而 $\langle\sigma\rangle_i$ 增大。对于上述典型粗糙表面统计参数, 除了沿 z 轴附近方向入射以外, 非相干散射比相干散射对椭球后向散射截面的贡献要大得多。尤其是入射波向椭球表面曲率半径较小区域照射时 ($\theta > 45^\circ$), $\langle\sigma\rangle_i > \langle\sigma\rangle_c$ 。

图 7 描述物体的介电参数、入射波长对椭球非相干后向散射截面的影响。曲线(1)对应合金铝椭球, 波长 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$; 曲线(2)和(3)对应于涂漆椭球, 但入射波长分别为 $10.6\mu\text{m}$ 和 $1.06\mu\text{m}$ 。由于漆的折射率与铝的折射率有较大差别, 使得漆的非相干后向散射截面明显下降。当波长为 $10.6\mu\text{m}$ 时, 对应于 $k_0\delta$ 和 k_0l 减小, 表示椭球面较波长为 $1.06\mu\text{m}$ 时光滑, 使得 $\langle\sigma\rangle_i$ 很小。

七、结 束 语

本文研究任意形状粗糙介质物体的激光雷达散射截面。在物体表面任意点的曲率半径远大于入射波长和粗糙面高度起伏的相关长度, 以及粗糙面的斜率起伏均方根远小于 1 的条件下, 应用几何光学——基尔霍夫切平面近似, 导出粗糙物体后向散射截面的计算公式。表明在目标的红外激光散射特性研究中除物体几何形状参数以外, 必须分析表面的粗糙度参数和介电常数对其相干散射和非相干散射的影响。该理论公式不仅适用于物体 LRCS 的预估和数据模式的建立, 而且也为外场和实验室缩比模型的 LRCS 测量提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] G. T. Ruck et al., *Radar Cross-Section Handbook*, Plenum, New York, (1970), Chaps. 2, Chap. 8—9.
- [2] E. Bahar, S. Chakrabarti, *Appl. Opt.*, 24(1985)12, 1820—1825.
- [3] E. Bahar, M. A. Fitzwater, *Appl. Opt.*, 25(1986)11, 1826—1832.
- [4] C. Eftimian, *Radio Sci.*, 23(1988)5, 760—768.
- [5] C. Bourrely et al., *Proc. IEEE*, 77(1989)5, 741—748.
- [6] A. K. Fung et al., *Radio Sci.*, 16(1981)3, 299—302.
- [7] P. Beckmann, A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Wave from Rough Surfaces*, Macmillan, New York, (1963), Chaps. 2—4.
- [8] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic press, New York, (1978), Chap. 21.
- [9] F. T. Ulaby et al., *Microwave Remote Sensing*, Vol. II, Addison-Wesley, (1982), Chap. 12.
- [10] A. L. Maffett, *Topic for a Statistical Description of Radar Cross-Section*, John Wiley & Sons, New York, (1989), Chaps. 8 and 16.

LASER BACKSCATTERING BY AN ARBITRARILY SHAPED DIELECTRIC OBJECT WITH ROUGH SURFACE

Wu Zhensen

(Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract The backscattering of light wave from arbitrary convex dielectric objects with rough surface is investigated and the formulas for calculating the backscattering cross-section of both coherent and incoherent fields are obtained. In the infrared wave-band, the influence of the geometry, permittivity and statistic characteristics of the rough surface on LRCS is analysed, making use of rough spheres and ellipsoids as examples.

Key words Infrared laser; LRCS (Laser rader (scattering) cross-section); Roughness